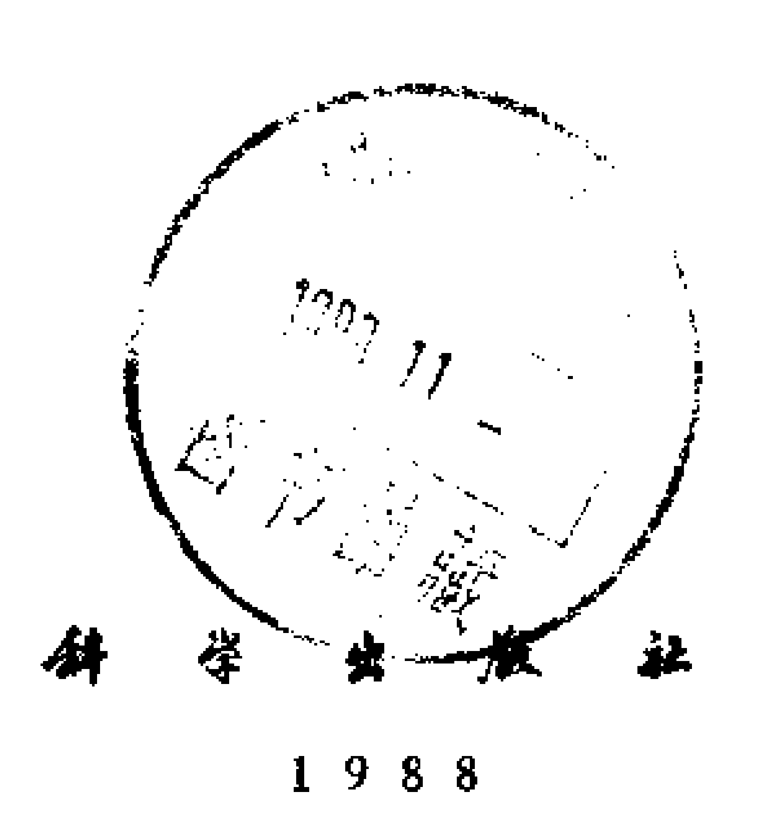
质量控制

章渭基　秦士嘉
韩之俊　冯祥源　编著

科 学 出 版 社

质 量 控 制

章渭基　秦士嘉
韩之俊　冯祥源　编著



科 学 出 版 社

1 9 8 8

内 容 简 介

质量控制是一门新兴的管理学科．它对提高产品质量、降低生产成本具有重要作用．本书重点介绍生产制造过程和产品设计中质量控制的基本概念和一些常用的方法，包括直方图、排列图、因果图、波动图、工序能力指数、散布图、控制图、计数和计量抽样检查方法、正交设计和参数设计等．这些方法简单易行，在国内外工矿企业中得到广泛的应用，是推广全面质量管理的基本手段．

本书可供工矿企业领导、工程技术人员、工科院校管理专业师生阅读．

质 量 控 制

章渭基 秦士嘉 韩之俊 冯祥源 编著

责任编辑 毕 颖

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988年7月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1988年7月第一次印刷 印张：11 7/8 插页：2
印数：0001—8,750 字数：268,000

ISBN 7-03-000353-5/O・96

定价：3.80 元

前　言

质量控制是一门新兴的管理学科，简称 QC (Quality Control)。它只有六十多年历史，经历了统计质量控制——简称SQC (Statistical Quality Control)和全面质量管理——简称TQC (Total Quality Control)两个阶段。

1924年，美国贝尔电话公司休哈特博士(W. A. Shewhart)运用数理统计方法提出了世界上第一张质量控制图。它的主要思想是在生产过程中预防不合格品的产生，变事后检验为事先预防，从而保证了产品质量，降低了生产成本，大大提高了生产率。1929年，该公司的道奇(H. F. Dodge)和罗米格(H. G. Romig)又发表论文《抽样检查方法》，提出改变传统的全数检查的做法，目的是解决当产品不能或不需要全数检查时，如何采用抽样检查的方法来保证产品质量，并使检验费用减少。此后，人们逐步把数理统计方法应用到质量管理中去，建立了统计质量控制(SQC)的理论。

SQC开始形成时，没有得到大量应用，直到第二次世界大战期间，由于军火工业发展的需要，为了在军工生产中提高产品质量、增加产量和降低成本，美国政府才大力提倡和推广SQC，使SQC大显身手。美国国防部为此制订了三个战时质量控制标准：

AWS Z1.1　质量管理指南(1941年)；

AWS Z1.2　数据分析用控制图法(1941年)；

AWS Z1.3　工序控制用控制图法(1942年)。

要求军工企业贯彻执行，并要求在交货检验中采用科学的抽

样检查方法．历史证明，由于美国大力推广应用ＳＱＣ，使得它的军工生产在数量上、质量上、经济上都占世界领先地位，获得了明显的军事上和经济上的效果．

50年代起，美国通用电气公司的费根堡姆（A. V. Feigenbaum）和质量管理专家朱兰（J. M. Juran）提出了全面质量管理（ＴＱＣ）的理论．他们认为要生产满足用户要求的产品，单纯依靠数理统计方法对生产工序进行控制是很不够的，提出质量控制应该从产品设计开始，直到产品到达用户手中，使用户满意为止．它包括市场调查、设计、研制、制造、检验、包装、销售、服务等各个环节，都要加强质量管理．使其不仅限于企业的技术部门和制造部门，而是使企业所有部门的职工都负有质量管理的责任．

二次世界大战后的日本，在学习美国质量管理经验的基础上，结合本国国情，发展和充实了ＴＱＣ．经过二十多年努力，日本工业产品质量明显提高，产品畅销全球，成为世界经济大国．"青出于蓝，而胜于蓝"，现在连美国都在认真学习日本ＴＱＣ的经验．日本的经验主要有三条：一是建立各基层的ＱＣ小组；二是每年全国开展一次质量月活动；三是各工厂、车间定期召开质量管理成果交流会．

自1978年以来，我国也在工业企业各部门中推广应用ＴＱＣ，取得了明显的效果．

质量问题是国家的重大战略问题，不仅关系到企业的生存和发展，而且关系到资源合理的开发和利用，关系到国家的繁荣和人民的幸福．产品质量好坏，是衡量一个国家、一个企业的技术水平、管理水平的主要标志．"质量第一"是我国在经济建设方面的长期战略方针．提高经济效益，最根本的是提高质量，降低消耗．近几年来，国家经委和各地经委以及中国质量管理协会，中国现场统计研究会对推行ＴＱＣ十分重

视，制订了一系列有关提高产品质量的政策和措施。同时也学习了日本、美国、瑞典等国的质量管理的理论和方法，取得了可喜的成果。据不完全统计，目前已有近三万八千个企业不同程度地开展了TQC活动，建立质量管理小组五十九万多个，直接为企业增收节支八十九亿多元，创造出大批优质产品和优质工程，取得了明显的经济效果。但是还有不少企业感到TQC难以深入，以致使TQC有所停顿，流于形式。因此，如何正确认识和评价我国工业企业TQC的现状，发现存在问题，寻找努力方向，是质量管理工作的当务之急。

质量管理的内容十分丰富，限于篇幅，本书只重点介绍生产制造过程和产品设计中的质量控制方法。这些质量控制方法简单易行，是国内外比较流行且在工业企业中得到广泛应用的方法，是推行TQC的基本手段。

由于我们水平有限，本书缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

1986年3月于南京华东工学院

目　　录

第一章　质量控制的基本知识

质量控制在工业生产中已从次要的、从属性的工作，逐步上升为对企业生存与发展具有决定性作用的主要管理工作之一．在国际上，质量控制的理论和方法已趋于成熟，它是概率论、数理统计学在工业企业质量活动中的应用．质量控制标准，已成为国际标准和各国工业标准中不可缺少的重要组成部分．

第一节　质量与质量特性

一、质　　量

质量是指产品、过程、服务能够满足规定要求和需要的特征和特性的总和．

产品——包括成品、半成品和在制品．

过程——是指若干程序或环节的连贯整体．例如产品制造过程是由若干工序组成，而设计、制造、检验、包装等合起来称之为产品质量形成过程，分开来为各个小过程．

服务——既包括企业性服务，也包括社会性服务；既有技术性服务，也有其它售前售后业务性服务．企业性服务，是指企业向用户提供的服务．社会性服务，是指一类以服务为目的的工作．

规定要求——是指政府的有关法令法规、合同、技术协议书、研制任务书的要求，以及有关标准和规范中的规定．

需要——主要指用户的需要．用户是指使用产品(或服务)、接受其质量影响的单位或个人，包括后续加工者、经销者、最终用户、公共用户等．对于用户的需要，应当仔细辨识其属于产品(或服务)的哪些特征和特性，以便将其转化为设计所需的质量指标．

质量又分为产品质量和工作质量．工作质量是指与产品质量直接有关的工作对产品质量的保证程度．企业内与产品质量直接有关的工作统称为质量职能，它是由企业内各有关部门分别承担的．只有各部门很好地承担其质量职能，提高工作质量，才能保证产品质量．

二、产品质量特性

产品质量是产品能够满足使用要求所具备的属性，即适用性．一般包括性能、寿命、可靠性、安全性和经济性．有时还包括可维修性和表面状况．

1. 性能

根据产品使用目的所提出的功能要求，包括正常性能、特殊性能和效率等．

2. 寿命

产品能够正常使用的期限．包括：

(1) 使用寿命：产品在规定条件下满足规定功能要求的工作总时间．

(2) 储存寿命：产品在规定条件下功能不失效的储存总时间．

3. 可靠性

产品在规定时间内和规定条件下，完成规定功能的能力。

4. 安全性

产品在流通和使用过程中保证安全的程度。

5. 经济性

产品寿命周期总费用，包括生产费用和使用费用。

所谓可维修性是指产品维修的难易程度。表面状况则包括外观、造型、装璜、包装等。

不同时期、不同用户对不同产品的质量特性要求的侧重点，往往各不相同。

三、真正质量特性与代用质量特性

从企业的角度出发，为了便于生产，往往用标准来衡量产品质量。但是由于人们的认识受科学技术水平和各种条件的限制，再加上用户的要求是多方面的和不断发展的，因而所制定的产品标准和实际使用要求之间经常有一定差距，所以应定期地修改标准，力求使其能满足用户的要求。这样，人们就把产品标准所反映的产品质量特性叫代用质量特性，而用户在使用中所要求的产品质量特性叫真正质量特性。真正质量特性和代用质量特性的区分是重要的。质量控制的任务之一，就是要经常研究产品标准和使用要求的符合程度，并作必要的调整和修改，以便用经济的手段生产用户所满意的产品。

四、质量特征值

质量特性通常表现为各种数量指标，即质量指标。一个具体产品常需用多个指标来反映它的质量。测量或测定质量指标所得的数值叫质量特征值，习惯上称为数据。

根据质量指标特性的不同，质量特征值可分为计数值和计量值两大类。

1. 计数值

当质量特征值只能取一组特定的数值，而不能取这些数值之间的其它数值时，这样的特征值叫做计数值，如不合格品数、废品数、缺陷数、疵点数等。它们不能连续取值，只能取0，1，2，3，…。计数值可进一步区分为计件值和计点值。

（1）计件值：对产品进行按件检查时所产生的属性（如评定好或坏）的数据，如一批产品中的合格品数、废品数、亏损数等。

（2）计点值：每件产品上的质量缺陷的个数。如棉布上的疵点数、铸件上的砂眼数等。

2. 计量值

当质量特征值可以取给定范围内的任何一个可能的数值时，就得到计量值数据，如用各种计量工具测量的数据(长度、重量、时间、寿命、强度、硬度、温度、化学成分含量等)，一般可带有小数。以长度为例，在1厘米和2厘米之间它可连续取值1.1，1.2，1.3，…；在1.1至1.2之间仍可进一步连续取值。测量仪器精度越高，小数点后面的位数就取得越多。但由于测量仪器的精度所限，取得的计量值往往也象计数值那样呈

现跳跃状。

不同种类的质量特征值所形成的统计规律是不同的，从而形成了不同的质量控制方法.

第二节　质量控制与全面质量管理

一、质 量 控 制

质量控制是指为使产品、过程或服务达到和保持规定的质量要求所采用的方法、手段、操作技能和作业活动等综合性管理技术活动. 质量控制通常采用下述两种方式:

1. 对质量形成全过程的控制

一般采用组织管理方法，即规定质量形成全过程(又叫质量循环)中各环节和各部门的质量职能和控制要求. 根据国际标准化组织1985年公布的“质量管理和质量体系要素指南”国际标准草案 (ISO/DIS9004)，质量循环包括市场调查、设计研制、采购、生产工艺准备、制造、检验测试、包装储运、销售交付、安装调试、售后服务与维修、处置等十一个环节。应当把以上质量职能组织成为一个有机整体，使之互相保证和协调，这就是质量(保证)体系. 为此，应当把质量控制工作延伸到外部采购过程和使用过程，而不应局限于生产制造过程. 在质量控制中，组织管理工作占据了主要工作量.

2. 统计质量控制

由于现代的质量控制，大量采用数理统计方法，所以有时也称为统计质量控制. 统计质量控制的基本方法有三种:

(1) 线外质量控制(见第六章). 用正交设计和参数设计

方法提高产品的设计质量，使产品质量稳定、价格低廉，在市场上具有竞争力.

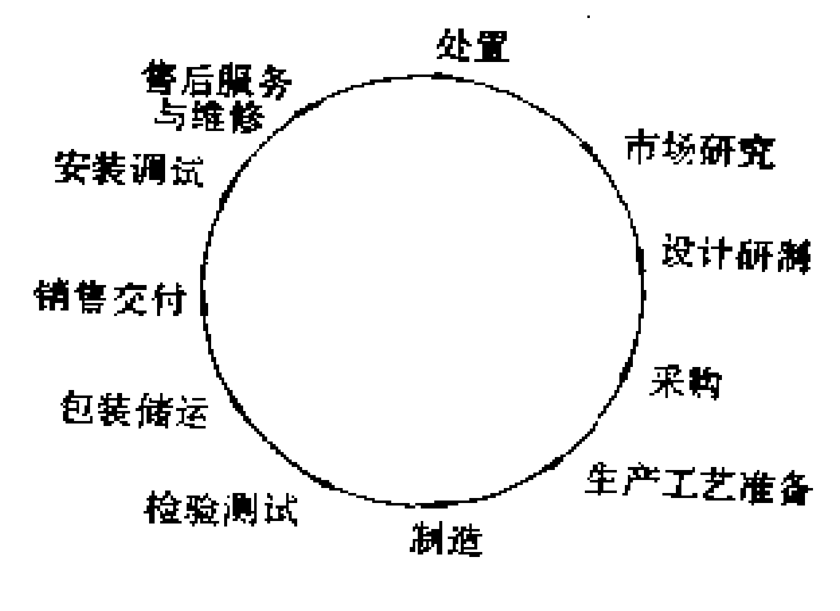


图 1.1　质量循环

(2) 控制图(见第三章). 通过控制界限判断生产过程中质量波动的正常原因(随机误差)和异常原因(系统误差), 以便消除异常波动，保持正常波动，使生产过程始终处于统计控制状态.

(3) 产品抽样检查(见第四、五章). 根据整批产品中一小部分产品的质量检查结果来判断整批产品的质量，以便了解整批产品的质量状况及其趋势，从而进一步控制和提高产品质量，尽量减少不合格品.

二、全面质量管理

全面质量管理的基本涵义可概括为：把专业技术、经营管理、数理统计、运筹学和质量意识教育结合起来，建立起一整套质量保证体系，从而用最经济的手段，生产用户满意的产品的全部活动. 其核心是通过加强全面质量管理，提高企业素质，增强企业竞争能力，提高产品质量，降低消耗.

为实现上述目的，全面质量管理强调必须进行“三全”管理，即质量形成全过程的质量控制；在“质量第一”思想基础上

的全体人员都参加的质量管理；企业各部门都以工作质量来保证产品质量，并采用多种方法的全面管理。

全面质量管理的基本特点是：在指导思想上从过去的事后检验(以把关为主)转变为以预防、改进为主；在方式方法上从管“结果”转变为管“因素”，使各类影响产品质量的因素处于“受控”状态，从而进行连续、完备和有效的控制；在组织管理上把过去的以分工为主，转变为以协调为主，使企业各部门围绕企业的方针目标(包括质量管理目标在内)联成一个紧密的整体。

全面质量管理的活动程序必须遵循计划、实施、检查、处理的程序循环。取其英文第一个字母，简称为PDCA循环。在解决具体质量问题时往往经历以下八个步骤：

计划阶段(*P*)

第一步：分析质量现状，找出存在的质量问题。为此必须广泛收集数据。

第二步：分析产生质量问题的原因或影响因素。

第三步：找出影响质量的主要因素。

第四步：针对影响质量的主要因素，制订对策措施。

实施阶段(*D*)

第五步：按照既定的对策具体实施。

检查阶段(*C*)

第六步：检查实施效果，并与预期目标相对照。

处理阶段(*A*)

第七步：总结成败原因，将成熟的经验教训纳入标准化，巩固取得的成果，防止再发生以前的质量问题。

第八步：本次循环遗留问题，转入下一个 PDCA 循环。

第三节　全面质量管理的基础工作

开展全面质量管理必须具备若干基本条件、基本手段和基本制度．首先要做好以下基础工作．

一、标准化工作

标准化是企业进行生产技术活动和各项管理的依据．企业的标准主要包括技术标准和管理标准两大类．

技术标准是指工业标准化中的产品质量标准化、零部件通用化和品种规格系列化在企业中的具体运用，按内容可分为产品标准、工艺标准、基础标准．按级别可分为国际标准、国家标准、部颁标准、企业标准．

管理标准是将企业的各项业务管理工作，根据调查研究、系统分析和方案比较，经过实践考验，找出最佳效果的规律性，订出标准，使有关人员的业务活动有章可循、有法可依．这样可以提高工作效率，避免由于新陈代谢、人事更替所带来的影响．这就要求在规定工作目标的同时，也要规定达到目标的方法．这一般是企业多年经验的总结，其数量之多，往往超过技术标准．

质量控制方法本身，现已由国际标准化组织（ＩＳＯ）中的统计方法应用标准化技术委员会（ＴＣ69）制订了一整套国际标准，包括常用统计方法、控制图和抽样检查等．

二、计量工作

计量工作是质量控制的基本保证手段．没有计量工作的

准确性，就谈不上贯彻产品质量标准和进行质量控制．目前国内不少企业计量手段落后，这是影响质量控制有效进行的重要问题．

企业应设置专门的计量管理机构和理化试验室，确保计量器具及仪器的正确合理使用．要严格进行入库检定、入室检定、周期检定和返还检定．对已磨损、损坏的计量器具及仪器应及时修理和报废．对不在使用过程中的计量器具及仪器要妥善存放保管．要逐步实现检测手段现代化．

三、质量信息管理

质量信息是质量管理和质量控制的耳目和"神经系统"，全面质量管理的活动过程实际上是质量信息的流动过程．

质量信息是指反映质量形成全过程各环节的基本数据、原始记录和情报资料．

质量信息管理主要应组织好企业内领导与基层、上下道工序、各部门之间的信息反馈，以及企业外部用户和外协厂与企业之间的质量信息反馈．为此必须设立质量信息中心，制订信息管理制度，使信息的收集、整理、分类、传输、汇总、立档等管理过程流程化，规定各部门与有关人员的信息责任，并确定信息管理考核办法．

所谓信息反馈，不只是信息的传输或反映，它还包括判断、协调、决策、处理和推动．

质量信息管理还包括加强质量情报工作，整理各种原始记录，做好各种质量统计，注意收集国内外质量动态，收集和积累大量数据，建立质量档案等．

四、质量责任制

质量责任制是全面质量管理的基本制度，是建立经济责任制的首要环节。

建立质量责任制，就是要明确规定在质量形成过程的各阶段、各环节中，每个程序、每个部门、每个岗位、每个人的质量责任，明确规定其任务(或目标)，职责、权限、考核等。使质量工作有标准、有专责、有检查、有考核，从而形成一个严密的质量责任系统。不少企业在经济责任制中规定了质量责任的否决权，坚持有奖有罚，从而把“质量第一”的方针落实到每个具体岗位和管理标准中，取得了积极的效果。

五、质量教育

质量教育包括三个组成部分

1. 质量意识教育

一般认为，在处理质量意识与管理工作的关系上，应把质量意识放在第一位，而把管理方法放在第二位。因此，企业各级领导应主动承担有关质量意识的教育，其中包括树立“质量第一”的思想、产品质量的重要性、产品缺陷的危害性、质量管理的必要性等方面的教育。

2. 全面质量管理知识和方法教育

全面质量管理知识主要包括常用数理统计方法、质量控制基本知识、质量成本等内容。用这些知识分析现状、制订质量控制和质量改进计划，并有效实施之。

3. 技术培训

其目的在于改善企业职工的技术素质，包括岗位培训、基本功训练、应知应会教育等。

实践证明，如果企业职工缺乏全面质量管理知识和素养，即使有了新材料、新设备、新技术、也仍然生产不出优质产品。

质量教育应注意把对领导者的重点教育，技术、管理人员的系统教育和广大职工的普及教育结合起来，坚持学以致用，培养一支热心质量管理的积极分子队伍。

六、质量管理机构

全面质量管理要求把广泛分散在企业各部门的质量职能，有机地结合成统一的质量保证体系，为此必须设置专职的质量管理机构，以进行有效的组织、协调、检查、监督。质量管理（或质量保证）机构的工作，将改变过去那种管理强调分工、各自为政的现象，使企业各部门围绕满足用户要求这一基本目标联系成为一个紧密的整体。其中要特别重视质量信息的沟通和处理，建立质量管理机构日常工作秩序。

对大型企业来说，强调质量管理、质量保证、质量检验部门的分工和合作，是十分必要的。

七、文 明 生 产

文明生产包括生产组织的科学管理，生产过程的合理安排和生产环境的整洁卫生。

生产组织的科学管理，是指要均衡组织生产，健全各种定额，管理好半成品和成品，对不合格品进行隔离、统计和处理。

生产过程的合理安排，是指要使生产流程尽量缩短，避免迂回、重复，尽量使用工位器具，避免产品的碰撞和划伤。

生产环境的整洁卫生，是指生产场地及环境要清洁卫生，光线照明适度，物品堆放整齐，工夹量具放置妥当，通道畅通无阻，设备仪器保持良好状态。有时还要求对厂房的温度、湿度、振动、灰尘等进行控制，甚至要求净化和超净化工作环境，以保证产品质量。

第四节　质　量　诊　断

一、什么是质量诊断

质量诊断又叫质量咨询、质量审核、品质稽查。

所谓质量诊断，就是组织具有质量管理理论知识，又有丰富实践经验，且经规定资格认可的专家，深入企业现场，在调查分析的基础上找出质量工作中存在的问题，查明原因，提出具体改进方案，并指导其实施的服务性活动。

现代意义上的质量诊断是从六十年代开始的。它把质量作为一个系统来研究，而不象以往那样作为一道工序（如检验）、一种方法、一种手段来研究（如统计质量控制）。从企业内部来说，质量诊断是质量保证的重要内容；从企业外部来说，是宏观质量管理的组成部分，是政府扶持中小企业，保障消费者利益，对产品质量进行监督、管理、调节和控制的重要手段之一。

二、质量诊断的特点

质量诊断具有如下特点：

（1）诊断是按照正式的合法程序进行的．企业内部诊断由经理或厂长授权进行，企业外部诊断则按合同进行．

（2）诊断过程带有较强的管理培训性质．诊断人员不仅向企业传授质量管理理论和方法，还可介绍、推广、移植其它企业质量管理经验．

（3）诊断的主要对象为中小企业，它有助于改善工业生产中的薄弱环节，提高产品质量，从而取得较好的社会效益．

（4）诊断不同于检查评比，它具有很强的服务性；要重视企业的"个性"，而不是"共性"；强调行业和企业的特点，反对用千篇一律的模式去套用；诊断的目的在于改善，要防止无效的、书面的、文件式的质量管理．

（5）质量诊断是一项难度较大、地位特殊的工作．它要求在较短时间内准确判断企业存在的问题，并开出可行的"处方"．但因"处方"只具有建议性，不具有指令性，所以"处方"必须要有很强的说服力，因此要求诊断人员有较高的素质和敏锐的洞察力．

（6）在国际上诊断过程已逐步程序化，有一套系统的方法和原则，并已形成具有相当规模的社会职业队伍．

三、产品质量诊断

质量诊断包括三部分内容：产品质量诊断、工序质量诊断、质量体系和质量管理诊断．前两者属硬件诊断，后者属软件诊断．所谓产品质量诊断，是指对已检验入库或已进入流通领域的产品实物质量进行抽查试验，审查产品是否符合有关标准和满足用户需要，掌握产品质量信息，以便采取措施消除缺陷和加以改进．它在某种意义上也是产品质量跟踪体系．一般要解决好四个问题：

1. 产品质量缺陷分级标准

按质量缺陷的重要程度加以分级，并相应确定不同的加权值，以便获得可予以比较的同一质量尺度．其优点是：诊断工作可突出重点；便于将众多的计量、计数特性缺陷进行综合，给出总的质量评价．一般可分为下列四级：

A 级——致命缺陷，会造成安全事故和用户不能使用者．

B 级——重要缺陷，会造成功能严重下降者．

C 级——一般缺陷，对功能有一般影响者．

D 级——轻微缺陷，对功能不产生影响者．

一般可用如下加权值： *A* 级 100 分，*B* 级 50 分，*C* 级 10 分，*D* 级 1 分．

2. 样本大小

样本大小 (n) 太大，费用太高；样本大小 (n) 太小，不能准确可靠地推断总体的性质，犯错误的可能性太大．怎样确定合适的样本大小 (n) 呢？有下面两个经验公式．

(1) 批量较大时采用日抽查，样本大小应用下述经验公式

$$n = 0.008N + 2 \tag{1.1}$$

n：样本大小

N：日产量

例如，某无线电厂彩色电视机车间，每班生产 200 台彩色电视机，每天两班共生产 400 台，根据该厂日抽查制度，每天抽查的样本大小为

$$n = 0.008 \times 400 + 2 = 5.2 \approx 6 (台)$$

该厂每天在入库产品中抽查 6 台，合格后产品方可出厂，

这样使彩色电视机一次开箱合格率大为提高。

一般认为，新产品和较复杂产品，样本大小要加倍。

(2) 批量较小时采用月抽查。美国贝尔电话公司按下式确定样本大小

$$n = k\sqrt{2N} \tag{1.2}$$

n：每月抽查的样本大小

k：产品质量均匀性、复杂性系数

N：月产量

k值选择如表 1.1

表 1.1

复杂性 \ 均匀性	质量不均匀	质量均匀
复杂产品	2.5	1.25
简单产品	2	1.00

3. 诊断产品质量的期间

产品质量诊断最理想的做法，是把实际使用性能同用户使用要求相比较。但这样做很困难，耗资也太大，因此多数产品采用近似的做法，即将试验室的试验结果与标准相比较。这种做法所选择的期间包括下列几种：在检验员检验以后；包装以后到运输目的地；销售者收到产品时；用户收到产品时；使用时。这五种期间对诊断效果各有利弊，应根据诊断要求加以选择。

4. 产品质量诊断要强调满足用户的适用性需要

例如，某企业十分强调产品外观，进行质量诊断四个月以后发现如表 1.2 所列数据：

在同一时期中，从现场退货的产品，其缺陷数据如表

表 1.2

项目	缺陷性质	占诊断中发现的缺陷百分比
1	表面光洁度不佳	65
2	装配错误	16
3	零件不合格	10
4	零件配错	9

表 1.3

项目	缺陷性质	占诊断中发现的缺陷百分比
1	材料破损	79
2	焊接点不牢	21

1.3.

这两个表对比分析表明，产品质量诊断没有起到跟踪产品质量、揭露严重缺陷的作用，而这正是导致退货的主要原因．强调表面光洁度是追求质量至善论的后果．

四、工序质量诊断

所谓工序质量诊断，是对工序质量定期或专题进行验证、抽查考核工序中影响产品质量的各种因素的变动情况，以便采取对策加以改善．其动机可能是常规的质量保证规定，也可能是基于用户申诉而临时安排的质量保证要求．

1. 工序质量控制要求

工序质量控制是质量控制中一项面广量大的主要控制活动．它要求对产品制造过程进行连续、完备和有效的控制，即使其始终处于“受控”状态．受控状态包括对材料、机器设备、工艺方法、人员、供应设施（如水、电、气等）、计算机软件和环境的适度控制．对以上影响质量的因素的控制，目的在于保持工序质量的正常波动，消除异常波动．

但是在不同的产品和工序中，影响质量的各类因素并不是同等地起作用的。换句话说，总是有一、二个因素起支配性作用，其余因素则居次要地位。所谓工序质量控制主要是控制起支配性作用的关键因素。为此就要进行工序分析，运用专业技术、数理统计方法和集中群众经验，找出不同工序的关键因素，并且要调查这些因素(工序条件)与工序结果(质量特征值)之间的关系，特别要注意明确其数量关系。然后在此基础上建立因素管理(或条件管理)标准，其内容包括因素或条件所应达到的目标值，以及达到和实现目标值的措施和手段。根据标准要求，开展常规的工序质量控制活动。

美国质量管理学家朱兰（J.M. Juran）曾经列举了不同工序起支配性作用的不同因素，并且介绍了不同的控制方法(详见表 1.4)。朱兰认为，这类占支配地位的变量到处可见，应当有意识地加以利用，并据此建立控制系统。

2. 工序质量控制的准备

(1) 单元件功能分类：单元件包括零件、固定连接件、初级装配件、元器件等。

a. 功能分类

关键特性：该特性如果失效或损坏，可能导致危及人身安全后果或产品无法执行规定功能。

重要特性：该特性如果失效或损坏，可能迅速导致或显著影响最终产品不能完成要求的功能。但不会发生危及人身安全的后果。

一般特性：除关键特性、重要特性之外的所有特性。

b. 单元件分类

关键件：含有一个或多个关键特性的单元件（还可含有其它特性）。

表 1.4　支配性变量的工序分类

装置定位起支配作用	机器起支配作用	操作者起支配作用	材料、部件起支配作用
各种典型工序			
冲孔	包装	电弧焊	钟表装配
钻孔	螺丝加工	手焊	汽车装配
切削	自动切削	人工研磨	其它机械装配
铰孔	容积充填	轧钢	塑料制品装配
模压	重量装填	喷漆	电子装配
浇铸	造纸	电子调谐	食品配方
绕线	梳羊毛	手工包装	蔬菜包装
贴商标	电阻焊接	修理	零售
热铅封	化学流程	食品供应	快餐
印刷	运输	办公室工作	
数据处理	电力效能		
制造过程中的典型控制方法			
首件检验	巡回检验	巡回检验	供应商的分级
批的划分	x 图	p 图	进货检验
预控	中位数控制图	c 图	操作前控制
精确界限值的测定	$\bar{x}$-R 图	操作者评分	接收检验
特性的视觉检验	预控	系统审核	
	精确界限值的测定		
	p 图		
	系统审核		

重要件：　含有一个或多个重要特性的单元件(还可含有一般特性)。

一般件：不含关键、重要特性的单元件。

c. 工序分类

关键工序：由关键特性形成的工序和关键成件的入厂验收工序。

重要工序：由重要特性形成的工序和重要成件的入厂验

收工序.

一般工序：除关键、重要工序之外的工序。

以上分类，一般是在设计阶段完成的.

(2) 对关键件、重要件的控制

a. 对其材料、毛坯、半成品及成品应按规定项目进行重复检验并专门保管.

b. 规定详尽的工艺参数，以及所使用的工装周期鉴定方法。

c. 关键特性全检，重要特性、一般特性抽检，但抽样方案应前者严、后者宽.

d. 关键、重要工序应定人、定设备. 人员要考核.

e. 所使用设备要重点维护，计量和工装要严格校验.

f. 完善批次管理，使其具有质量可追查性.

(3) 选好控制点： 控制点是指所选定的重点控制对象，包括的工序和项目如下：

a. 关键尺寸、部位、工艺参数所形成的工序.

b. 质量不稳定、重复故障多、合格率低的工序.

c. 用户意见较多的项目.

d. 对下道工序的质量有重大影响的工序.

e. 加工周期长、原材料贵重、一旦出问题损失昂贵的工序(特别是后道工序).

3. 工序质量控制方法

一般采用工序标准化、各种统计方法（详见下述各章)、组织管理措施. 应当重视不同行业、不同生产类型、不同企业的质量控制特点. 例如，对于大量或成批加工工序的质量控制，一般普遍采用不合格品统计管理为主，运用 $\bar{X}-R$ 控制图为辅的质量控制方法. 对于单件小批量加工工序，主要方法

是认真做好生产准备(包括设备、工装、材料要及早检查和准备),操作人员要严格考核、精心操作,保证均衡生产,实行全数检查,并辅之适用的统计方法;对特种工序比如焊接、热处理、表面处理、探伤、金相检验等工序,控制工序质量的主要因素是操作人员技术水平的考核,其次是各种工艺参数如温度、压力、配方、电流、电压等的控制. 应当建立系统记录和调节制度,并由专门人员进行工艺参数的检验和诊断;对于流水生产线,一般要求只装不配,零件拿来就装,一装即成,不允许过多地调整和更换. 因此待装的元器件必须符合规定的质量要求,这样才能保证整机质量.

从行业来说,电子产品的可靠性管理;机械工业的首件三检,层层把关和铸造质量控制;仪表工业的设计质量控制、均衡生产和环境控制要求;化学工业的中间工序及一系列工艺参数的控制;纺织工业的严格工艺管理和工人操作方法,先进经验的培训与推广;医疗工业指令性的质量控制程序;食品工业的容器灌装控制、工艺卫生控制和设备控制(自动生产线)等都各有其特点,我们应当充分重视和具体对待.

4. 工序质量诊断

工序质量诊断的目的在于考核各工序或工序中影响工序质量的各种因素是否处于受控状态,所谓"受控"就是要求:

(1) 生产过程必须按规定的标准(规程、规范)程序进行.

(2) 随时监控质量动态,一旦发现"失控",必须立即找出异常原因,把质量事故消除在发生之前.

(3) 万一发生质量问题,要能够及时发现,及时纠正,不出批量质量事故.

(4) 产品质量具备可追查性.

美国康明斯公司是国际上最大的柴油发动机的生产厂家，其技术和质量在世界上处于领先地位．它建立了每十八个月进行一次工序质量诊断制度． 这个公司强调质量控制、质量检验与质量保证三权分立，工序质量诊断属于质量保证．它根据企业质量管理重点和传统习惯，突出工序质量诊断，进而把设计、供应、培训等串连起来，作为保证工序质量的重要手段．康明斯公司的工序质量诊断大纲采用提问式，列举了 377 个问题，其广度和深度显示了该公司严格的科学管理水平．

我国某显象管厂在工序质量控制中重视开展工序条件(因素)管理． 例如总装分厂对 72 个控制点开展了 396 项条件管理；玻璃分厂对 128 个控制点进行了 1462 项条件管理．质量工作由管结果变为管因素，有力地保证了产品质量的优质稳定．

日本学者把通过工序取样测定，发现异常，找出原因，采取措施，恢复正常状态的工序控制方法称之为工序诊断调节法，并提供了一套独具特色的工序诊断方法．

五、质量体系诊断

质量体系诊断，是指对质量体系各组成部分的质量职能及其配合进行审查和评价，以便确定是否能有效地实现所规定的质量目标，找出薄弱环节，予以改进．

1. 质量体系准则

企业是否建立了质量体系，应按照如下五条准则来进行判断．只有做到下列五条，才算建立了质量体系．

(1) 根据质量循环全过程所规定的各环节的质量职能，

确定企业有关部门在保证和提高产品质量中的职责、任务和权限.

(2) 建立质量管理组织体制,包括建立组织机构,实现质量管理业务标准化和质量管理流程程序化，建立质量责任制等.

(3) 编制质量体系文件. 最常见的形式是质量手册和质量体系流程图表.

(4) 设置灵敏、高效的质量信息反馈系统.

(5) 有常规的质量体系审核或诊断制度.

2. 质量体系诊断的内容

一般包括以下内容，但在具体诊断中可能侧重强调某一专题.

(1) 质量方针、目标、计划.

(2) 新产品开发设计的质量管理.

(3) 原材料、外购外协件的质量管理.

(4) 生产制造过程的质量管理.

(5) 质量检验.

(6) 使用过程的质量管理.

(7) 质量成本.

(8) 质量审核.

(9) 群众性的质量管理活动.

(10) 质量管理机构.

(11) 质量管理教育.

(12) 质量标准和有关文件.

(13) 数理统计方法(可靠性技术)的应用.

(14) 计量与测试技术.

(15) 质量信息管理.

3. 质量体系(质量管理)诊断程序

这里主要阐述由企业外部人员进行质量体系诊断的程序。一般分为三个阶段。

第一阶段：预备诊断(一周以内)

(1) 受诊企业提出申请，与诊断机构洽谈。

(2) 诊断机构进行预备调查。

a. 走访企业上级单位和主要用户。

b. 收集、分析与企业有关资料，包括行业竞争对手资料。

c. 参观受诊企业，进行诊断课题估价。

d. 制订诊断计划，组成诊断组。

(3) 与受诊企业签订诊断合同。

(4) 制订诊断提纲。一般采用提问式，询问应做的质量工作是否实施？如何实施？效果如何？如何考核？存在什么问题？什么原因？等等，以便系统地了解现状，分析问题和进行判断。

第二阶段：正式诊断(一个月以内)

(5) 阅读企业提供的各类资料。

(6) 听取厂级领导汇报。

(7) 参观企业现场。

(8) 与中层干部面谈。

(9) 组成专题组进行专题调查。

(10) 进行综合评价，研究改进方案。

(11) 提出处方建议，注明轻重缓急程度。

(12) 签订实施指导合同。

一般诊断在第二阶段就结束了，如企业提出申请，则进入第三阶段。

第三阶段：指导改进方案的实施活动

（13）建立负责改进活动的管理体制。

（14）进行科学管理培训。

（15）指导改进方案的实施活动。

第二章　简易的统计方法

简易的统计方法，一般是指生产现场经常使用、易于掌握的统计方法，包括直方图、排列图、因果图、波动图、工序能力指数、散布图等．在统计质量控制中其使用率占80%以上．

第一节　直　方　图

直方图法是适用于对大量计量值数据进行整理加工、找出其统计规律，即分析数据分布的形态，以便对其总体的分布特征进行推断的方法．主要图形为直角坐标系中若干顺序排列的矩形．各矩形底边相等，为数据区间．矩形的高为数据落入各相应区间的频数．

一、作 图 程 序

直方图的作图程序分九个步骤．

1. 收集数据

数据个数一般在100个左右，至少不少于50个．理论上数据越多越好，但因收集数据需要耗费时间、人力和费用，所以收集的数据有限．

例1　加工某轴，要求直径的尺寸为$\varnothing 64\begin{matrix}+0.007\\-0.009\end{matrix}$，现测得加工后的100根轴的直径．测量值$x=64+0.001c$，$c$值

见表 2.1，单位为 0.001mm。

表 2.1

2	0	△3	−1	△2	△3	2	1	1	△2
1	△3	−1	−1	1	2	×−5	0	△2	0
0	−2	1	−2	×−6	−1	−3	1	−4	−1
−1	−3	1	−2	−1	0	1	△3	−2	−3
−1	0	2	−1	−1	−2	−2	−2	0	−2
−4	×−5	−3	−4	1	×−3	−4	3	−1	−1
×−5	0	3	−3	0	0	△4	−1	×−5	−2
−2	−1	3	△0	−2	−1	−5	2	1	×−4
−2	−1	0	−1	−3	1	−1	×−4	1	0
△3	0	0	×−6	−1	−3	−3	1	−4	−1

2. 找出数据中最大值 L，最小值 S 和极差 R

先在表 2.1 中找出各列数据中最大值（△）和最小值（×），然后找出全体数据的最大值 L 和最小值 S。

数据的极差 R 等于最大值与最小值之差，即

$$R = L - S \tag{2.1}$$

本例中 $L = 4$，$S = -6$，$R = 10$。

区间 $[S, L]$ 称为数据的散布范围，记作 B，全体数据都在散布范围 B 内变动，本例 $B = [-6, 4]$。

3. 确定数据的大致分组数 k

建议分组数参照表 2.2，通常取 $k = 10$

表 2.2

总 数 n	分组数 k
50—100	6—10
100—250	7—12
250 以上	10—20

本例中，$n = 100$，取 $k = 10$.

经验证明，组数太少会掩盖各组内数据的变动情况；组数太多会使各组的高度参差不齐，从而看不出明显的规律.

4. 确定各组组距 h

$$h = \frac{R}{k} = \frac{L - S}{k} \tag{2.2}$$

计算 h 时，取测量单位的整数倍，一般将数据修约，取一位有效数字

$$h = \frac{4 - (-6)}{10} = 1.0$$

5. 计算各组上、下界限值

首先确定第一组下界限值. 应注意使最小值 S 被包含在第一组中，且使数据观测值不落在上、下界限值上. 故第一组下界限值取为

$$S - \frac{h}{2} = -6 - 0.5 = -6.5$$

然后依次加入组距 h，即可得到各组上、下界限值. 第一组上界限值为第二组的下界限值，第二组的下界限值加上 h 为第二组的上界限值. 其余类推. 最后一组应包含最大值 L.

各组上下界限值见表 2.3.

6. 计算各组中心值 b_i

中心值是每组中间的数值，可按下式计算

$$b_i = \frac{\text{第 } i \text{ 组下界限值} + \text{第 } i \text{ 组上界限值}}{2} \tag{2.3}$$

本例各组中心值见表 2.3.

表 2.3

产品名称		频数分布表				设备名称	
零件名称						检测仪器	
工序要求		操作者		生产日期		检测者	
质量标准	$\varnothing 64^{+0.007}_{-0.009}$	制表者		制表日期		抽样方法	

组号	组界限	组中值	c值	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	频数 f_i	u_i	f_iu_i	$f_iu_i^2$
1	63.9935—63.9945	63.994	−6	/	/																						2	−5	−10	50
2	63.9945—63.9955	63.995	−5	/	/	/	/	/																			5	−4	−20	80
3	63.9955—63.9965	63.996	−4	/	/	/	/	/	/	/																	7	−3	−21	63
4	63.9965—63.9975	63.997	−3	/	/	/	/	/	/	/	/	/															9	−2	−18	36
5	63.9975—63.9985	63.998	−2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/												12	−1	−12	12
6	63.9985—63.9995	63.999	−1	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/				20	0	0	0
7	63.9995—64.0005	64.0	0	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/									15	1	15	15
8	64.0005—64.0015	64.001	1	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/											13	2	26	52
9	64.0015—64.0025	64.002	2	/	/	/	/	/	/	/	/																8	3	24	72
10	64.0025—64.0035	64.003	3	/	/	/	/	/	/	/	/																8	4	32	128
11	64.0035—64.0045	64.004	4	/																							1	5	5	55
	合计																										100	0	21	463

备注：根据数据换算，第一组组中值63.994的 c 值为 −6，即 $x_1 = 64 + 0.01 \times (-6) = 63.994$，其余类推。

7. 作频数分布表

频数就是在 n 次试验中，数据落在该组中的次数 f_i.

在表 2.3 中填入各组上、下界限值和组中值 b_i，并将 100 个数据分别用斜线记入相应各组中，统计出频数 f_i，于是得到频数分布表(见表 2.3)。

8. 作频数直方图

以纵坐标为频数，横坐标为数据观测值，以组距为底边，数据观测值落入各组的频数 f_i 为高，画出一系列矩形，这样得到的图形称为频数直方图，简称直方图，见图 2.1. 在图的右上方记上数据观测值总数，并在图上标明标准界限。

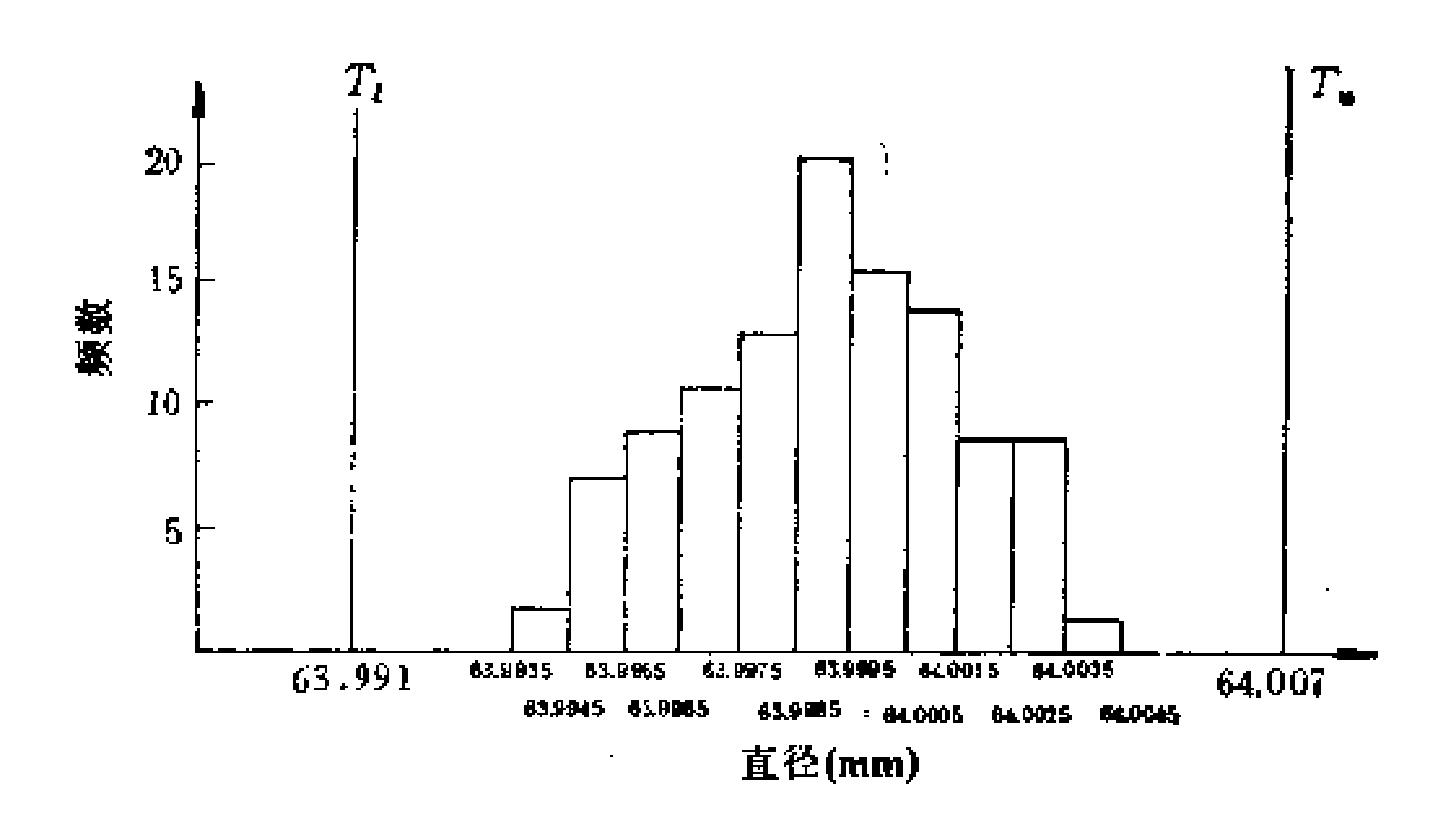


图 2.1 直方图

9. 计算均值 $\bar{x}$，标准差 s

均值 $\bar{x}$，标准差 s 是直方图两个最基本的统计特征量. 其计算方法按数据不分组和分组两种情况处理。

当数据个数 $n \leqslant 30$ 时，称为小样本。此时一般不分组，按下列公式计算 $\bar{x}$ 和 s

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.4}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{2.5}$$

在实际计算中，公式(2.5)可变成下式

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]} \tag{2.6}$$

当数据个数 $n > 30$ 时，称为大样本，此时可按下列方法进行近似计算。先对数据分组，设有 n 个数据，分成 k 组，每组的中心值为 x_i，频数为 f_i，则平均值 $\bar{x}$ 和标准差 s 分别等于

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i \tag{2.7}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - \bar{x}^2} \tag{2.8}$$

如果将每组中心值 x_i 作变换

$$u_i = \frac{x_i - q}{h} \tag{2.9}$$

其中 h 等于组距，q 等于最大频数 $f_大$ 相应的 x_i，如本例中 $f_大 = f_6 = 20$，$q = x_6 = 63.999(\text{mm})$，$h = 0.001(\text{mm})$。

利用变换后的数据，计算 $\bar{u}$ 和 s_u

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i u_i \tag{2.10}$$

$$s_u = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i u_i^2 - \bar{u}^2} \tag{2.11}$$

因此，对原数据有

$$\bar{x}=h\bar{u}+q=h\cdot\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_iu_i+q \tag{2.12}$$

$$s=hs_u=h\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_iu_i^2-\bar{u}^2} \tag{2.13}$$

本例中，先以频数 f_i 最大的一组中心值 q 进行变换，得 $u=0$. 在表 2.3 “u_i” 一栏内，以 $u=0$ 为基准，向观测值小的各组依次进行变换，得 -1, -2, -3, -4, -5；向观测值大的各组依次进行变换，得 1, 2, 3, 4, 5. 并经计算得

$$\Sigma f_iu_i=21$$

$$\Sigma f_iu_i^2=463$$

根据公式 (2.12) 和 (2.13) 求出

$$\bar{x}=0.001\times\frac{21}{100}+63.999=63.99921(\text{mm})$$

$$s=0.001\times\sqrt{\frac{463}{100}-\left(\frac{21}{100}\right)^2}=0.001\times2.14$$

$$=0.00214(\text{mm})$$

二、直方图的观察和分析

从直方图可以直观地看出产品质量特性的分布形态，便于判断工序是否处于统计控制状态，以决定是否采取相应处理措施。我们可从观察图形本身的形状，并与标准(公差)相比较，从而得出结论。

1. 判断分布类型

直方图从分布类型上来说，可分为正常型和异常型。

正常型是指工序处于稳定(统计控制状态)的图形。它的

形状是"中间高、两边低，左右近似对称"。"近似"是指一般直方图多少有点参差不齐，主要看整体形状。如图2.2即为正常型直方图，这是观测值来自正态总体的必要条件。

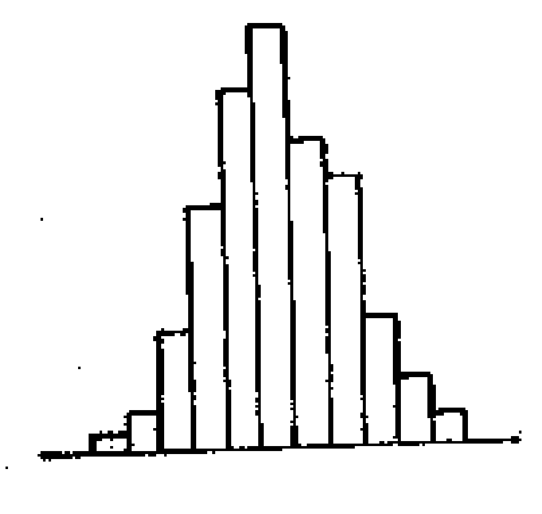


图2.2 正常型直方图

作完直方图后，首先要判断它是正常型还是异常型。如果是异常型，还要进一步判断它属于哪类异常型，以便分析原因，加以处理。

下面介绍六种异常型频数直方图。

(1) 孤岛型(图2.3)

在直方图旁边有孤立的小岛出现。

当工序中有异常原因，例如，原料发生变化，在短期内由不熟练工人替班加工，测量有错误等，都会造成孤岛型分布。此时应查明原因，采取措施。

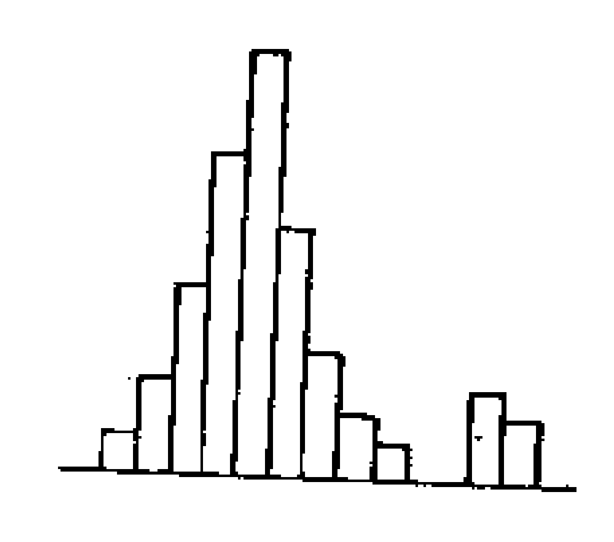


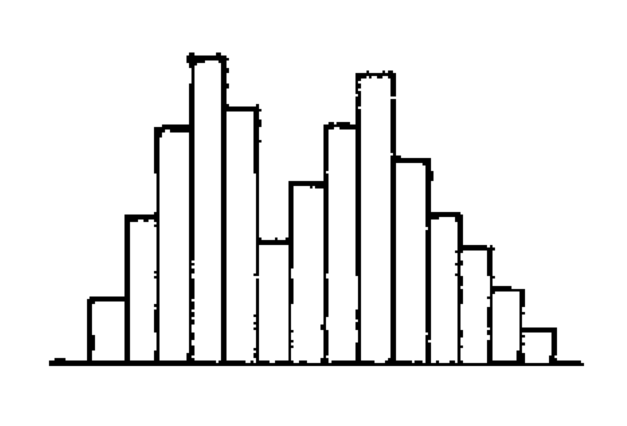
图2.3 孤岛型直方图

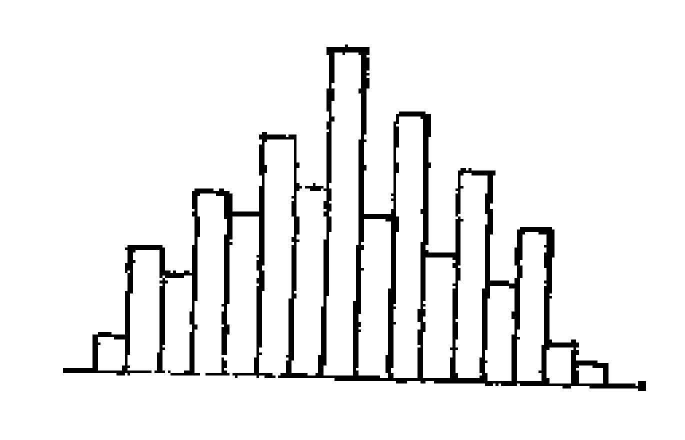
(2) 双峰型(图2.4)

直方图中出现两个峰(正常状态只有一个峰)，这是由于观测值来自两个总体、两个分布，现在混合在一起造成的。例如，两种有一定差别的机床(或原料)所生产的产品混在一起，或者两个工厂的产品混在一起。此时应当加以分层。

(3) 折齿型(图2.5)

直方图出现凹凸不平的形状。这是由于作直方图时数据分组太多，测量仪器误差过大，或观测数据不准确等造成的。此时应重新收集和整理数据。


图 2.4 双峰型直方图


图 2.5 折齿型直方图

(4) 陡壁型(图 2.6)

直方图象高山上的陡壁,向一边倾斜。

通常在产品质量较差时,为得到符合标准的产品,需要进行全数检查,以剔除不合格品。当用剔除了不合格品的产品数据作频数直方图时容易产生这种陡壁型,这是一种非自然形态。

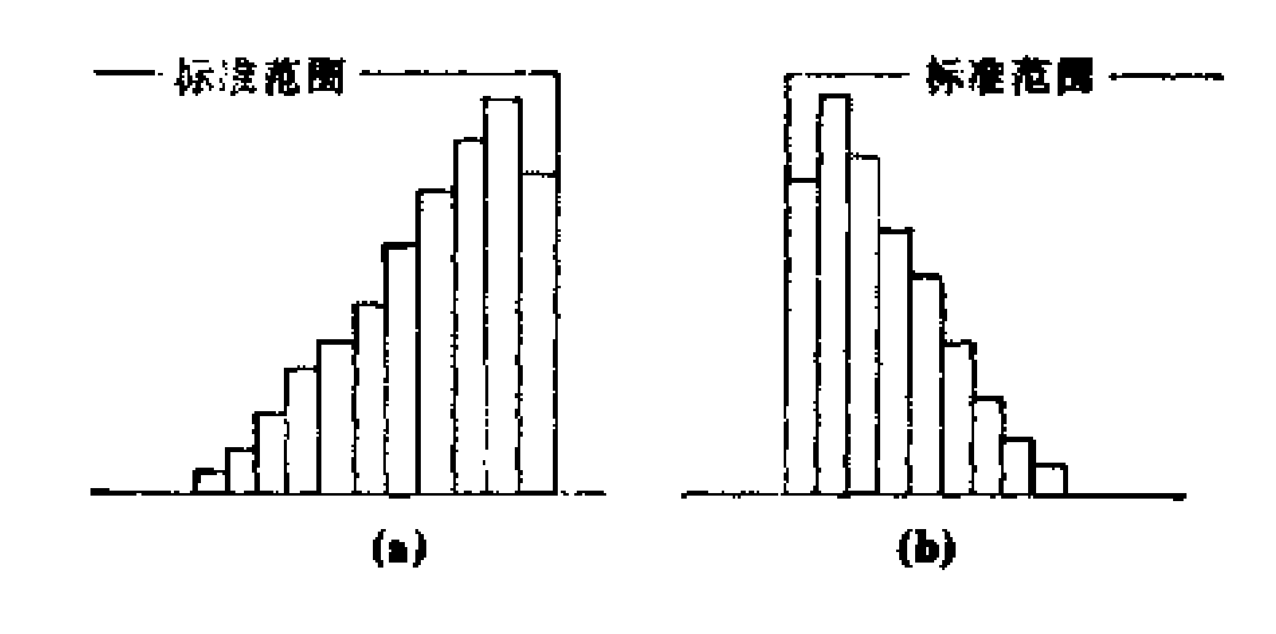
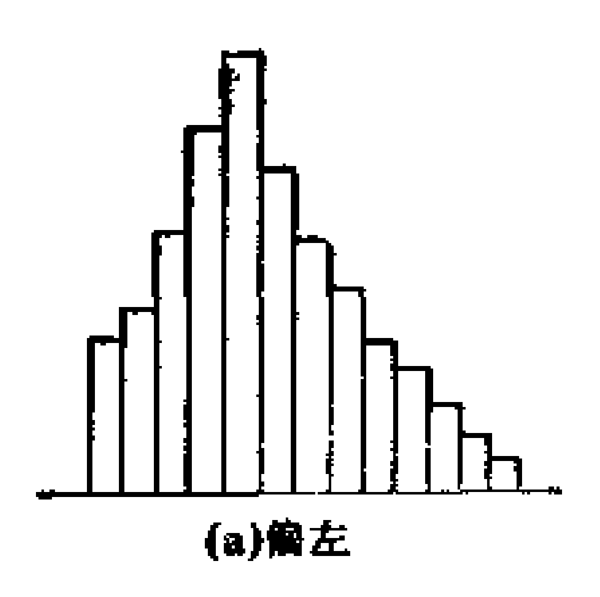


图 2.6 陡壁型直方图

(5) 偏态型(图 2.7)

直方图的顶峰偏向一侧,有时偏左,有时偏右。

a. 由于某种原因使下限受到限制时,容易发生"偏左型"。例如,用标准值控制下限,摆差等形位公差,不纯成分接近于 0,疵点数接近于 0,或由于加工习惯(如:孔加工往往偏小),都会形成偏左型。


(a)偏左

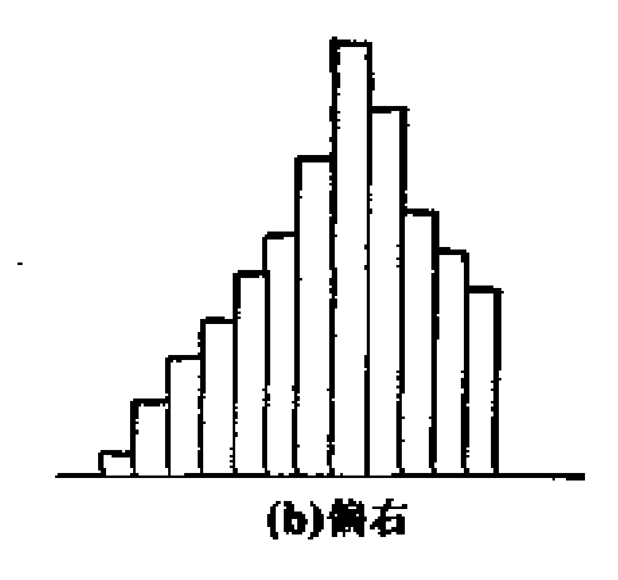

(b)偏右

图 2.7 偏态型直方图

b. 由于某种原因使上限受到限制时，容易发生“偏右型”。例如，用标准值控制上限，纯度接近 100%，合格率接近 100%，或由于加工习惯(如：轴外圆加工往往偏大)，都会形成偏右型。

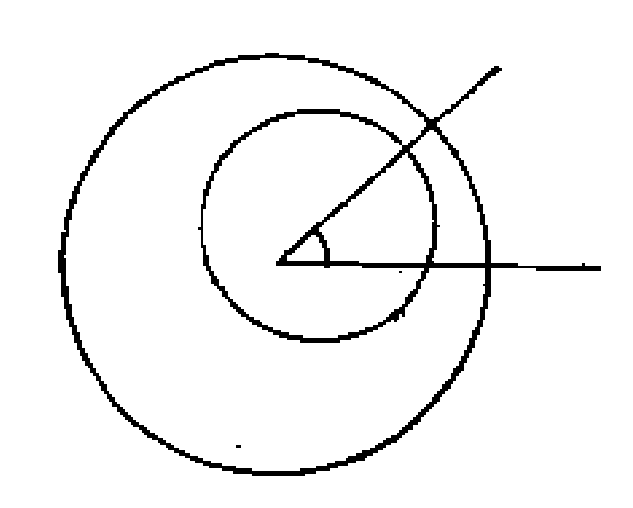
(6) 平顶型(图 2.8)

直方图没有突出的顶峰，呈平顶型。一般可能是以下三种原因造成的。

a. 与双峰型类似，由于多个总体、多种分布混在一起。

b. 由于生产过程中某种缓慢的倾向在起作用，如工具的磨损、操作者的疲劳等。


图 2.8 平顶型直方图


图 2.9 偏心角

c. 质量指标在某个区间中均匀变化。如偏心角 A 在区间 $[0, 2\pi]$ 中均匀变化(图 2.9)。

2. 直方图与规格范围比较

(1) 观测值分布符合规格的直方图有以下几种情况。

a. 散布范围 B 在规格范围 $T=[T_l, T_u]$ 内，两边略有余量，是理想直方图，如图2.10。

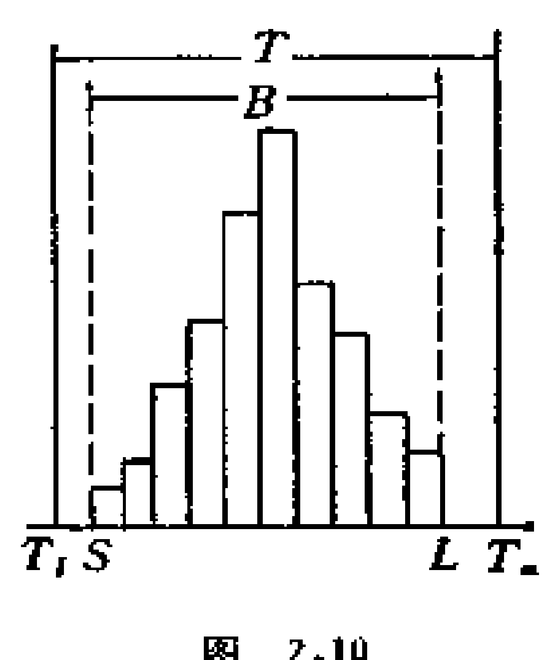
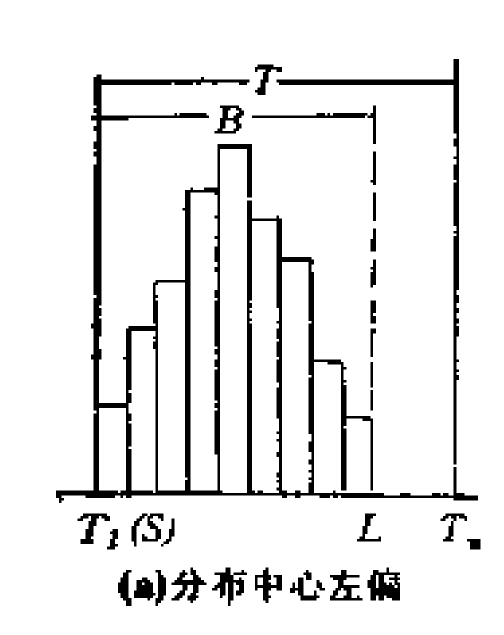
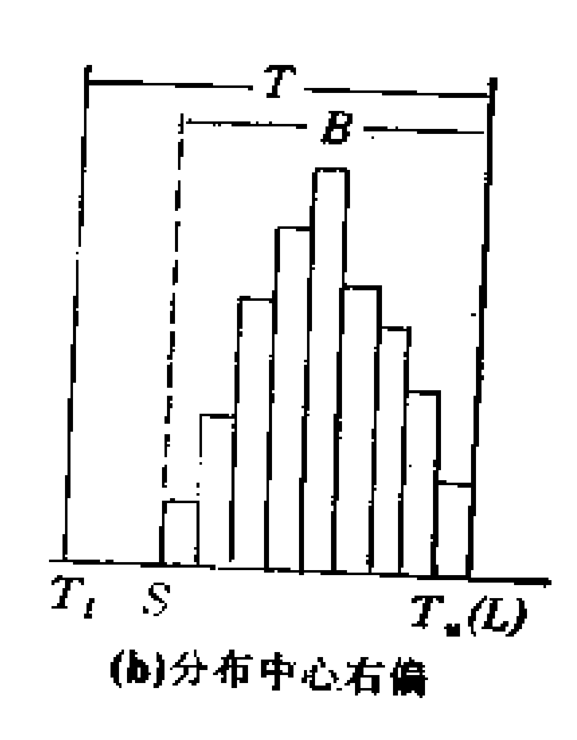


图 2.10

b. B 位于 T 内，一边有余量，一边重合，分布中心偏移规格中心。这时应采取措施使两者重合，否则一侧无余量，稍不注意就会超差，出现不合格品，如图2.11。



(a)分布中心左偏



(b)分布中心右偏

图 2.11

c. B 与 T 完全一致，由于两侧无余量，很容易出现不合格品，应加强管理，设法提高工序能力，如图2.12。

(2) 观测值分布不符合规格的直方图有以下几种情况。

a. 分布中心偏移规格中心，一侧超出规格范围，出现不

合格品，如图 2.13，这时应减少偏移，使两者重合，消除不合格品。

b. 散布范围 B 大于 T，两侧超出规格范围，均出现不合格品，如图 2.14，这时应缩小产品质量散布范围。

c. B 完全不在 T 内，产品全部不合格，应停产检查，如图 2.15。

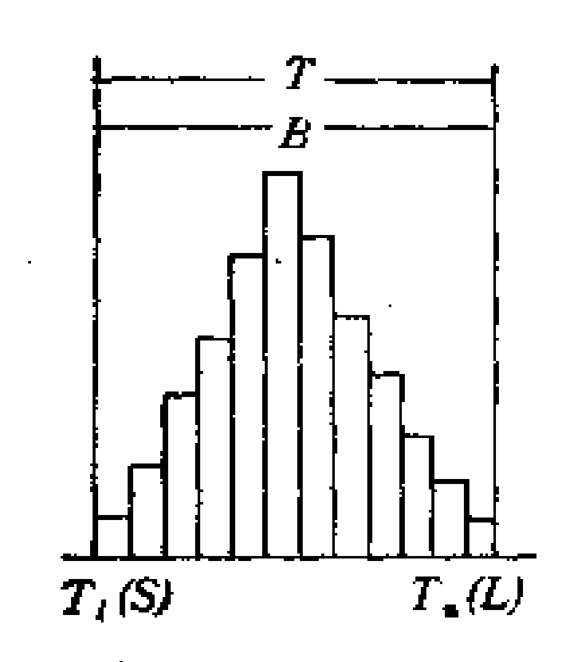


图 2.12

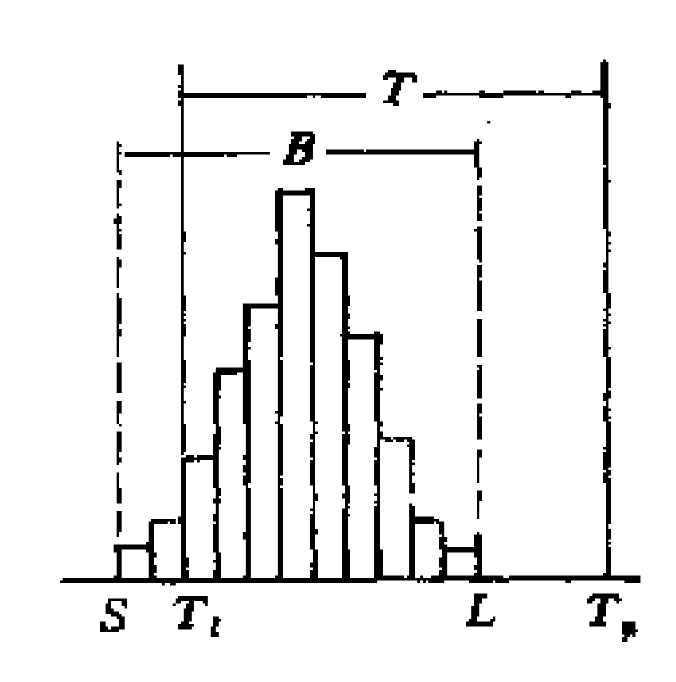


图 2.13

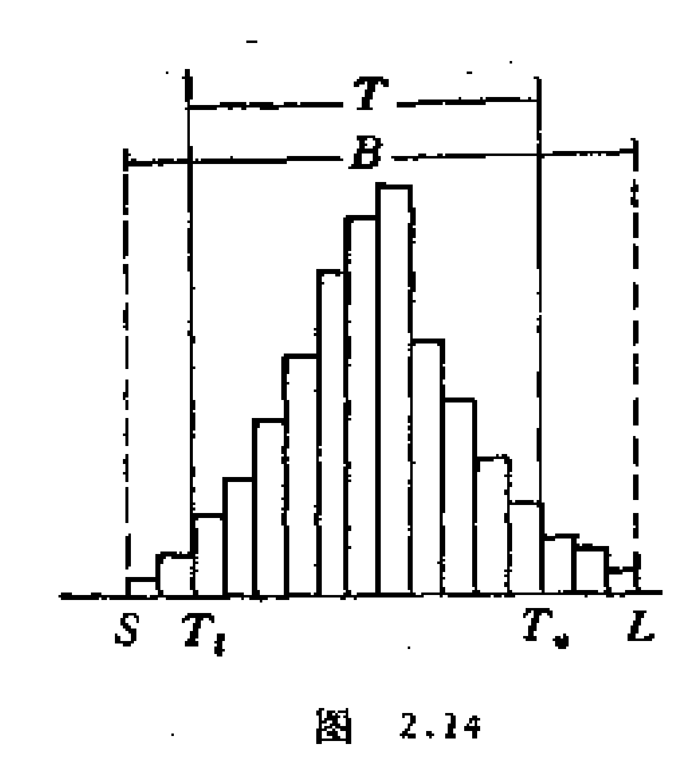


图 2.14

图 2.15

3. 直方图的局限性

直方图的一个主要缺点是不能反映生产进程中质量随时

间的变化。如果存在时间倾向，比如工具的磨损，或存在某些其它非随机排列，则直方图将会掩盖这种信息。例如图 2.16，在时间进程中存在着趋向性异常变化，但直方图图形却属正常型，掩盖了这种信息。

为此，直方图并不象许多人所想象的那样，可用来定义工序能力。关于工序能力，请参阅本章第五节。

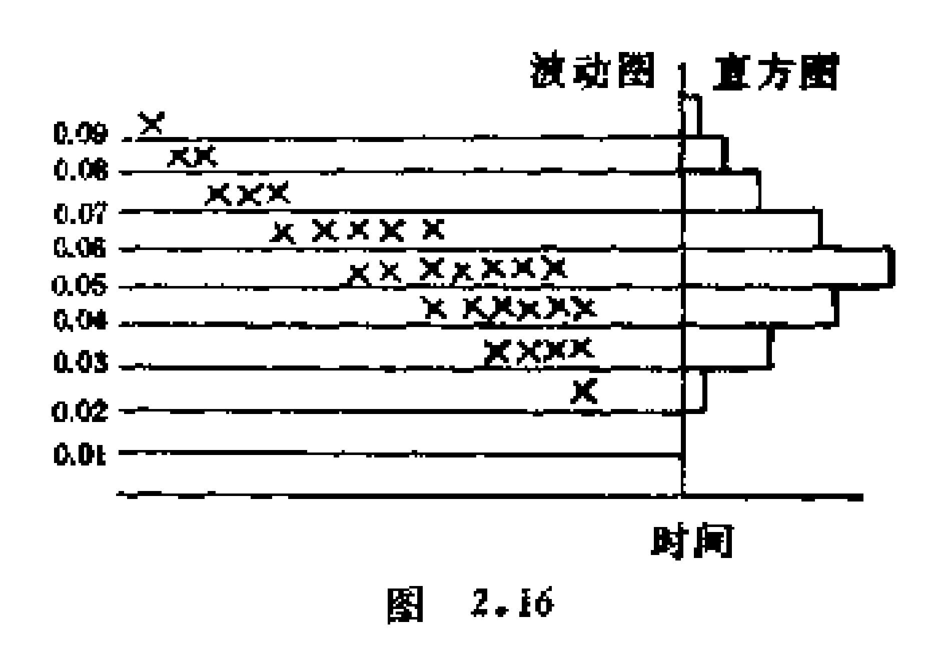


图 2.16

第二节 排 列 图

排列图是找出影响产品质量的主要问题的图表，它可以帮我们确定需要改进的关键项目。

排列图最早是由意大利经济学家巴累特 （Pareto） 用于统计意大利的财产分布状况的。他发现少数人占有社会上的大部分财富，而绝大多数人处于贫困状态，即所谓“关键的少数与次要的多数”这一相当普遍的社会现象。美国质量管理学家朱兰把这个原理应用到质量管理中来，成为在质量管理改善活动中，寻找关键问题的一种有力工具。

一、排列图的画法

下面通过一实例说明应用步骤。

例 2 某化工机械厂对已制造的十五台尿素合成塔焊缝返修缺陷所需工时进行统计分析，见表 2.4。

表 2.4

序号	项目	返修工时 f_i	频率 p_i%	累计频率 F_i%	类别
1	焊缝气孔	148	60.4	60.4	A
2	夹渣	51	20.8	81.2	A
3	焊缝成型差	20	8.2	89.4	B
4	焊道凹陷	15	6.1	95.5	B
5	其它	11	4.5	100	C
合计		245	100		

1. 确定分析的对象

一般指某种产品(零件)的废品件数、吨数、损失金额、消耗工时及不合格项数等。本例是返修工时。

2. 确定问题分类的项目

可按废品项目、缺陷项目、零件项目、不同操作者等进行分类。本例为缺陷项目，如焊缝气孔、夹渣、焊缝成型差等。

3. 收集与整理数据

列表汇总每个项目发生的数量，即频数 f_i。项目按发生的数量大小，由大到小排列。“其它”项不论发生的数量大小，皆放在最后一项。

4. 计算频数 f_i、频率 p_i 和累计频率 F_i

首先统计频数 f_i，然后按 (2.14)、(2.15) 式分别计算

$$p_i = \frac{f_i}{f} \tag{2.14}$$

$$F_i = p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_i = \sum_{i=1}^{i} p_i \qquad (2.15)$$

5. 画图

排列图由两个纵坐标，一个横坐标，几个顺序排列的矩形和一条累计频率折线组成.

左边的纵坐标表示频数 f_i，右边的纵坐标表示频率 p_i；横坐标表示质量项目，按其频数大小从左向右排列；各矩形的底边相等，其高度表示对应项目的频数(或频率)；在各矩形的左边或右边的延长线上打点，各点的纵坐标值表示对应项目的累积频率；以原点为起点，依次连接上述各点，所得折线即为累计频率折线.

6. 根据排列图确定主要因素、有影响因素和次要因素

主要因素：累计频率 F_i 在 0—80% 左右的若干因素.它

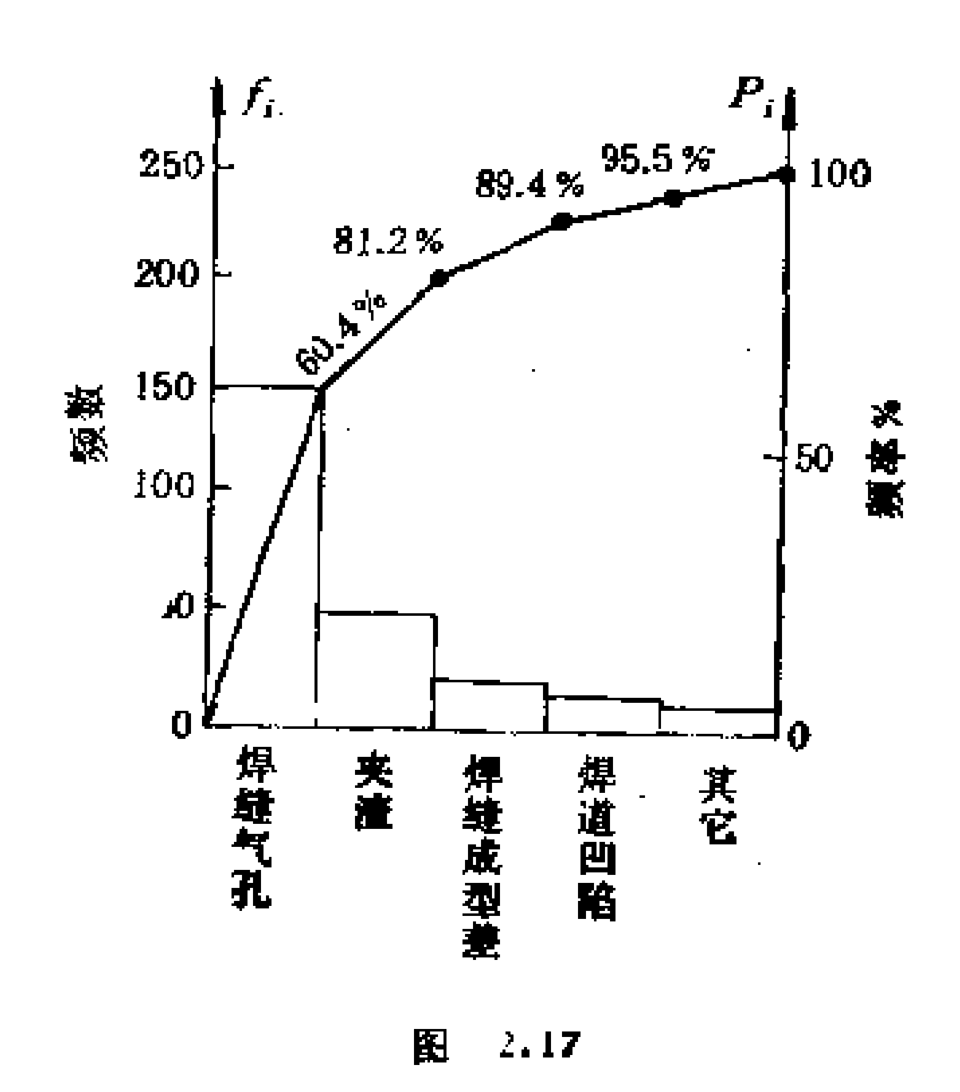


图 2.17

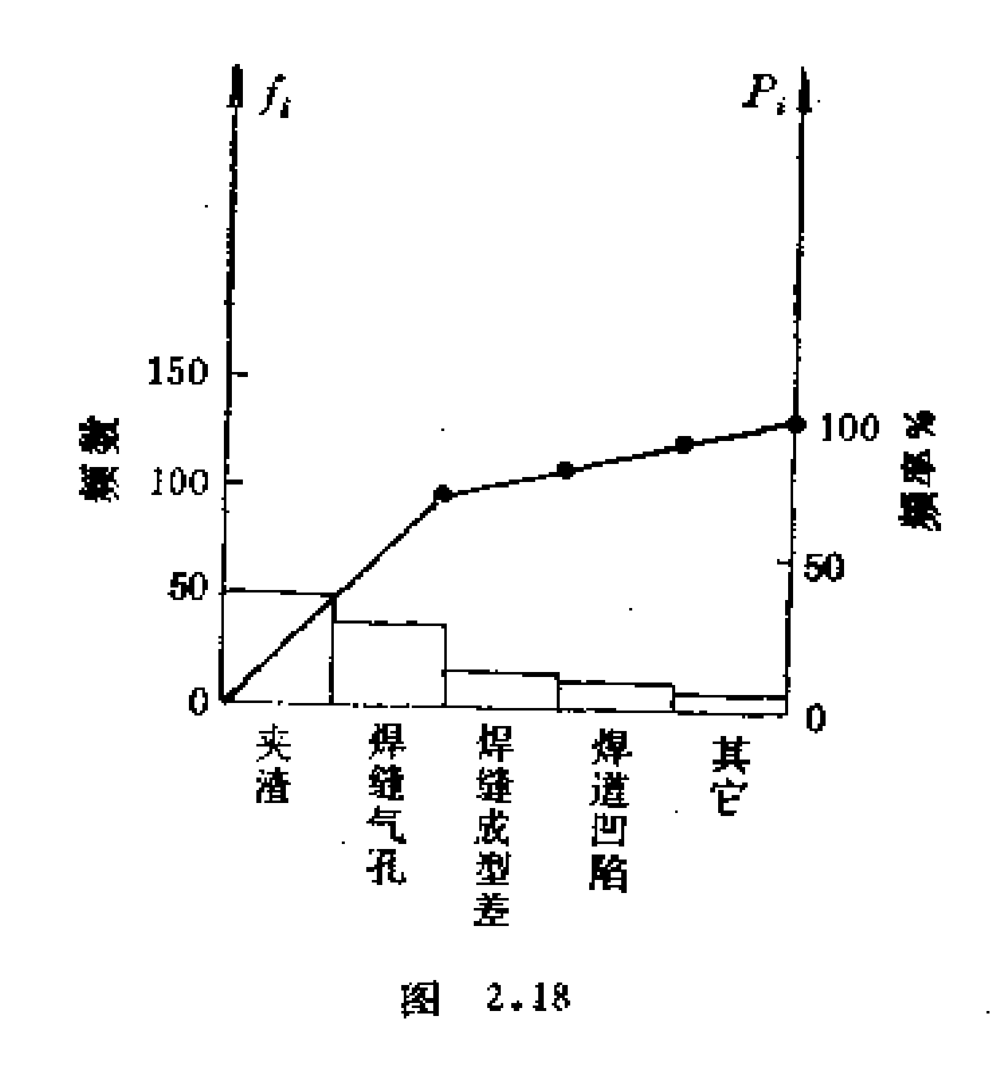


图 2.18

们是影响产品质量的关键原因，又称为 A 类因素。其个数为1—2个，最多不超过3个。

有影响因素：累计频率 F_i 在 80—95% 左右的若干因素。它们对产品质量有一定的影响，又称为 B 类因素。

次要因素：累计频率 F_i 在 95—100% 左右的若干因素。其对产品质量仅有轻微影响，又称为 C 类因素。

例 2 中"焊缝气孔"和"夹渣"为主要因素，"焊缝成型差"和"焊道凹陷"为有影响因素，"其它"为次要因素。

二、排列图的用途

1. 找出主要因素

排列图把影响产品质量的"关键的少数与次要的多数"直观地表现出来，使我们明确应该从哪儿着手来改进产品质量。实践证明，集中精力将主要因素的影响减半比消灭次要因素要收效显著，而且容易得多。所以应当选取排列图前 1—2 项

主要因素作为质量改进的目标。如果前1—2项难度较大，而第3项简易可行，也可先对第3项进行改进。

2. 解决工作质量问题也可用排列图

不仅产品质量，其它工作如节约能源、减少消耗、安全生产等都可用排列图改进工作，提高工作质量。

3. 检查改进质量措施的效果

采取改进措施后，为了检验其效果，可用排列图来检查。如果确有效果，则改进后的排列图中横坐标上因素排列顺序或频数矩形高度应有变化。如在例2中，对主要因素"焊缝气孔"改进后，频数矩形高度明显下降，且在排列图中退居为第二项，见表2.5。

表 2.5

序号	因　素	返修工时 f_i	频率 p_i%	累计频率 F_i%	
1	夹　渣	48	36.4	36.4	A
2	焊缝气孔	40	30.3	66.7	
3	焊缝成型差	17	12.9	79.6	
4	焊道凹陷	15	11.3	90.9	B
5	其　它	12	9.1	100	C
合　计		132	100		

三、注意事项

(1) 主要问题若可进一步分层，则需根据分层类别收集数据，再作排列图，以便对因素进行深入分析，找出因素中的子因素，特别是其核心因素，从而采取措施，予以解决。

(2) 若因素较多时，可将最次要的若干因素合并为“其它”项。

(3) 左边纵坐标应尽可能用“金额”表示，以便增强可比性。

第三节　因　果　图

在找出主要质量问题以后，为分析产生质量问题的原因，以确定因果关系的图表称为因果图。一般采取开质量分析会的办法，集思广益，将群众的意见反映在因果图上。因果图又称树枝图、特性要因图。

一、因果图的构成

因果图由质量问题和影响因素两部分组成。图中主干箭头所指的为质量问题，主干上的大枝表示大原因，中枝、小枝、细枝等表示原因的依次展开。

二、因果图的画法

(1) 确定待分析的质量问题，将其写在图右侧的方框内，画出主干，箭头指向右端，见图 2.19。

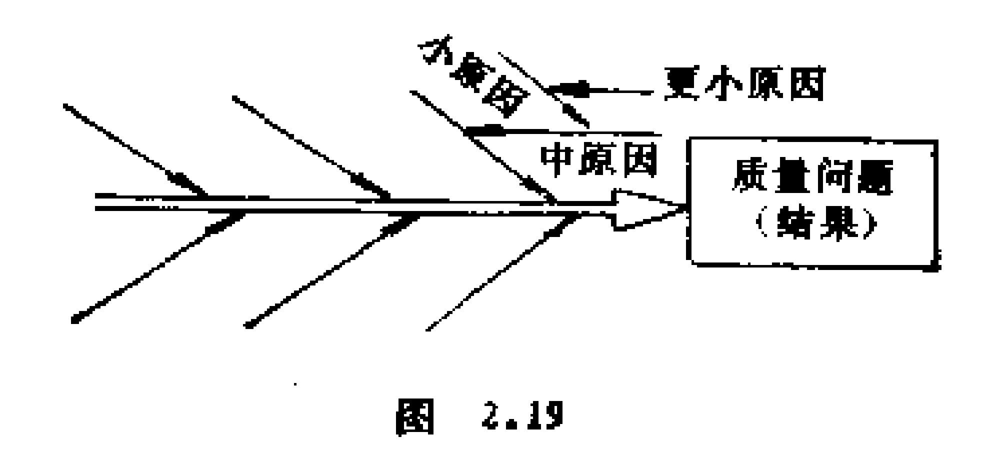


图 2.19

（2）确定该问题中影响质量原因的分类方法。一般分析工序质量问题，常按其影响因素——人、设备、原材料、方法、环境等分类，取其英文的第一个字母，简称为 4M1E。也有按加工工序分类。作图时，依次画出大枝，箭头方向从左到右斜指向主干，在箭头尾端写上原因分类项目，见图 2.20。

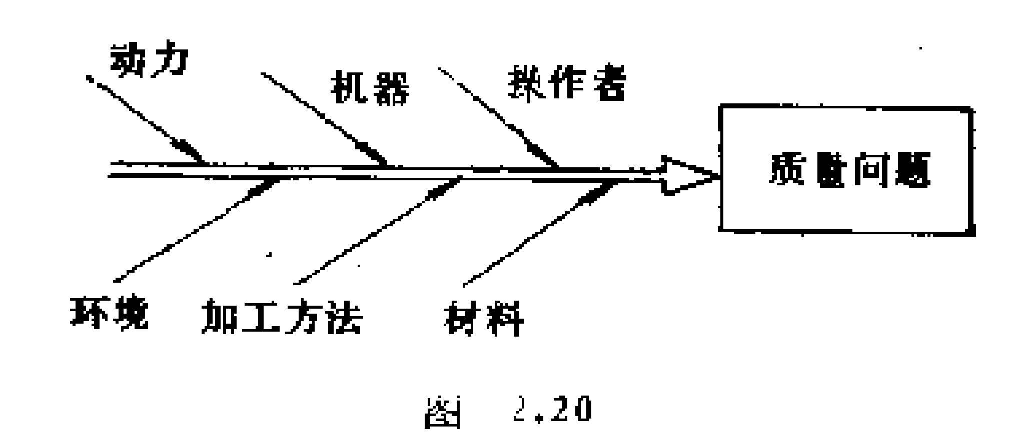


图 2.20

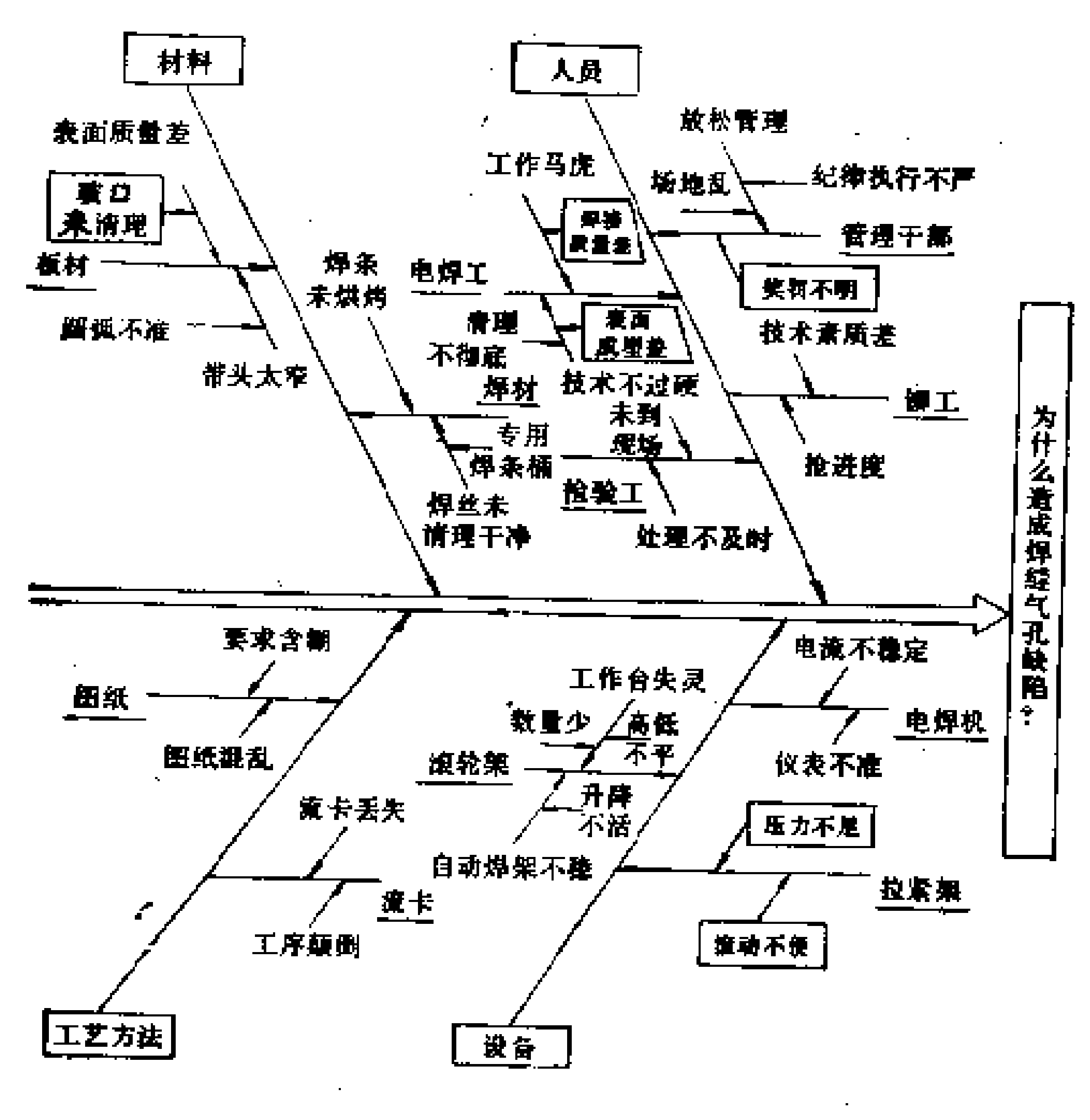


图 2.21 因果图

(3) 将各分类项目分别展开. 每个中枝表示各项目中造成质量问题的一个原因. 作图时,中枝平行于主干,箭头指向大枝,将原因记在中枝的上下方,见图 2.19.

(4) 将原因再展开, 分别画小枝. 小枝是造成中枝的原因. 依次展开,直至细到能采取措施为止.

(5) 分析图上标出的原因是否有遗漏,找出主要原因,画上方框,作为质量改进的重点.

(6) 注明因果图的名称、绘图者、绘图时间, 参加分析人员.

为分析排列图 2.17 上第一位主要因素"焊缝气孔缺陷"原因,作因果图,见图 2.21.

三、注 意 事 项

(1) 分析大原因时应根据具体情况, 适当增减或另立名目. 除人、设备、原材料、方法、环境等因素外, 有时还包括动力(水、电、煤气、蒸气、压缩空气等)、管理、计算机软件等因素.

(2) 发扬民主,集思广益,畅所欲言, 结合别人的见解改进自己的想法,意见提的越多越好.

(3) 主要原因可用排列图、投票或试验验证等方法确定, 然后加以标记.

(4) 画出因果图后, 就要针对主要原因列出对策表. 包括原因、改进目标、措施、负责人、进度要求、效果检查和存在问题等. 例如根据图 2.18 上列出的主要原因作对策表(见表 2.6).

(5) 因果图的重要作用在于明确因果关系的传递途径, 并通过原因的层次细分, 明确原因的影响大小与主次. 如有

表 2.6

零件名称		工序名称		对策表	质量问题		焊缝气孔	
质量要求		使用设备			登记日期		完成日期	

序号	影响因素	改进目标	措施	负责人	进度	效果
1	焊接质量差		1.组织定期培训 2.开展"各道工序无差错"竞赛		×月×日 ×月×日	
2	奖惩不明		制定奖惩制度		×月×日	
3	坡口未清理		进行试验，选择合理焊接坡口		×月×日	
4	电流不稳定		更换电焊机，保证电流电压稳定		×月×日	
5	拉紧架压力不足与滚动不便		改造包扎拉紧架		×月×日	
6	表面成型差		1.在施工现场铺橡皮软垫 2.定专人施焊每道缝的外层		×月×日 ×月×日	

足够的数据，可以进一步找出原因中哪些影响平均值 $\bar{x}$，哪些影响标准差 s，或者对原因发生的概率进行估计，从而作出更确切的分析。

第四节 波 动 图

为了观察和分析质量特征值随时间波动的状态，以便监控其变化的图形，称为波动图，又叫工序能力图。

一、波动图的画法

(1) 波动图为直角坐标系中的一个波动曲线。横坐标表

示抽取观测值的顺序号(或时间)，纵坐标表示观测的质量特征值。

(2) 把规格(公差)界限（或压缩的规格界限）标注在图上。

(3) 随时间变化，在不同时刻抽取样本测定，将观测值打点。

(4) 把点连结成波动曲线。将波动曲线与规格界限进行比较，看其是否满足质量要求。

例 3 某零件规格为 $\phi31^{+0.010}_{+0.002}$，其尺寸波动图，见图2.22。

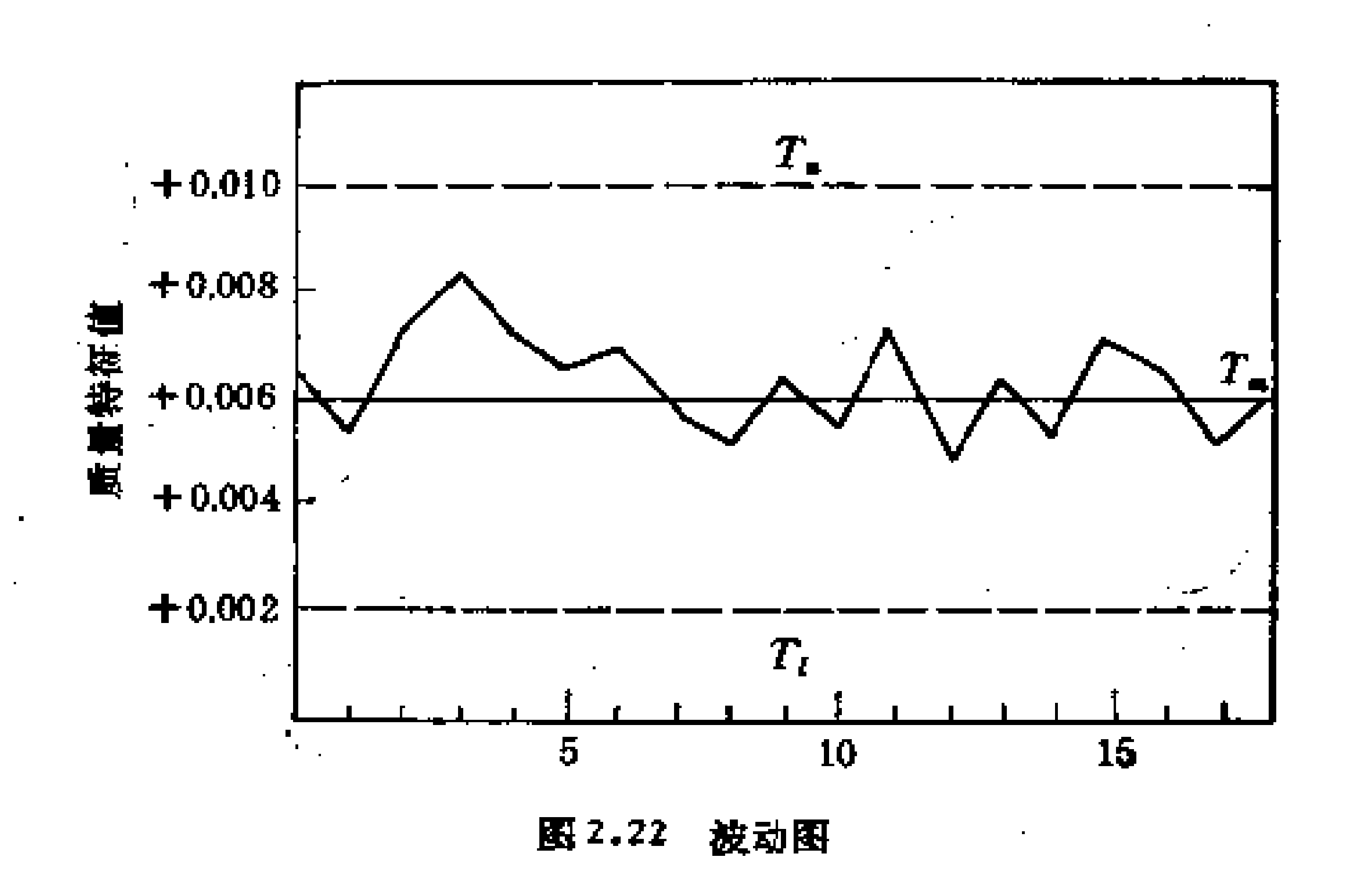


图 2.22 波动图

二、波动图的分析和判断

根据波动图所给出的信息，可以对工序进行分析判断。常见的波动图有以下几种情况。

(1) 质量特征值在规格界限内，且点子排列无异常现象，此时可以认为生产工序处于稳定的统计控制状态，如图

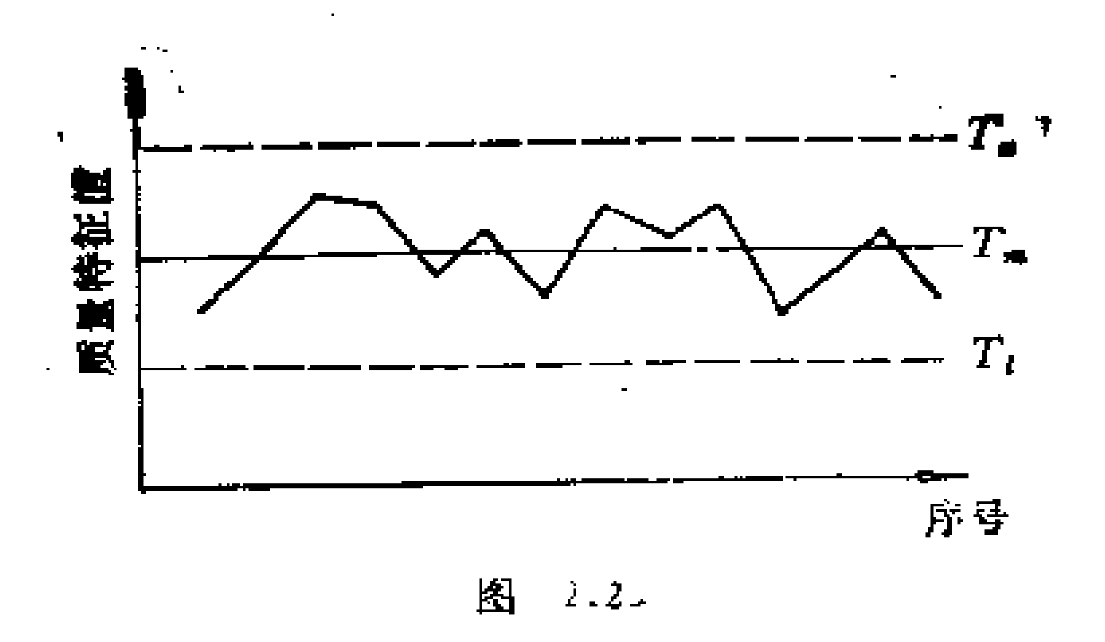


图 2.23

2.23。

(2) 质量特征值波动偏大，个别点超出规格界限，如图 2.24。

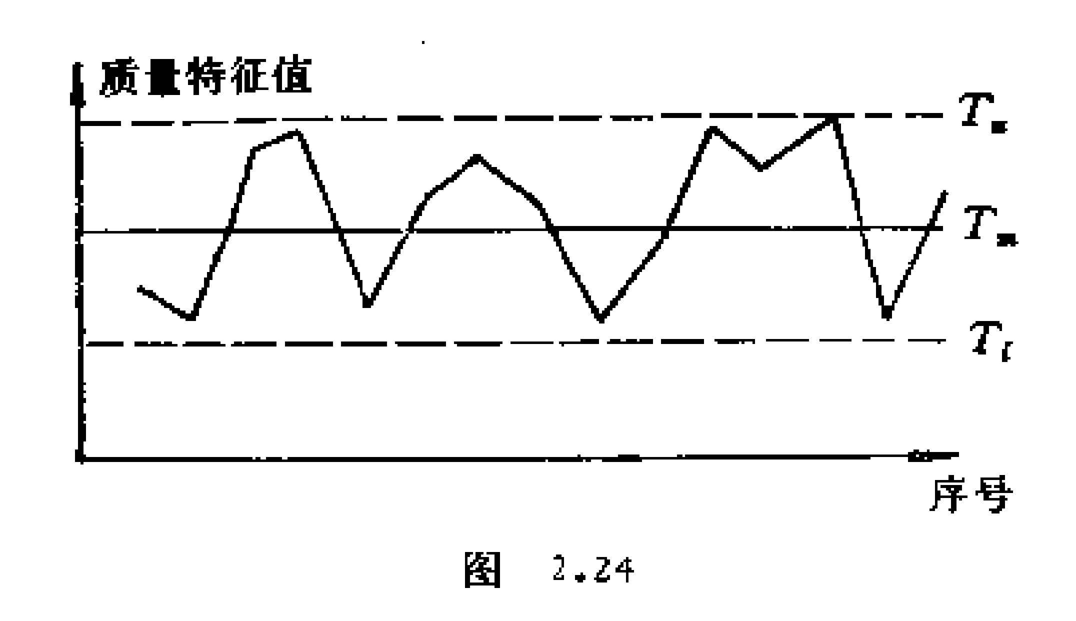


图 2.24

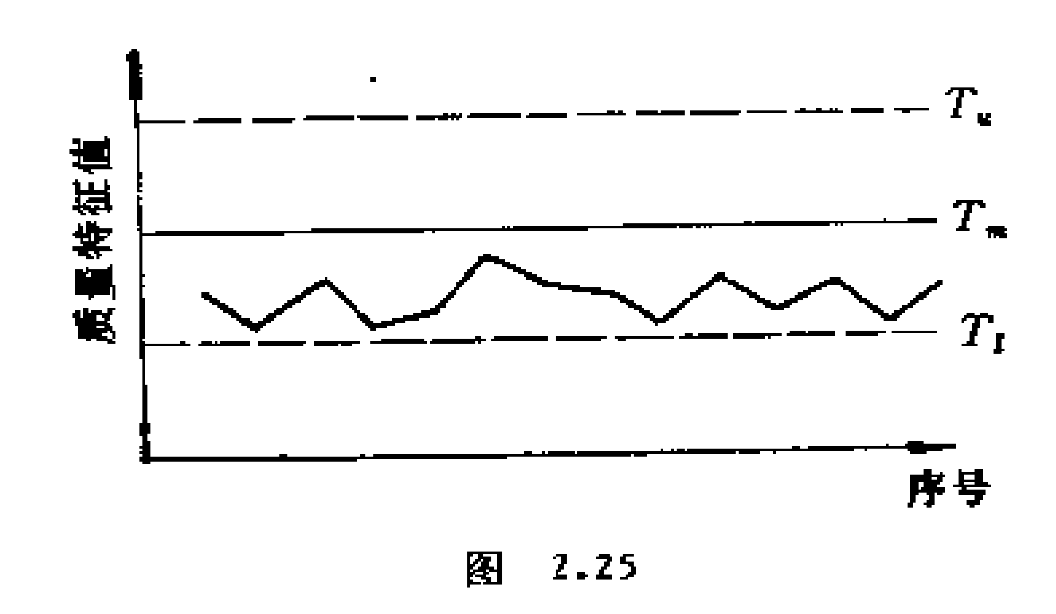


图 2.25

(3) 质量特征值波动量小，但均值偏小(或偏大)，如图 2.25。

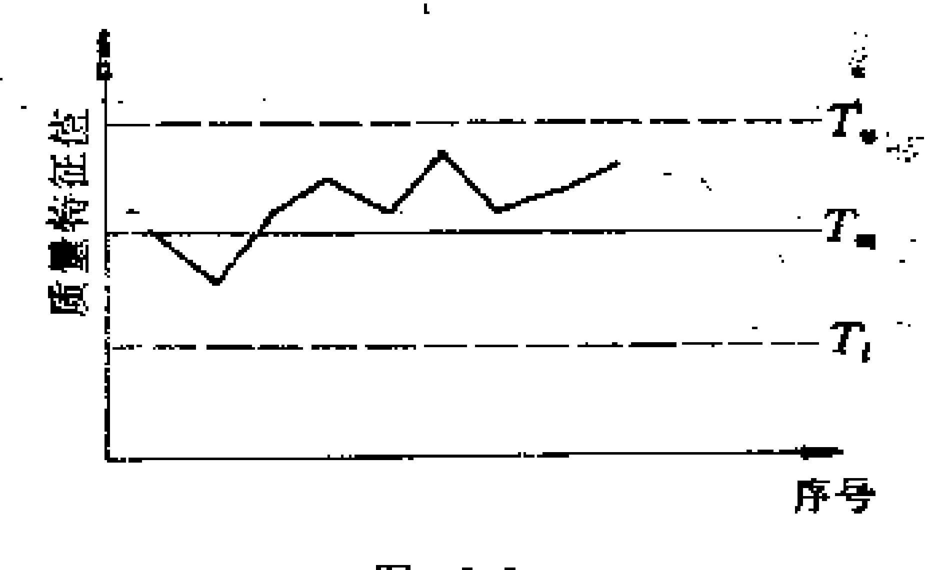


图 2.26

(4) 连续 7 点在中心线的同一侧，如图 2.26。

(5) 连续 7 点持续上升(不管中心线的位置如何)，如图 2.27。

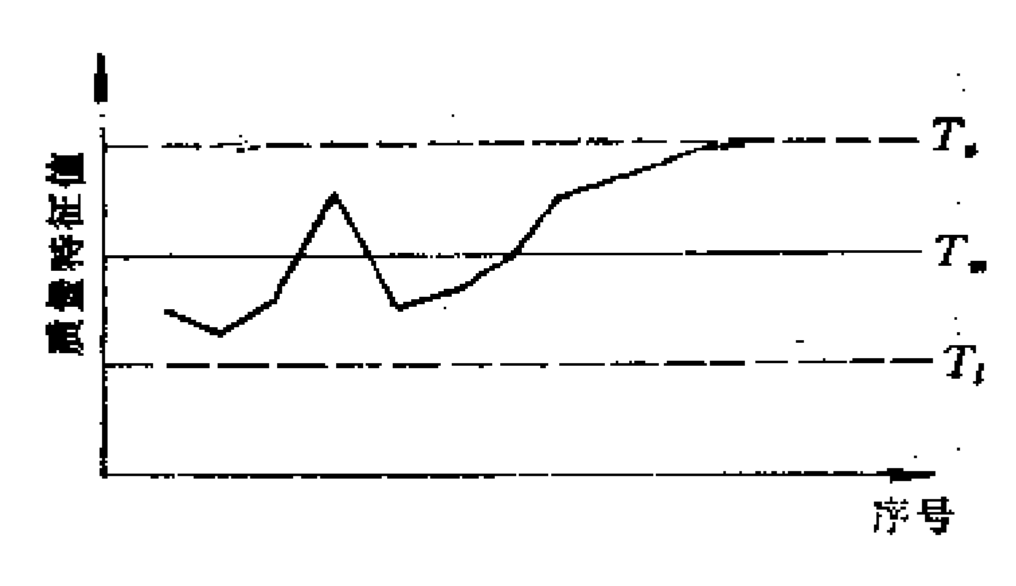


图 2.27

(6) 连续 7 点持续下降(不管中心线的位置如何)，如图 2.28。

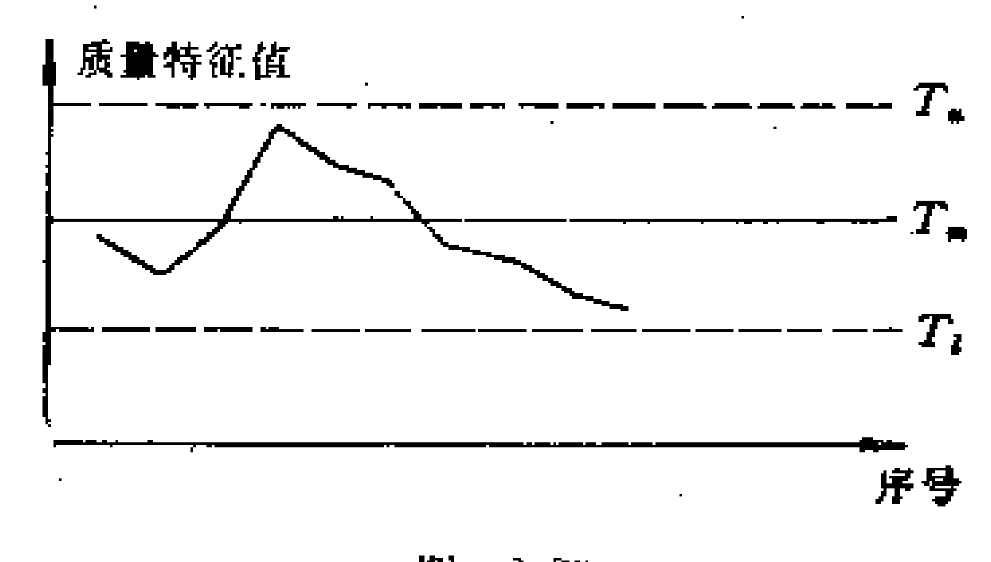


图 2.28

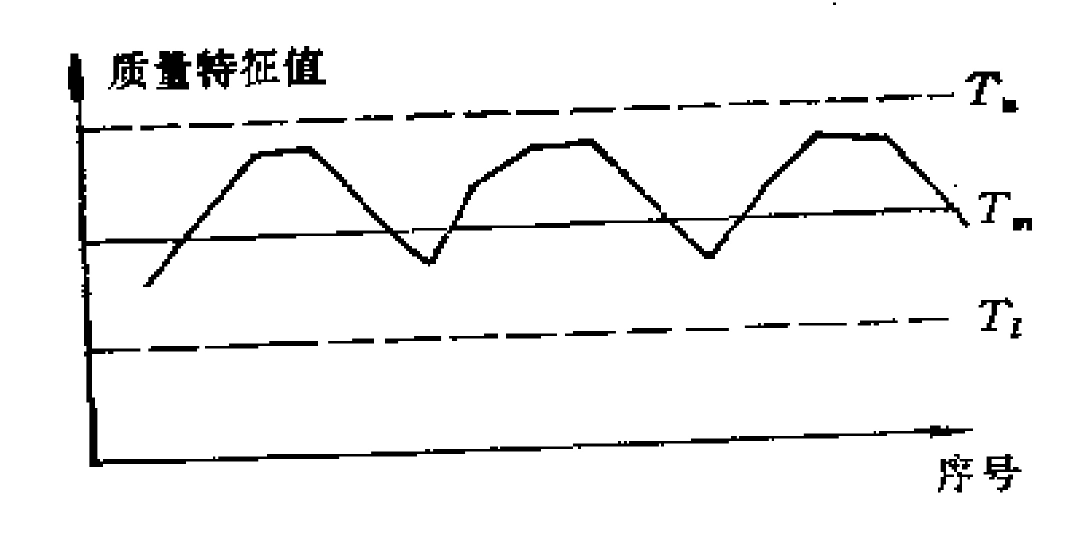


图 2.29

(7) 质量特征值有周期性波动，如图2.29。

当出现情况2—7之一时，可以认为工序处于非统计控制状态。

三、波动图的用途

(1) 分析工序质量总是从分析波动图开始的，只有借助于波动图，了解工序质量的过程特性，才能确定此过程特性能否直接应用控制图(见第三章)。也就是说，如果通过波动图，发现工序处于非统计控制状态，便不能直接应用控制图。

(2) 应用波动图有下面两个目的。

a. 检查倾向性或周期性变化。例如刀具的磨损、温度的变化等。

b. 捕捉特殊零件的尖峰信号或特大偏差。

(3) 波动图的特点是简易方便，可以增强工人的质量意识。可以及时发现并解决生产过程中经常出现的各种问题，而无需作进一步的分析。但应用波动图时要求对某个周期进行100%检查。波动图特别适用于不易用控制图的工序(例如：小批量单件生产时)。其缺点是分析不够深入。

(4) 波动图不能与控制图(见第三章)混为一谈。例如机

械行业若干企业使用压缩公差作为控制界限，或由规格界限算出控制界限的"控制图"并非真正的控制图，而是波动图。两者有本质的区别。

第五节 工序能力指数

对工序能力进行研究是质量控制中的一项重要的基础工作。它可使制造过程处于生产优质品的良好状态，为产品设计、工艺设计、设备管理等提供必要的资料和依据，从而预测产品的不合格率。

一、工序能力

1. 含义

工序能力是指工序处于控制状态，即人员、机器、材料、方法、测量和环境充分标准化并处于稳定状态下，所表现出来的保证产品质量的能力。国外质量管理标准中，认为工序能力主要包含机器设备和工艺方法保证产品质量的能力。

2. 工序能力的度量

一般来说，工序能力与产品质量指标的实际波动成反比，即质量波动越小，工序能力越高；质量波动越大，工序能力越低。因此，我们往往用产品质量指标的实际波动来描述工序能力。一般对处于控制状态下的工序，用质量指标分布标准差 σ 的 6 倍来表示工序能力，即

$$B = 6\sigma \tag{2.16}$$

这是因为，如果工序处于控制状态，产品的质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，在 $\mu \pm 3\sigma$ 的范围内包括了 99.73% 的产

品。用数理统计的语言来说，就是正态总体 X 落在区间 $\mu\pm3\sigma$ 中的概率为99.73%。它几乎包括了全部产品。通常，我们把区间 $\mu\pm3\sigma$ 称为正态总体 X 的散布范围。如果区间取小，例如 $\mu\pm1\sigma$，$\mu\pm2\sigma$，则概率太小，包含产品比例(即合格率)太低；如果区间取大，例如 $\mu\pm4\sigma$，$\mu\pm5\sigma$，则合格率虽然很高，但不够经济。因此工序能力 B 用 6σ 表示较为合适。必须指出，B 值越小，工序能力越大。

二、工序能力指数

工序能力仅表示工序固有的加工能力或加工精度，还没有考虑产品或工序的质量标准，因此必须引入工序能力指数的概念。工序能力指数是质量标准和工序能力之间的比值，一般用 C_p 值表示。C 表示能力，p 表示工序。

下面分几种情况来讨论其计算方法。

1. C_p 值(工序无偏情形)

设质量指标的分布为 $N(\mu,\sigma^2)$，规格范围为 T，T_u 表示上规格限，T_l 表示下规格限，规格中心为 T_m，那么

$$T = T_u - T_l \tag{2.17}$$

$$T_m = \frac{T_u + T_l}{2} \tag{2.18}$$

若 $\mu=T_m$(总体平均值 μ 等于规格中心 T_m，意味着分布中心与规格中心重合)，则称工序是无偏的，它表示加工过程中没有出现引起工序分布中心偏移规格中心的系统误差；反之，若 $\mu\neq T_m$，即总体平均值 μ 不等于规格中心 T_m，则认为工序是有偏的，出现了引起工序分布中心偏移规格中心的系统误差。

当工序无偏时，工序能力指数

$$C_p = \frac{T}{6\sigma} = \frac{T_u - T_l}{6\sigma} \approx \frac{T_u - T_l}{6s} \tag{2.19}$$

上式说明，C_p 值是衡量制造过程质量的综合性统计特征数。式中总体标准差 σ 通常可用样本标准差 s 来近似代替。σ 和 s 在概念上既有联系又有区别，σ 表示整个生产过程(总体)的标准差，它包含已经制造出来和正在制造的产品的标准差，还包括将要制造出来的产品的标准差，所以 σ 是一个理论值，在实际生产中是很难求出来的。而 s 表示从这个制造过程中随机抽取的一部分样品的标准差，故在实际生产中是容易算出的。但是由于抽样的随机性，样本标准差 s 与总体标准差 σ 之间有一定的差异，这个差异随样品量 n 的增大而减小。因此，当我们用 s 近似代替 σ 时，通常取 $n \geq 20$—50。

从公式(2.19)可以看出，如果 $T \geq 6\sigma$，则 $C_p > 1$，产品绝大部分合格；如果 $T < 6\sigma$，则 $C_p < 1$，将产生一定数量废品，这说明 C_p 值越大(与1比较)工序能力越高；C_p 值越小工序能力也越低。根据经验，实际加工工序的公差带为 8σ 时，较为理想，此时 C_p 值为1.33；新产品新工序的公差带应为 9σ，即 C_p 值为1.5时较为理想。必须指出，欧美也有人按下式计算 C_p 值

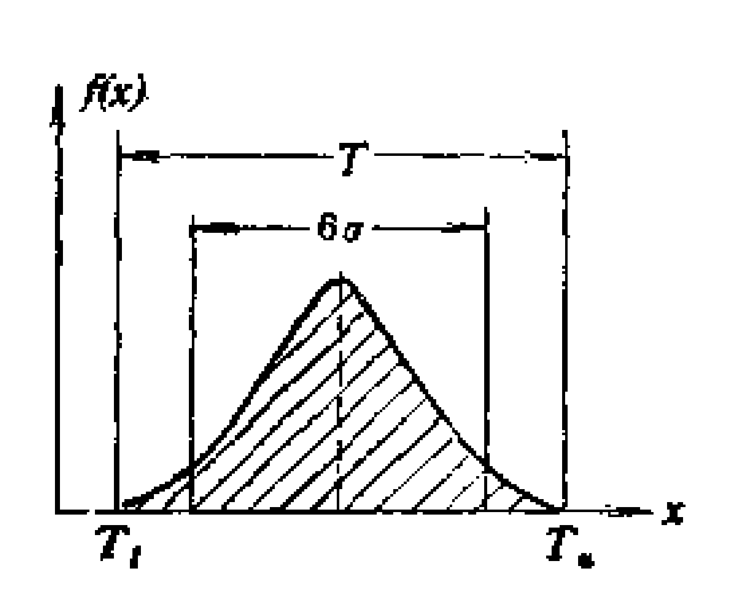


图2.30 工序无偏情形

$$C_p' = \frac{6\sigma}{T} \tag{2.20}$$

根据公式(2.20)，C_p 值为1.33时，C_p' 值为0.75。

2. C_{pk}(工序有偏情形)

当工序有偏时，一方面要对 C_p 值进行修正，另一方面要采取措施缩小和消除偏移。

在使用一般机械时，可以通过机床调整，使分布中心 μ 与规格中心 T_m 重合。但在使用精密机床、数控机床等自动化机床时，反而不易纠正分布中心与规格中心的偏移。因此，越是自动化程度高的地方，越应考察工序的有偏性。

为修正 C_p 值，引入偏移量 ε 和偏移系数 k。令

$$\varepsilon = |T_m - \mu| \approx |T_m - \bar{x}| \tag{2.21}$$

$$k = \frac{\varepsilon}{T/2} = \frac{2\varepsilon}{T} = \frac{2|T_m - \mu|}{T} \approx \frac{2|T_m - \bar{x}|}{T} \tag{2.22}$$

ε 称为分布中心 μ 对标准中心 T_m 的绝对偏移量。它是一个有单位的量。我们将 ε 除以半个规格范围 $T/2$，得到偏移系数 k，它是一个无因次量。

令

$$C_{pk} = (1 - k)C_p = \frac{T - 2\varepsilon}{6\sigma} \approx \frac{T - 2\varepsilon}{6S} \tag{2.23}$$

C_{pk} 值称为修正的工序能力指数。

除公式(2.23)外，C_{pk} 还有另一种求法。

令

$$Z_u = \frac{T_u - \bar{x}}{s} \tag{2.24}$$

$$Z_l = \frac{\bar{x} - T_l}{s} \tag{2.25}$$

则

$$C_{pk} \approx \frac{\min[Z_u, Z_l]}{3} \tag{2.26}$$

可以证明，公式(2.23)与公式(2.26)是等价的。

C_{pk} 值与 C_p 值的关系如下：

(1) 当 $\mu = T_m$ 时，$k = 0$，从而有 $C_{pk} = C_p$，即当工序无偏时，C_{pk} 值等于 C_p 值。所以 C_p 值可看作是 C_{pk} 值的特例。

(2) 当 $\mu = T_l$ 或 $\mu = T_u$ 时，$k = 1$，从而 $C_{pk} = 0$。说明当分布中心偏移到规格限 T_l 或 T_u 时，$C_{pk} = 0$。

(3) μ 在规格范围 $[T_l, T_u]$ 外面时，$k > 1$，因此 C_{pk} 取负值（C_p 值不可能取负值），这时分布中心 μ 已偏移到规格范围 $[T_l, T_u]$ 的外面，因而应立即调整工序，纠正分布中心 μ 与规格中心 T_m 之间的偏移。

3. 仅有单侧规格限时 C_p 值的计算方法

在工业产品中，有不少质量特征值只有单侧规格限，例如只有上规格限或下规格限。我们可按下式计算 C_p 值。

(1) 只有上规格限时

令此时的工序能力指数为 $C_p(u)$

$$C_p(u) = \frac{T_u - \mu}{3\sigma} \approx \frac{T_u - \bar{x}}{3s} \tag{2.27}$$

若 $\mu \geq T_u$，则规定 $C_{p(u)} = 0$，此时分布中心已超出上规格限，工序急待调整。

(2) 只有下规格限时

令此时的工序能力指数为 $C_{p(l)}$

$$C_{p(l)} = \frac{\mu - T_l}{3\sigma} \approx \frac{\bar{x} - T_l}{3s} \tag{2.28}$$

若 $\mu \leq T_l$，则规定 $C_{p(l)} = 0$，因为分布中心已超出下规格限，工序急待调整。

三、工序能力指数的判断与处理

在计算出工序能力指数之后，应当对工序能力进行评价、判断和处理，并及时反馈给有关部门，以便采取相应措施。具体情况汇总如表 2.7。

表 2.7　工序能力指数判断表

图　形	工序能力指数	工序等级	评价	处　理
	$C_p(C_{pk})>1.67$	特级	过高	可考虑放宽管理，或降低成本。高精度设备可更换为低精度设备，或收缩标准范围，提高质量要求。
	$1.33<C_p(C_{pk})\leqslant1.67$	一级	理想	关键特性不变，非关键特性可降低管理要求。可考虑简化检验，改全检为抽检，或减少抽样频次。
	$1<C_p(C_{pk})\leqslant1.33$	二级	正常	当 C_p 值为 1.33 时，工序处于理想状态；当 C_p 值接近 1 时，应加强管理，一般不能简化检验。
	$0.67<C_p(C_{pk})\leqslant1$	三级	不足	分析标准差大的原因，制定措施加以改进。加强检验，实行全数检查。
	$C_p(C_{pk})\leqslant0.67$	四级	严重不足	停止加工，立即追查原因，采取措施，实行全数检查加以筛选，或考虑放宽标准范围。

应当指出，我们在这里把判断工序能力指数 C_p 值的标准也作为判断 C_{pk} 的标准，是为了使用方便。事实上，两者并不完全一样。严格地讲，应当给出判断工序能力指数 C_p 与 C_{pk} 的不同标准，但这样做应用起来较麻烦，所以用判断工序能力指数 C_p 值的标准，作为两种工序能力指数的统一标准。

例如不管 C_p 或 C_{pk} 是否小于或等于1，都认为能力不足。这种判断方法是保险的，但这是使生产者"吃亏"的判断，因为对于同样的 C_{pk} 与 C_p 的值，C_{pk} 值对应的总体不合格率比 C_p 对应的小。

四、工序能力指数与不合格率的关系

工序能力指数与不合格率的关系也应分两种情况来讨论。

本段假定产品质量特征值 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，即它具有密度函数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{2.29}$$

特别，当 $\mu = 0$，$\sigma = 1$ 时，$N(0,1)$ 称为标准正态分布，它的密度函数为

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{2.30}$$

标准正态变量 X 的分布函数为

$$\Phi(x) = P(X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \tag{2.31}$$

1. 当工序无偏时

设产品合格率为 q，废品率

$$p = 1 - q \tag{2.32}$$

$$q = P(T_l < x < T_u) = \Phi\left(\frac{T_u - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{T_l - \mu}{\sigma}\right)$$

$$
= \Phi\left(\frac{T_u - T_m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{T_l - T_m}{\sigma}\right)
$$

$$
= \Phi\left(\frac{T}{2\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{T}{2\sigma}\right)
$$

$$
= \Phi(3C_p) - \Phi(-3C_p) = 1 - 2\Phi(-3C_p) \quad (2.33)
$$

而废品率

$$
p = 1 - q = 1 - P(T_l < x < T_u) = 2\Phi(-3C_p) \quad (2.34)
$$

2. 当工序有偏时

$\mu \neq T_m$ 时，应该由 C_p 和 k 这两个参数来决定废品率 p.

不妨设 $u > T_m$，参看图 2.31，有

$$
q = P(T_l < x < T_u)
$$

$$
= \Phi\left(\frac{T_u - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{T_l - u}{\sigma}\right)
$$

$$
= \Phi\left(\frac{T_u - T_m}{\sigma} - \frac{u - T_m}{\sigma}\right)
$$

$$
- \Phi\left(\frac{T_l - T_m}{\sigma} - \frac{u - T_m}{\sigma}\right)
$$

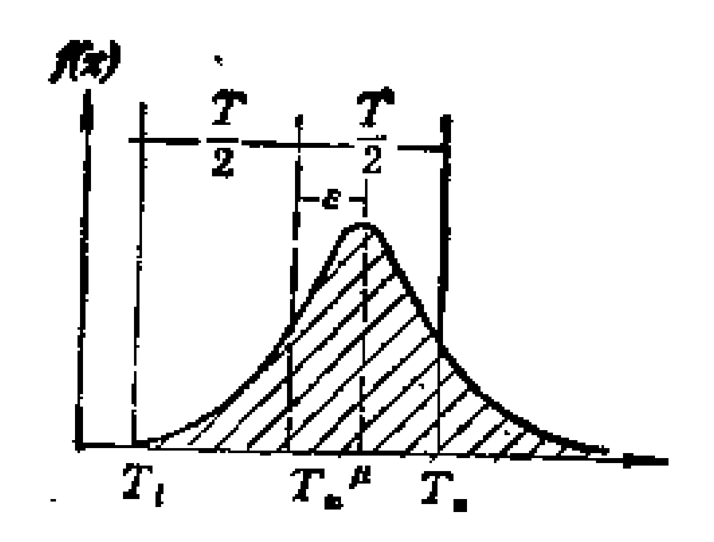


图 2.31 工序有偏情形

$$
= \Phi\left(3C_p - \frac{\varepsilon}{\sigma}\right) - \Phi\left(-3C_p - \frac{\varepsilon}{\sigma}\right)
$$

$$
= \Phi(3C_p - 3C_p k) - \Phi(-3C_p - 3C_p k)
$$

$$
= \Phi[3C_p(1 - k)] - \Phi[-3C_p(1 + k)] \qquad (2.35)
$$

因此，废品率

$$
p = 1 - q = 1 - \Phi[3C_p(1 - k)] + \Phi[-3C_p(1 + k)] \qquad (2.36)
$$

除按上式直接计算外，废品率 p 也可直接从附表 1 查出。

五、工序能力指数应用程序

共分以下八个步骤

(1) 确定分析的质量特征值.

(2) 收集观测值数据，样本大小 $n \geqslant 50$.

(3) 判断工序质量是否处于稳定(控制)状态，稳定状态方可计算工序能力指数.

(4) 判断观测值是否来自正态总体.

(5) 计算样本平均值 $\bar{x}$ 和标准差 s.

应当指出，总体分布中心 μ 和总体标准差 σ 是理论值，在实际生产过程中是无法求出的，一般用样本平均值 $\bar{x}$ 和样本标准差 s 近似代替，但要求样本大小足够大(如 $n \geqslant 50$).

(6) 计算工序能力指数，判断工序能力状态.

(7) 当 C_p (或 C_{pk}) 值小于 1 时，求出总体不合格率(根据附表 1).

(8) 分析 C_p (或 C_{pk}) 值小于 1 的原因，采取措施，加以改进，提高 C_p 值.

例 4　已知某零件加工标准为 148 ± 1(mm)，对 100 个样

品计算出样本平均值 $\bar{x}=148(mm)$ 标准差 $s=0.48(mm)$. 求 C_p 值和 C_{pk} 值，并判定工序能力以及求出总体不合格率.

解 由加工标准知 $T_u=150mm$, $T_l=147mm$

$$T=T_u-T_l=150-147=3mm$$

$$T_m=\frac{T_u+T_l}{2}=148.5mm$$

总体分布中心 μ 和标准差 σ 近似为

$$\mu\approx\bar{x}=148mm,\quad \sigma\approx s=0.48mm$$

$$\varepsilon=|T_m-\mu|=|148.5-148|=0.5mm$$

$$k=\frac{2\varepsilon}{T}=0.33$$

由公式(2.19)和(2.23)，可得

$$C_p=\frac{T}{6\sigma}\approx\frac{3}{6\times0.48}=\frac{3}{0.288}=1.04$$

$$C_{pk}=\frac{T-2\varepsilon}{6\sigma}\approx\frac{3-2\times0.5}{0.288}=0.69$$

根据修正的工序能力指数 $C_{pk}=0.69$，说明工序能力不足，已出现废品。根据 C_p 和 k 值，由附表1查出对应的总体不合格率为7.4%，也说明已产生废品，应采取相应对策.

在前面我们曾介绍过的求了 C_{pk} 的另一种方法，即公式(2.24)、(2.25)、(2.26)，得

$$Z_u=\frac{T_u-\bar{x}}{s}=\frac{150-148}{0.48}=4.17$$

$$Z_l=\frac{\bar{x}-T_l}{s}=\frac{148-147}{0.48}=2.08$$

$$C_{pk}=\frac{\min[Z_u,Z_l]}{3}=\frac{2.08}{3}=0.69$$

这与上述答案是一致的.

例5 某拖拉机厂生产的手扶拖拉机，其清洁度要求不

大于 80mg，经随机抽取 50 台检测，得 $\bar{x}=45$mg，$s=11$mg，求该厂清洁度的工序能力指数。

解 这是仅有上规格限的情形，由公式 (2.27) 有

$$C_p(u)=\frac{T_u-u}{3\sigma}\approx\frac{T_u-\bar{x}}{3s}=\frac{80-45}{3\times 11}=1.06$$

$C_p(u)$ 为 1.06，说明工序能力正常。

例 6 某绝缘材料，规定其击穿电压不低于 1400 伏。随机抽取 100 件，经试验计算出 $\bar{x}=1460$ 伏，$s=28$ 伏，求该特性的工序能力指数。

解 这是仅有下规格限的情形，由公式 (2.28) 有

$$C_p(l)=\frac{u-T_l}{3\sigma}\approx\frac{\bar{x}-T_l}{3s}=\frac{1460-1400}{3\times 28}=0.71$$

$C_p(l)$ 为 0.71，说明工序能力不足。

六、工序能力分析

当工序能力指数小于 1 时，我们必须进行工序能力分析，一般可分为两种情况来讨论：

1. 能力本来足够的工序，为什么 C_p（或 C_{pk}）值小于 1

出现这种情况的根本原因是分布中心偏离规格中心。之所以出现这类情况，是因为：

（1）设备、工具调整不当，或工序指导不妥。

（2）量具、仪表配置不足，不能给出质量特征值数据，无法发现趋势性变化。

（3）工序本身逐渐产生规律性偏移，这一般是由于加工条件、刀具磨损等因素随时间而逐步变化。

（4）工序不稳定。如：由于材料改变、机器的操作温度

变化所致。

2. 工序能力本身不足

一般可以采取以下措施

(1) 修改工序。基本工序不变，修改进料周期，以减少新添材料的影响；修改操作程序；修改工具等。

(2) 更换设备。把精度低的设备更换为精度高的设备。

(3) 设置防误的保险措施。

(4) 加强检验。

第六节 散 布 图

在质量问题的原因分析中，常会接触到各个质量因素(变量)之间的关系。这些变量之间的关系，有些属于确定性关系，也就是可以用函数关系来表达；而另一些变量之间虽然存在着密切的关系，但不能由一个(或几个)变量的数值精确地求出另一个变量的值，我们称之为非确定性关系。散布图就是将两个非确定性关系变量的数据对应列出，用点子画在坐标图上，来观察它们之间关系的图表。这是一种直观判断的方法。进而可用相关系数、回归直线进行定量的分析处理。

一、散布图的画法

下面通过一个实例简述其作图步骤。

例 7 某材料的强度与其拉伸倍数有关。表 2.8 是 20 个样品的强度与相应的拉伸倍数的实测记录，试作散布图。

1. 收集数据

所要研究的两个变量如果一个为原因(因素)，另一个为

表 2.8

编号	拉伸倍数 x	强度 y (公斤/毫米^2)	编号	拉伸倍数 x	强度 y (公斤/毫米^2)
1	1.9	1.4	11	4.6	3.5
2	2.0	1.3	12	5.0	5.5
3	2.1	1.8	13	5.2	5.0
4	2.5	2.5	14	6.0	5.5
5	2.7	2.8	15	6.3	6.4
6	2.7	2.5	16	6.5	6.0
7	3.5	3.0	17	7.1	5.3
8	3.5	2.7	18	8.0	6.5
9	4.0	4.0	19	9.0	8.0
10	4.5	4.2	20	10.0	8.1

结果(质量指标)时,则一般取原因变量为自变量 x,结果变量为因变量 y. 本例中拉伸倍数 x 为原因变量,强度 y 为结果变量,数据见表 2.8.

2. 在坐标上画点

在直角坐标系中,把上述对应的点一一描出,见图 2.32. 横轴与纵轴的单位长度要取得使 x 的散布范围与 y 的散布范

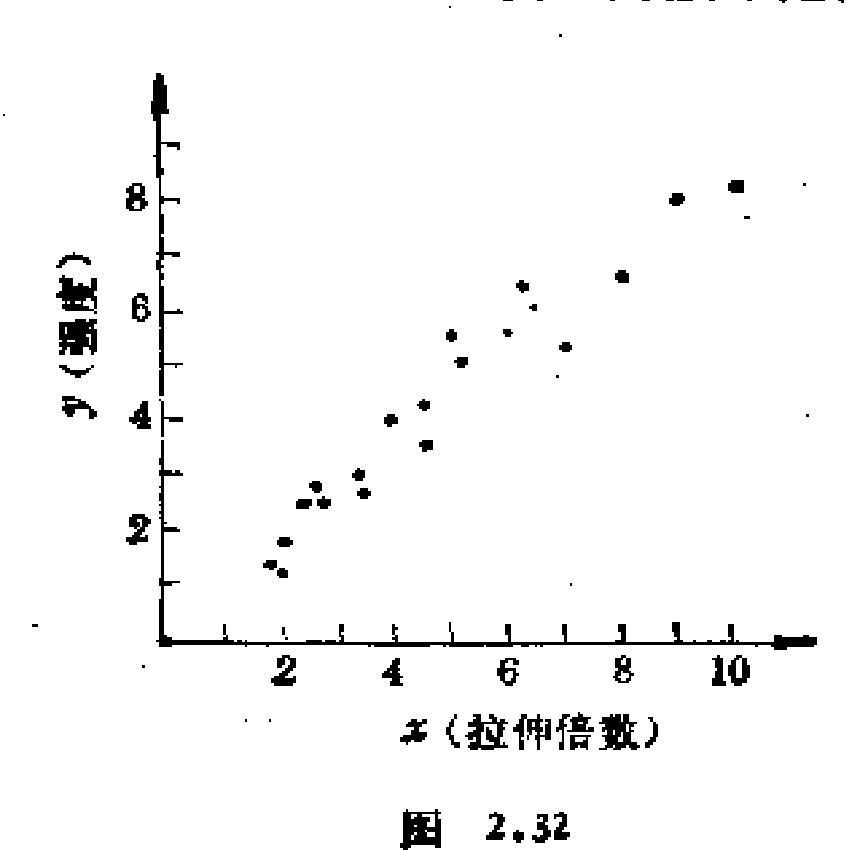


图 2.32

围大致相等，以便分析两变量之间相关关系。

3. 散布图的观察与分析

从图 2.32 可以看出，这些点虽然是散乱的，但大体上散布在某条直线的周围，也就是说，拉伸倍数与强度之间大致成线性关系。两变量之间的散布图大致可分下列五种情形，如图 2.33。

(1) 强正相关。x 增大，y 也随之线性增大。x 与 y 之间可用直线 $y = a + bx$ (b 为正数)表示。此时，只要控制住 x，y 也随之控制住了，图 2.32 就属这种情况。

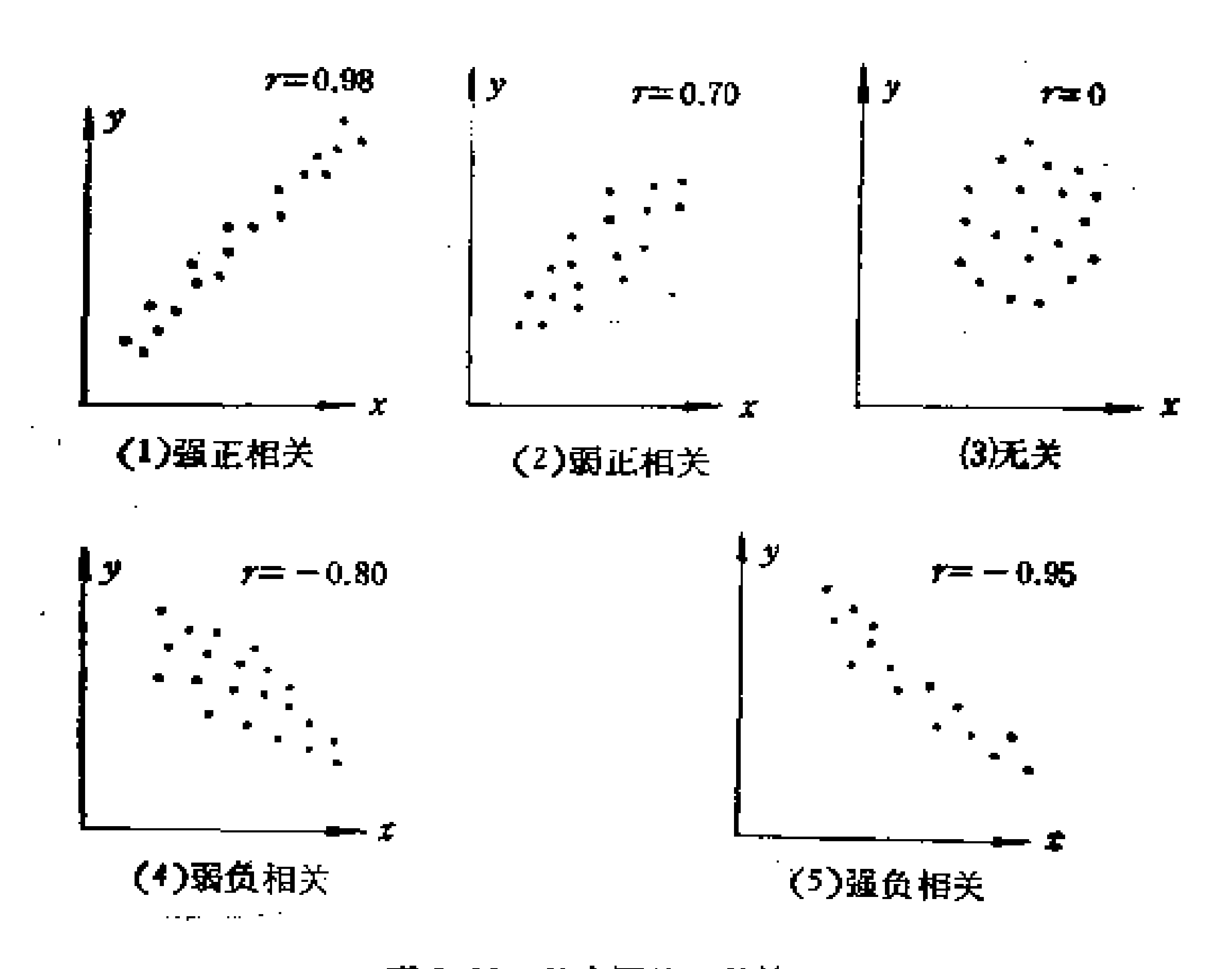


图 2.33 散布图的五种情形

(2) 弱正相关。点子靠近一条直线，且 x 增大，y 基本随之线性增大。此时除了因素 x 外可能还有其它因素影响 y。

(3) 无关．两者没有什么线性关系．

(4) 弱负相关．x 增大，y 基本上随之线性减小．此时除 x 外，可能还有其它因素影响 y．

(5) 强负相关．x 增大，y 随之线性减小．x 与 y 之间可用直线 $y=a+bx$（b 为负数）表示．此时，由 x 可以控制 y 的变化．

二、相 关 系 数

散布图只能定性地、近似地解决两个变量之间是否存在线性相关关系．为了能从定量方面精确地度量两变量之间的线性相关程度，需要计算它们的"相关系数"．

1. 相关系数的计算公式

两变量 x 与 y 之间的线性相关程度可用相关系数 r 来度量，它的计算公式如下

$$r=\frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx}l_{yy}}} \tag{2.37}$$

上式中

x 的平均值 $$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{2.38}$$

y 的平均值 $$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \tag{2.39}$$

x 的偏差平方和 $$l_{xx}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

$$=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2 \tag{2.40}$$

y 的偏差平方和 $l_{yy}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$

$$=\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\bar{y}^2 \qquad (2.41)$$

x 与 y 的偏差积之和 $l_{xy}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$

$$=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y} \qquad (2.42)$$

x 的偏差平方和 l_{xx} 可以反映数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的散布大小；y 的偏差平方和 l_{yy} 可以反映数据 $y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n$ 的散布大小。从(2.40)和(2.41)式可以看出，l_{xx} 和 l_{yy} 永远大于0。但偏差积之和 l_{xy} 可正可负，从(2.37)式可见，相关系数 r 与 l_{xy} 符号一致。

例 8 某化工产品的得率与反应温度有密切的关系，今测得五对数据如表 2.8 所示，试画出散布图，并计算相关系数。

表 2.8

反应温度 x_i(℃)	70	80	90	100	110
得　率 y_i(%)	25	28	33	36	38

解

(1) 画出散布图，如图 2.34。

(2) 计算相关系数。根据公式(2.37)、(2.42)进行计算，计算结果列成表 2.9。

从表 2.9 算得

$$l_{xx}=\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=41500-\frac{1}{5}\times(450)^2=1000$$

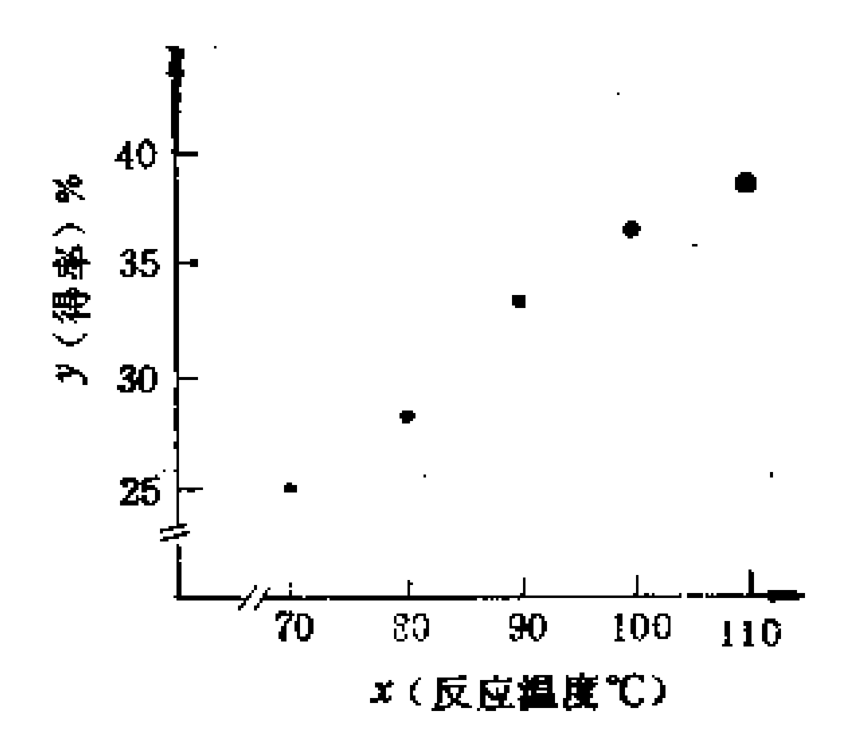


图 2.34

表 2.9

i	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
1	70	25	4900	625	1750
2	80	28	6400	784	3600
3	90	33	8100	1089	4180
4	100	36	10000	1296	2240
5	110	38	12100	1444	2970
Σ	450	160	41500	5238	14740
$\Sigma/5$	90	32			

$$l_{yy}=\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=5238-\frac{1}{5}\times(160)^2=118$$

$$l_{xy}=\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=14740-5\times 90\times 32$$

$$=340$$

$$\gamma=\frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx}l_{yy}}}=\frac{340}{\sqrt{1000\times 118}}=0.9898,$$

2. 相关系数的几何意义

相关系数 r 在 -1 到 $+1$ 之间取值，有

$$-1 \leqslant r \leqslant 1 \tag{2.43}$$

类似散布图，相关系数 r 的变化可分以下五种情况(见图2.33)：

(1) $r \approx 1$，x 与 y 强正相关.

(2) $0 < r < 1$，x 与 y 弱正相关.

(3) $r = 0$，x 与 y 无关.

(4) $-1 < r < 0$，x 与 y 弱负相关.

(5) $r \approx -1$，x 与 y 强负相关.

因此，上例反应温度 x 与得率 y 之间强正相关. 但由于数据具有随机性，因此需要进行统计检验.

3. 相关系数 $r = 0$ 的统计检验

由于随机误差的影响，变量之间即使不存在线性相关关系，也能得出不为零的相关系数. 因此仅依赖相关系数尚不能最后决定两变量是否线性相关，还须进行统计检验. 统计检验的思路是： 先假设两变量线性无关(即 $r = 0$)，如果通过对试验结果的统计检验，否定假设，则判断两变量线性相关. 我们利用附表 2“检验相关系数 $r = 0$ 的临界值表”来检验两变量 x 与 y 是否线性相关，其步骤是：

(1) 计算相关系数 r.

(2) 由显著性水平 $\alpha = 5\%$ (或 1%) 和自由度 $\nu = n - 2$，从附表 2 中查出临界值 r_α.

(3) 比较绝对值 $|r|$ 与 r_α 的大小.

如果 $|r| \geqslant r_\alpha$，则有 $1-\alpha$ 的可靠性 (即存在 α 的风险率)判断变量 x 与 y 相关. 当 $r > 0$ 时为正相关，当 $r < 0$ 时

为负相关.

如果 $|\gamma| < \gamma_\alpha$，则认为相关系数 $\gamma = 0$，即变量 x 与 y 无线性关系.

在例 8 中，当 $\alpha = 5\%$，自由度 $\gamma = n - 2 = 3$ 时，由附表 2 查得临界值 $\gamma_\alpha = 0.878$，由于 $\gamma > \gamma_\alpha$，因此有 95% 把握可以断定变量 x 与 y 正相关。

三、回 归 直 线

1. 计算公式

由图 2.34 可知，这五个点连成的图形不是一条光滑曲线，而近似是一条直线，但是大部分(或全部)点都与某直线有一定的偏离. 这是因为每对数据 (x_i, y_i) 中都存在随机误差，使得数据不能正确反映函数 $y = f(x)$ 的真实状态. 因此，不能直接用经过这五个点的曲线来作为未知的函数，这样做就会把试验中的误差完全包含在里面了. 我们可以利用最小二乘法，根据试验数据 (x_i, y_i)，求出变量 x 与 y 之间的回归直线 $y = a + bx$ 中的两个参数 a (截距)和 b (斜率). 其计算公式为

$$b = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} \tag{2.44}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \tag{2.45}$$

a，b 求出后，代入 $y = a + bx$，便可得到变量 x 与 y 之间的回归直线. 必须指出，变量 x 与 y 之间是一种非确定性关系，因而并不存在确定的函数关系. 我们这里只是为了定量地表现这种非确定关系，给出变量 x 与 y 之间关系的估计式，也就是通常所说的“经验公式”. 与此相似，变量 x 与 y 也并不存在线性关系，只是有某种程度的“近似”线性关系. 我们只是

"配"一条回归直线(经验直线). 但由上述公式得到的回归直线是平面上所有直线中总误差最小的一条直线. 因此，回归直线 $y = a + bx$ 也称最佳直线. 我们可以利用回归直线，由自变量 x 确定因变量 y 的大致(散布)范围.

必须注意，只有当两变量 x 与 y 线性相关时，作它们之间的回归直线才有统计意义. 因此，通常先要进行相关系数 $r = 0$ 的统计检验. 如果已判断变量 x 与 y 之间线性无关时，就不需要再作其回归直线了.

例 9 试根据例 8 给出的五对数据，求变量 x 和 y 之间的回归直线.

解 例 8 已求出

$$l_{xy} = 340,\ l_{xx} = 1000,\ \bar{y} = 32,\ \bar{x} = 90,$$

故

$$b = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} = \frac{340}{1000} = 0.34$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 32 - 0.34 \times 90 = 1.4$$

因此，变量 x 与 y 之间的回归直线为

$$y = a + bx = 1.4 + 0.34x$$

2. 回归直线的控制图

由 n 对数据 (x_i, y_i) 求出回归直线 $y = a + bx$ 后，可作出回归直线的控制图，从而可由自变量 x 的值来预测因变量 y 的散布范围. 为此需求出回归直线的标准差 s，其计算公式为

$$s = \sqrt{\frac{(1 - r^2)l_{yy}}{n - 2}} \tag{2.46}$$

则因变量 y 的散布范围等于 $a + bx \pm 3s$，即在平面上可作出两条平行于回归直线 y 的控制线 $y_{上}$ 和 $y_{下}$

上控制线 $y_{上} = a + 3s + bx$ (2.47)

下控制线 $y_{下} = a - 3s + bx$ (2.48)

加上回归直线(中心线) $y = a + bx$

这三条直线构成了回归直线 y 的控制图。当自变量 x 给定后,因变量 y 的散布范围为 $[y_{下}, y_{上}]$。

例 10 求例 8 所给出的五对数据的回归直线控制图。

解 我们从例 8 和例 9 的计算结果可知

$$a = 1.4,\ b = 0.34,\ n = 5,\ l_{yy} = 118.$$

回归直线标准差

$$s = \sqrt{\frac{(1 - r^2)l_{yy}}{n - 2}} = \sqrt{\frac{(1 - 0.9898^2) \times 118}{3}}$$

$$= 0.89$$

因此,回归直线控制图中的控制线为

中心线 $y = a + bx = 1.4 + 0.34x$

上控制线 $y_{上} = a + 3s + bx = 1.4 + 3 \times 0.89 + 0.34x = 4.07 + 0.34x$

下控制线 $y_{下} = a - 3s + bx = 1.4 - 3 \times 0.89 + 0.34x = -1.27 + 0.34x$

此控制图见图 2.35。

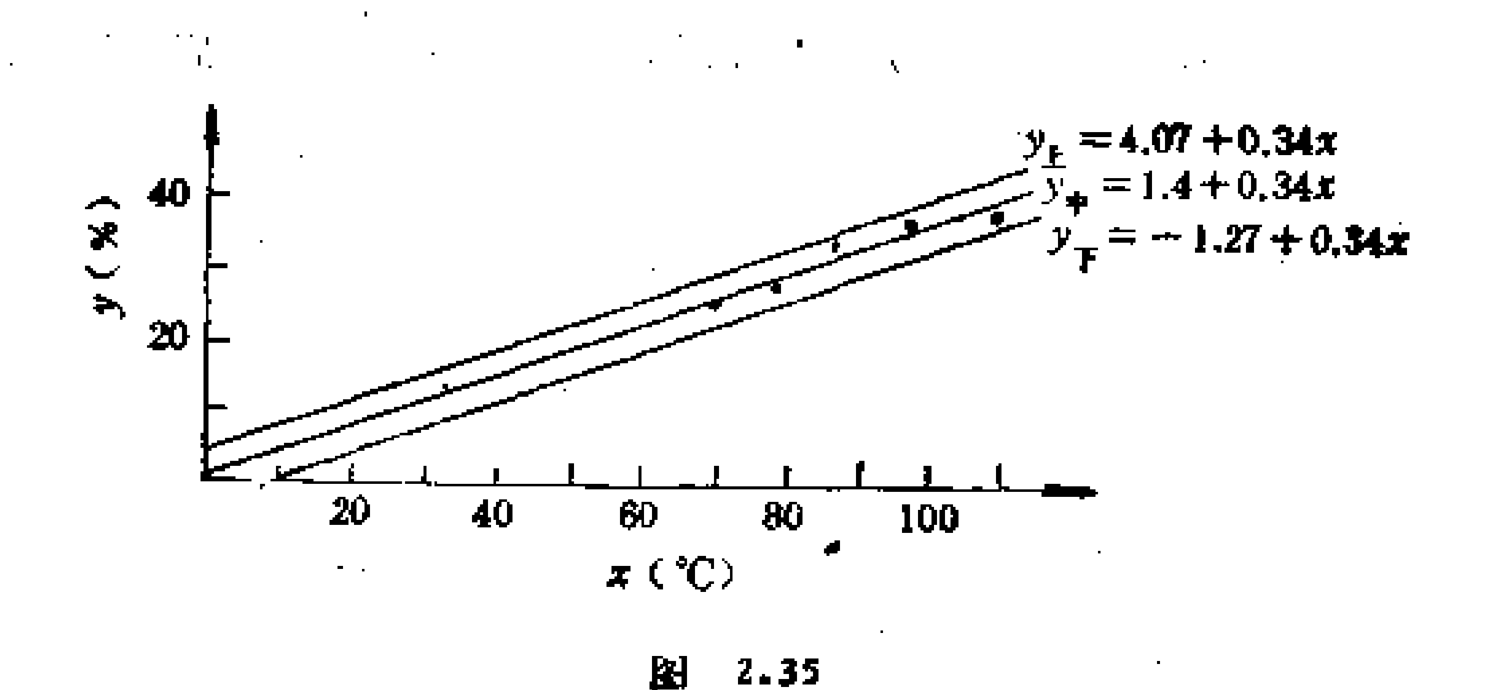


图 2.35

四、散布图的应用

散布图的作用有二条：

（1）确定各种因素对产品质量有无影响及影响程度的大小。

（2）如果两个变量之间相关程度很大，则对其中一个变量的直接观察可以代替对另一个变量的观察．或者直接控制某一变量的数值来间接控制另一变量的变化，也就是从一个变量的取值，就能确定另一变量取值的大致范围．

下面通过一个实例来说明其应用程序．

例 11　某电瓷厂电瓷产品焙烧质量取决于煤气（CO）质量，但 CO 化学分析费时，不能适时控制，现发现煤气中 CO_2 含量 x 与 CO 含量 y 的关系密切，现测得 (x_i, y_i) 的 50 对数据见表 2.10．试作散布图，并进行相关系数、回归直线分析．

解

a．画散布图，见图 2.37

可以看出，CO_2 含量 x 与 CO 含量 y 之间处于负相关．即随着煤气炉中 CO_2 含量 x 的增大，输出的 CO 含量 y 基本上随之减小；反之，当 CO_2 含量 x 减小时，CO 含量 y 基本上随之增大，这个判断是符合实际情况的．

b．计算相关系数

$$\bar{x} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} x_i = 6.50$$

$$\bar{y} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} y_i = 28.17$$

$$\sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 2115.84$$

表 2.10　CO_2 含量 x 与 CO 含量 y 的数据表

i	x_i	y_i	i	x_i	y_i
1	6.2	28.3	26	6.5	28.2
2	7.0	28.1	27	6.0	28.4
3	6.7	28.2	28	6.7	28.1
4	6.7	28.1	29	6.5	28.2
5	7.0	28.0	30	6.5	28.0
6	7.2	27.9	31	6.9	28.0
7	6.6	28.2	32	6.6	28.3
8	6.5	28.1	33	6.2	28.2
9	6.4	28.1	34	6.8	28.0
10	6.4	28.3	35	6.8	28.2
11	6.8	28.0	36	6.1	28.2
12	6.3	28.1	37	6.3	28.2
13	6.0	28.3	38	6.1	28.4
14	6.6	28.1	39	6.2	28.4
15	6.3	28.3	40	6.4	28.4
16	6.5	28.3	41	6.9	27.9
17	6.4	28.2	42	5.8	28.5
18	5.9	28.4	43	6.6	28.0
19	6.9	28.1	44	5.9	28.3
20	6.5	28.1	45	7.1	27.9
21	7.0	27.9	46	6.4	28.2
22	6.6	28.0	47	6.0	28.5
23	6.3	28.3	48	6.8	28.1
24	6.3	28.2	49	6.1	28.3
25	7.1	28.0	50	6.4	28.1

$$\sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 39684.30$$

$$\sum_{i=1}^{50} x_i y_i = 9148.05$$

$$l_{xx} = \sum_{i=1}^{50} x_i^2 - 50\bar{x}^2 = 2115.84 - 2109.90$$

$$= 5.94$$

$$l_{yy} = \sum_{i=1}^{50} y_i^2 - 50\bar{y}^2 = 39684.30 - 39683.08$$

$$= 1.22$$

$$l_{xy} = \sum_{i=1}^{50} x_i y_i - 50\bar{x}\bar{y} = 9148.05 - 9150.27$$

$$= -2.22$$

$$\gamma = \frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx}l_{yy}}} = -\frac{2.22}{\sqrt{5.94 \times 1.22}} = -0.82$$

计算结果表明CO_2含量x与CO含量y的相关系数γ等于-0.82。

c．相关系数$\gamma = 0$的统计检验

在本例中，$n = 50$，相关系数$\gamma = -0.82$．给定显著性水平$\alpha = 5\%$后，按理应该从附表2中查自由度$\nu = 50 - 2 = 48$的临界值γ_α，但附表2中没有列出这个数值，故用自由度$\nu = 50$时的临界值$\gamma_\alpha = 0.2732$近似代替．由于$|\gamma| > \gamma_\alpha$，故否定假设，即有95%把握可以断定变量x与y负相关．

d．回归直线

由上述计算可知

$$\bar{x} = 6.50, \quad \bar{y} = 28.17,$$

$$l_{xx} = 5.94, \quad l_{yy} = 1.22, \quad l_{xy} = -2.22$$

且已用统计检验方法判断了变量x与y负相关，其相关系数$\gamma = -0.82$，于是有

$$b = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} = -\frac{2.22}{5.94} = -0.37$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 28.17 - (-0.37) \times 6.50 = 30.58$$

变量x与y之间的回归直线为

$$y = a + bx = 30.58 - 0.37x$$

e. 回归直线的控制图

由上述计算可知

$a = 30.58$, $b = -0.37$, $n = 50$, $l_{yy} = 1.22$,

$\gamma = -0.82$,

将上述数据代入(2.46)式，可得出回归直线的标准差

$$s = \sqrt{\frac{(1 - \gamma^2) l_{yy}}{n - 2}} = \sqrt{\frac{[1 - (-0.82)^2] \times 1.22}{50 - 2}}$$

$$= 0.09$$

因此，回归直线控制图中的控制线为

中心线　$y = a + bx = 30.58 - 0.37x$

上控制线　$y_{上} = a + 3s + bx = 30.85 - 0.37x$

下控制线　$y_{下} = a - 3s + bx = 30.31 - 0.37x$

此控制图见图 2.36.

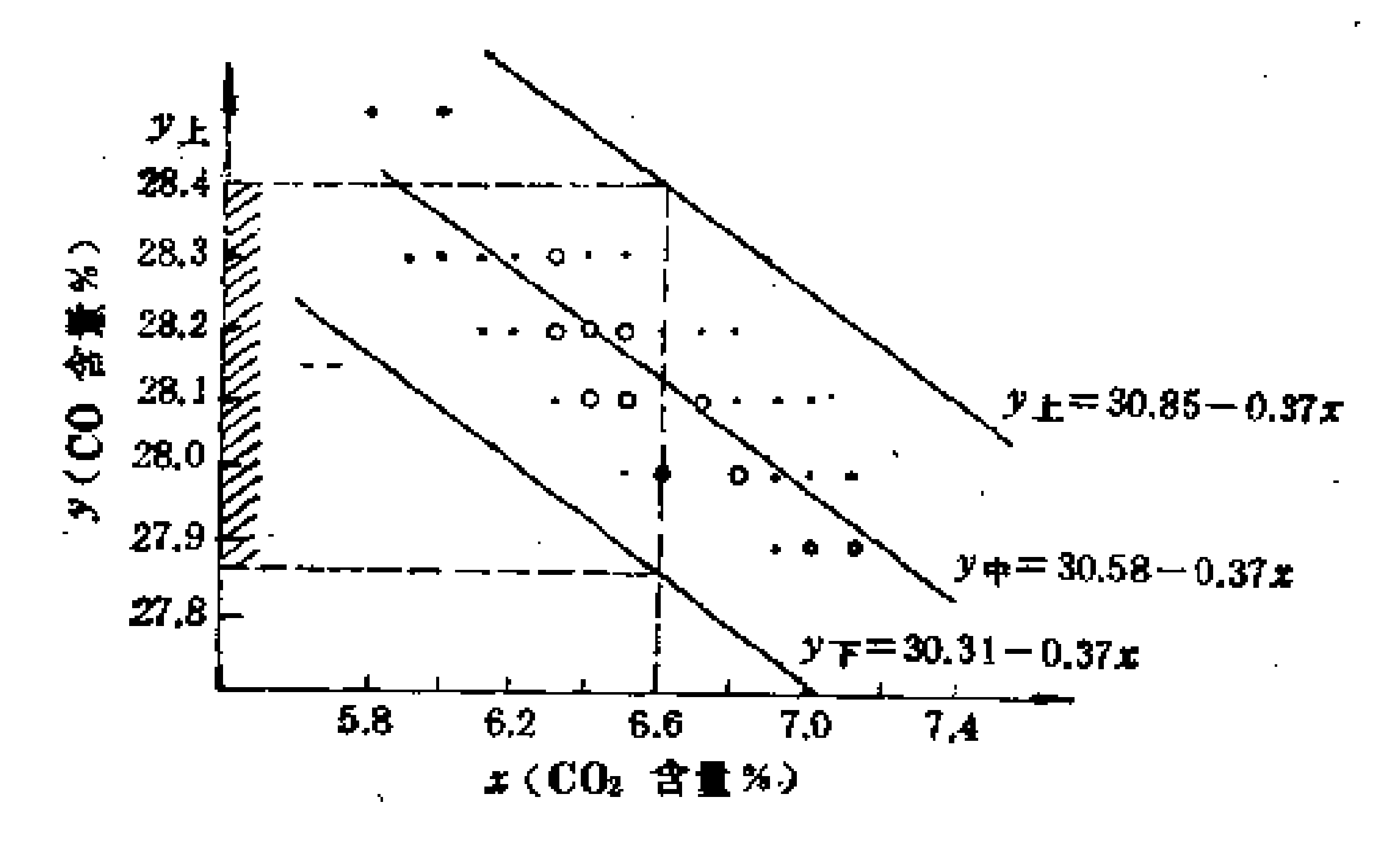


图 2.36

当我们测出 CO_2 含量 x 时，就可以预测 CO 含量 y 的散布范围，从而达到间接控制的目的. 例如，当 CO_2 含量 $x_0 =$

6.6% 时，代入控制线 $y_上$ 和 $y_下$ 的公式中，可得 CO 含量 y 的散布范围 $[y_下, y_上]$ 为

$$y_上 = 30.85 - 0.37 \times 6.6 = 28.41\%$$

$$y_下 = 30.31 - 0.37 \times 6.6 = 27.87\%$$

该厂工艺规定 CO 含量应为 27—29%，可事先列出换算表，只要 CO_2 含量得到控制，CO 含量也就被间接控制住了。

第三章 控 制 图

第一节 概 述

控制图是对生产过程中产品质量状态进行控制的统计工具，是质量控制中最重要的方法．人们对控制图的评价是："质量管理始于控制图，亦终于控制图"．

早在1924年，休哈特博士就开始把数理统计应用于工业生产中，制作了世界上第一张工序质量控制图．自控制图问世以来，由于它把产品质量控制从事后检验改变为事前预防，对于保证产品质量，降低生产成本，提高生产率开辟了广阔的前景，因此它在世界各国得到了广泛的应用．我国已经制订了有关控制图的国家标准，即GB4091.1—4091.9—83，称为"常规控制图"．

一、控制图的用途

控制图的主要用途是：

(1) 分析判断生产过程的稳定性，从而使生产过程达到统计控制状态．

(2) 及时发现生产过程中的异常现象和缓慢变异，预防不合格品发生．

(3) 查明生产设备和工艺装备的实际精度，以便作出正确的技术决定．

(4) 为评定产品质量提供依据．

二、基 本 格 式

控制图的内容包括两部分。

1. 标题部分

包括产品名称、编号、质量特性、观测方法、规范界限或要求、数据收集期间、抽样间隔、数量、设备、观测仪器编号以及车间、操作员、检验员、控制图的名称等。通常将上述内容编成表格的形式(见表 3.1)。

表 3.1　控制图的标题

控制图名称：×××控制图

<table>
<tr><td>产品名称</td><td></td><td colspan="2">工作令编号</td><td></td><td rowspan="2">收集数据期间</td></tr>
<tr><td>质量特性</td><td></td><td colspan="2">车　间</td><td></td></tr>
<tr><td>观测方法</td><td></td><td colspan="2">规定日产量</td><td></td><td>设备编号</td></tr>
<tr><td rowspan="2">规范界限
(或要求)</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">抽样</td><td>间隔</td><td></td><td rowspan="2">操 作 员</td></tr>
<tr><td>数量</td><td></td></tr>
<tr><td>规范编号</td><td></td><td colspan="2">观测仪器编号</td><td></td><td>检 验 员</td></tr>
<tr><td colspan="2">生产过程质量要求</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

2. 控制图部分

控制图的基本格式如图 3.1 所示。

横坐标为样本序号，纵坐标为产品质量特性。图上有三条平行线。

实线 CL——中心线

虚线 UCL——上控制界限线

虚线 LCL——下控制界限线

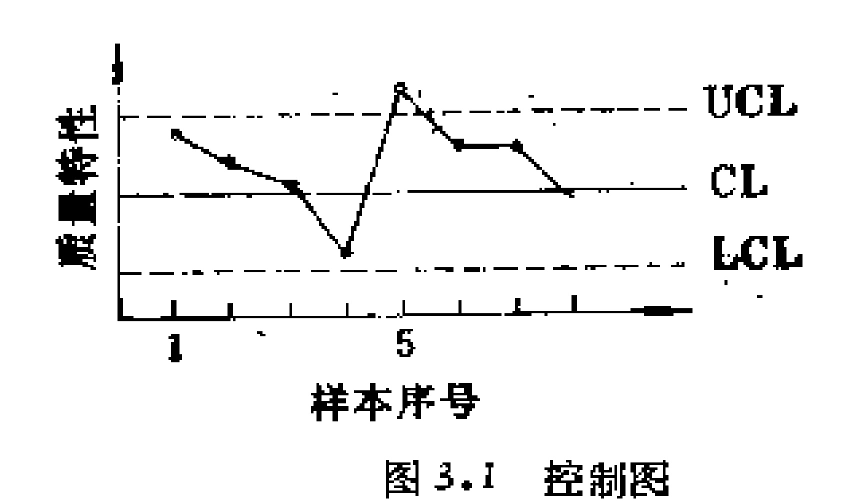


图 3.1 控制图

在生产过程中，定时抽取样本，把测得的点子一一描在控制图上．如果点子落在两条控制界限线之间，且点子排列无缺陷(参见本章第四节)，则表明生产过程正常，工序处于统计控制状态．如果点子越出控制界限线，或点子排列有缺陷，则表明生产条件发生了异常变化，工序已处于非统计控制状态．此时，必须对工序采取措施，加强管理，使生产过程恢复正常．

三、控制图的原理

1. 随机误差与系统误差

在实际生产中，即使是同一个工厂，同一个工人，用相同的原材料和相同的操作方法，在同一台机床上加工同一种产品，不管你主观上怎样想使产品的质量特性得到一个固定的数据，但测量结果总是一堆具有一定散布的数据．造成数据散布的原因大致是：人、设备、原材料、方法和环境等五个因素．

从数理统计角度看，造成数据散布的总误差可分为随机误差和系统误差两类：

(1) 随机误差．这是一些对产品质量特性散布经常起作用的误差，是数据散布的正常原因．即使在规定的工艺条件下，仍会产生原材料性质上的微小差异，机床的轻微振动，刀

具的正常磨损，夹具的微小松动，工人操作上的微小变化，车间温度、湿度的微小变化等等，它们均会给产品质量(数据)造成散布．但是，它们在什么时候发生，则具有一定的随机性．因此称之为随机误差．一般说来，产生随机误差的因素非常多，但它们中的每一个对数据散布的影响都很微小．依据数理统计知识，可以证明这些随机误差的总和服从正态分布．因此，可用数理统计理论掌握随机误差的统计规律．

由于随机误差个数多，每个误差的影响又很小，因此在技术上不易消除它，在经济上也没有必要去消除它．随机误差也称为偶然原因，或不可避免的原因．

(2) 系统误差．这是一种影响产品质量特性散布的异常原因，它是可以避免的原因．例如：生产中混入了不同规格的原材料，机床、刀具的过度磨损，夹具的严重松动，机床或刀具安装和调整不准确，孔加工基准尺寸的误差，界限量规基准尺寸的误差等等．系统误差对产品的质量(数据)散布的影响大，并且是不稳定的，没有统计规律的．但是，我们可以仔细检查出来，或者用数理统计方法来发现它．所以，它们是可以避免的原因．应当注意的是，随机误差与系统误差之间并不存在不可逾越的鸿沟．随着科学技术的发展和人们认识的提高，随机误差可能转化为系统误差．

在生产过程中，随机误差无处不有，无时不在，它是影响数据散布的正常原因．无论哪种产品，如果仅在随机误差作用下生产，那么质量特征值服从某个确定的正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$．因此，可以根据正态分布的理论，预测产品质量特性的分布状态．此时，生产工序被认为处于统计控制状态(见图3.2)．

当生产过程处于统计控制状态且满足生产过程质量要求时，产品质量才有保证，这时产品经过抽样检查甚至免检即可

交货．控制图的目的就是将生产工序维持在所要求的统计控制状态．

如果在生产过程中存在系统误差，则质量特性或者不服从正态分布，或者虽然仍服从正态分布，但正态分布中的参数 μ 或 σ 将发生变化．有的系统误差会使分布中心 μ 的位置偏离标准中心 T_m（图 3.3）．如果不及时查明并消除系统误差，则会产生不合格品．有的系统误差会使标准差 σ 变大（图 3.4），也会导致不合格品．因此，我们需要找到一种能及时发现生产中存在系统误差的方法，对系统误差严加控制，以便保证产品质量，降低不合格品率，而控制图的作用也正在于此．

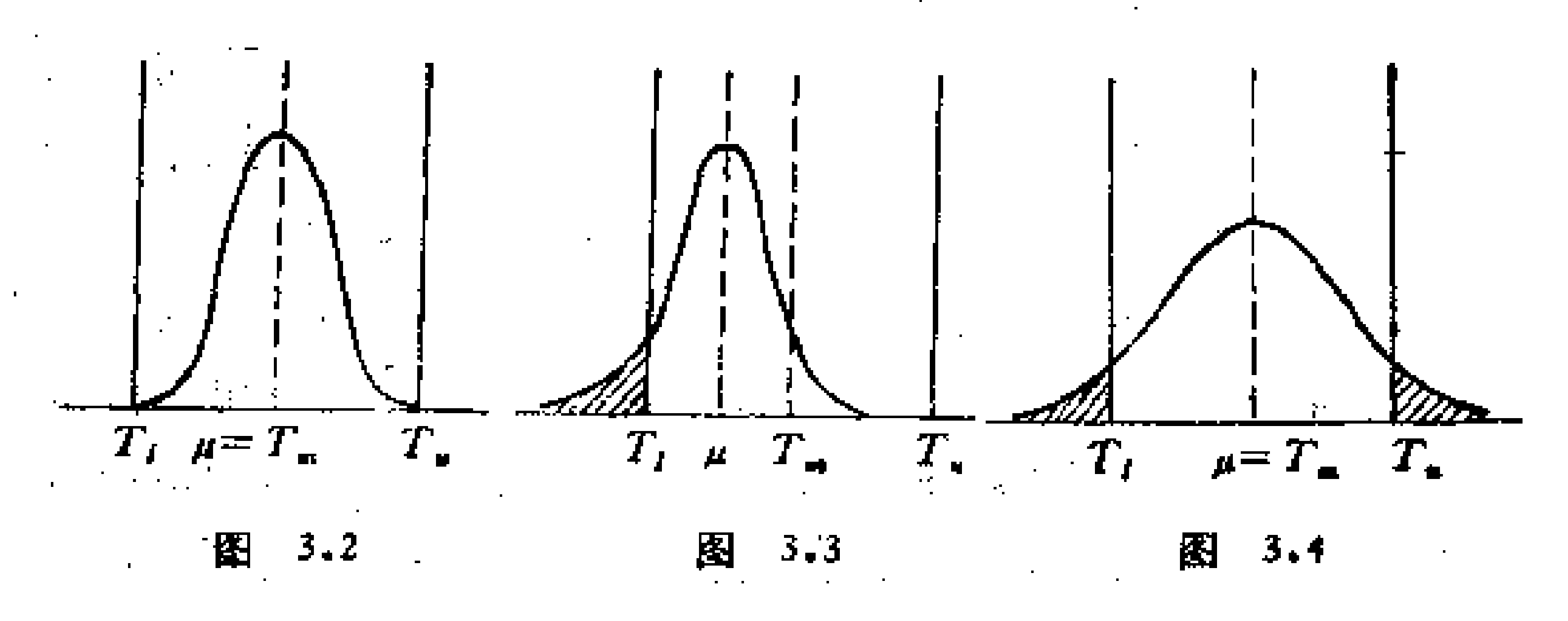


图 3.2　　图 3.3　　图 3.4

2. 3σ 原理

当不存在系统误差时，产品质量特性（总体 X）服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，它的绝大部分数据（样品）都落在范围 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ 之中．确切地说，样品 X 出现在区间 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ 中的概率为

$$P\{\mu-3\sigma \leqslant X \leqslant \mu+3\sigma\} = 0.9973 \qquad (3.1)$$

即 1000 个样品（数据）中，平均大约只有 3 个数据超出范围 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$，约有 997 个数据落在 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ 之中．如果从处于统计控制状态的工序中任抽一个样品 X，

我们可以认为 X 一定落在范围 $\mu\pm3\sigma$ 之中，而认为超出此范围是不可能的。一般来说，有下述原理。

3σ 原理 在一次试验中，如果样品 X 出现在范围 $\mu\pm3\sigma$ 的外面，则认为生产处于非统计控制状态。

于是，我们以正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的均值 μ 为中心，在其上下各取 3σ 的宽度，分别作三条平行线，即中心线 μ（实线），上、下控制界限线 $\mu\pm3\sigma$（虚线），这样就得到一张控制图(图3.5)。

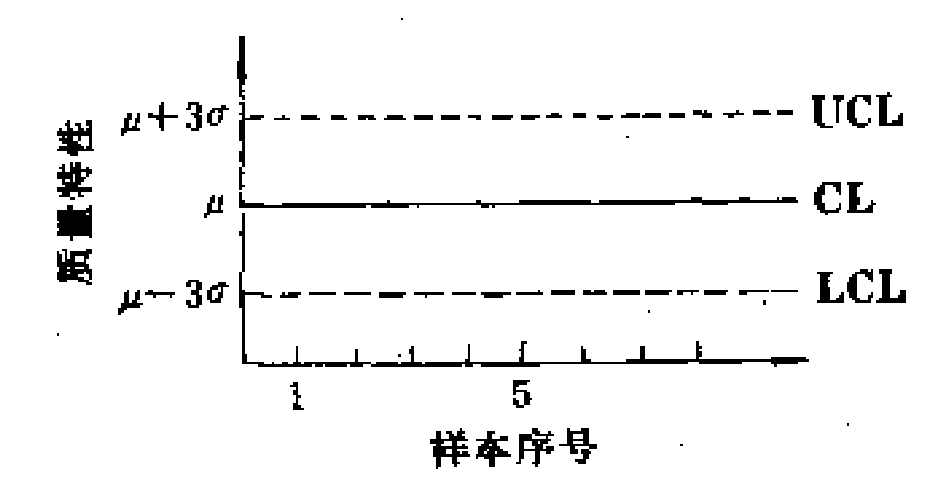


图 3.5 控制图的原理

图中

$$\begin{cases}\text{中心线} & CL=\mu\\ \text{上控制界限线} & UCL=\mu+3\sigma\\ \text{下控制界限线} & LCL=\mu-3\sigma\end{cases}\qquad(3.2)$$

本章讨论的各种控制图均是根据公式(3.2)推导出来的。

3. 两类错误

在运用控制图对生产工序进行质量控制时，有可能犯下述两类错误。

a. 第 I 类错误． 把处于统计控制状态的生产工序误判为处于非统计控制状态的错误称为第 I 类错误。犯第 I 类错

误的概率称为 I 类风险，记作 α.

b. 第 II 类错误. 把处于非统计控制状态的生产工序误判为处于统计控制状态的错误称为第 II 类错误. 犯第 II 类错误的概率称为 II 类风险，记作 β.

孤立地看，哪一类错误都可以减少，甚至可以避免. 但是，要同时避免两类错误是不可能的. 一般说来，当样本大小为定数时，α 越小则 β 越大，反之亦然. 所以一个合理的界限应使两类错误造成的总损失最小. 实践证明，选取 $\mu \pm 3\sigma$ 作为控制上、下限是较合理、较经济的.

四、控制图的种类

按产品质量特性来分类，控制图可分为计量值控制图与计数值控制图.

(1) 计量值控制图

适用于产品质量特性为计量值的情形. 例如：长度、重量、时间、强度、成分及收率等连续变量. 常用的计量值控制图有下面几种.

a. 均值-极差控制图 ($\bar{x}-R$ 图).

b. 中位数-极差控制图 ($\tilde{x}-R$ 图).

c. 单值-移动极差控制图 ($x-R_s$ 图).

d. 均值-标准差控制图 ($\bar{x}-S$ 图).

(2) 计数值控制图

适用于产品质量特性为计数值的情形. 例如：不合格品数、不合格品率、缺陷数、单位缺陷数等离散变量. 常用的计数值控制图有：

a. 不合格品率控制图 (p 图).

b. 不合格品数控制图 (pn 图).

c. 单位缺陷数控制图（u 图）。

d. 缺陷数控制图（c 图）。

按控制图的用途来分类，控制图可分为分析用控制图与控制用控制图。

(1) 分析用控制图

分析用控制图用于分析生产过程是否处于统计控制状态。若经分析后，生产过程处于统计控制状态且满足质量要求，则把分析用控制图转为控制用控制图；若经分析后，生产过程处于非统计控制状态，则应查找降低质量的异常原因，并加以消除，去掉异常数据点，重新计算中心线和控制界限线。若异常数据点比例过大，则应改进生产过程，再次收集数据，计算中心线和控制界限线；若经分析后，生产过程虽然处于统计控制状态，但不满足质量要求，则应调整生产过程的有关因素，直到满足要求方能转为控制用控制图。

(2) 控制用控制图

控制用控制图由分析用控制图转化而成，它用于对生产过程进行质量控制。按照确定的抽样间隔和样本大小抽取样本，计算统计量数值并在控制图上描点，判断生产过程是否异常。控制用控制图在使用一段时间以后，应根据实际情况对中心线和控制界限线进行修改。

第二节 计量值控制图

本节介绍四种计量值控制图，即均值-极差控制图（$\bar{x}-R$ 图）、中位数-极差控制图（$\tilde{x}-R$ 图）、单值-移动极差控制图（$x-R_s$ 图）以及均值-标准差控制图（$\bar{x}-S$ 图）。它们均适用于产品质量特性为计量值的情形。

一、均值-极差控制图（$\bar{x}$-R 图）

均值-极差控制图是均值控制图（$\bar{x}$ 图）和极差控制图（R 图）联合使用的一种控制图。$\bar{x}$ 图主要用于判断生产过程的均值是否处于或保持在所要求的水平；R 图用于判断生产过程的标准差是否处于或保持在所要求的水平。$\bar{x}$-R 图通常在样本大小 n 不超过 10 时使用，是生产实际中最常用的一种控制图。

1. 原理

设产品的某种质量特性为总体 X，X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，今从中抽取大小为 n 的样本 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，则样本均值

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{3.3}$$

服从正态分布 $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$。于是 $\bar{x}$ 图的三条直线为

$$\begin{cases} \mathrm{CL} = \mu \\ \mathrm{UCL} = \mu + \dfrac{3\sigma}{\sqrt{n}} \\ \mathrm{LCL} = \mu - \dfrac{3\sigma}{\sqrt{n}} \end{cases} \tag{3.4}$$

另一方面，样本极差

$$R = X_{\max} - X_{\min} \tag{3.5}$$

可以认为近似服从正态分布 $N(d_2\sigma, (d_3\sigma)^2)$。于是 R 图的三条直线为

$$\begin{cases} \text{CL} = d_2\sigma \\ \text{UCL} = (d_2 + 3d_3)\sigma \\ \text{LCL} = (d_2 - 3d_3)\sigma \end{cases} \tag{3.6}$$

式中 d_2, d_3 为依赖于样本大小 n 的常数(见附表 3)。

总体均值 μ 和标准差 σ 是未知的，要用它们的估计值近似代替。设从总体中抽取 k 个样本，每个样本大小均为 n. k 个样本的数据如表 3.2 所示。

表 3.2

样本序号	样　　本	均值 $\bar{X}_i$	极差 R_i
1	$X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1n}$	$\bar{X}_1$	R_1
2	$X_{21}, X_{22}, \cdots, X_{2n}$	$\bar{X}_2$	R_2
⋮	⋮　　　⋮	⋮	⋮
k	$X_{k1}, X_{k2}, \cdots, X_{kn}$	$\bar{X}_k$	R_k

表中

$$\begin{cases} \bar{X}_i = \dfrac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \quad i = 1, 2, \cdots, k \\ R_i = X_{max} - X_{min} \end{cases} \tag{3.7}$$

再计算样本均值的平均值 $\bar{\bar{X}}$ 和样本极差的均值 $\bar{R}$，即

$$\begin{cases} \bar{\bar{X}} = \dfrac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} \bar{X}_i = \dfrac{1}{nk}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \\ \bar{R} = \dfrac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} R_i \end{cases} \tag{3.8}$$

可以证明

$$\begin{cases} E(\bar{\bar{X}}) = \mu \\ E(\bar{R}) = d_2\sigma \end{cases} \tag{3.9}$$

于是，总体均值和标准差的无偏估计为

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \\ \hat{\sigma} = \bar{R}/d_2 \end{cases} \tag{3.10}$$

将(3.10)式分别代入(3.4)和(3.6)式，便得到 $\bar{x}$ 图和 R 图的计算公式

$$
\bar{x}\text{图}\begin{cases}CL = \bar{\bar{x}} \\ UCL = \bar{\bar{x}} + \dfrac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} \\ LCL = \bar{\bar{x}} - \dfrac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R}\end{cases} \tag{3.11}
$$

$$
R\text{图}\begin{cases}CL = \bar{R} \\ UCL = \left(1 + \dfrac{3d_3}{d_2}\right)\bar{R} \\ LCL = \left(1 - \dfrac{3d_3}{d_2}\right)\bar{R}\end{cases} \tag{3.12}
$$

为简化符号，引入

$$
\begin{cases}A_2 = \dfrac{3}{d_2\sqrt{n}} \\ D_3 = 1 - \dfrac{3d_3}{d_2} \\ D_4 = 1 + \dfrac{3d_3}{d_2}\end{cases} \tag{3.13}
$$

则 $\bar{x}$-R 图可以简化为

$$
\bar{x}\text{图}\begin{cases}CL = \bar{\bar{x}} \\ UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} \\ LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}\end{cases} \tag{3.14}
$$

$$
R\text{图}\begin{cases}CL = \bar{R} \\ UCL = D_4\bar{R} \\ LCL = D_3\bar{R}\end{cases} \tag{3.15}
$$

式中 A_2、D_3、D_4 均为依赖于公共样本大小 n 的常数，可从附表 3 中查得。

2. 作图方法

下面举一个例子，说明 $\bar{x}$-R 图的作图步骤。

例 3.1 某厂生产一种零件，其长度要求为 49.50 ± 0.10mm，生产过程质量要求为工序能力指数不小于 1，试设计 $\bar{x}$-R 图。

(1) 收集数据并加以分组

每隔 2 小时，从生产工序中抽取 5 个零件，测量其长度值，组成一个大小为 5 的样本，一共收集 25 个样本。为了简化数据，对原始数据 x_{ij} 作如下变换：

$$x'_{ij} = (x_{ij} - 49) \times 100$$

其逆变换为

$$x_{ij} = 49 + x'_{ij}\%$$

把变换后的数据 x'_{ij} 记入数据表(见表 3.3)。

(2) 计算 $\bar{x}'_i$ 和 R'_i

对每个样本计算样本均值和样本极差

$$\begin{cases} \bar{x}'_i = \dfrac{1}{n} \sum\limits_{j=1}^{n} x'_{ij} \\ R'_i = x'_{i\max} - x'_{i\min} \end{cases}$$

(3) 计算 $\bar{\bar{x}}$ 和 $\bar{R}$

首先计算 $\bar{\bar{x}}'$ 和 $\bar{R}'$，因样本大小均为 5，故

$$\begin{cases} \bar{\bar{x}}' = \dfrac{1}{25} \sum\limits_{i=1}^{25} \bar{x}'_i = \dfrac{1266.9}{25} = 50.68 \\ \bar{R}' = \dfrac{1}{25} \sum\limits_{i=1}^{25} \bar{R}'_i = \dfrac{200}{25} = 8 \end{cases}$$

其次，计算 $\bar{\bar{x}}$ 和 $\bar{R}$

$$\begin{cases} \bar{\bar{x}} = 49 + \bar{\bar{x}}'\% = 49 + 50.68\% = 49.5068 \\ \bar{R} = \bar{R}'\% = 8\% = 0.080 \end{cases}$$

表3.3　某零件长度值数据表（单位：mm）

样本序号	测量值					$\bar{x}$	R
	x_1'	x_2'	x_3'	x_4'	x_5'		
1	47	46	52	51	47	48.5	6
2	48	53	55	49	53	51.6	7
3	50	53	47	52	48	50.0	6
4	47	53	50	51	47	49.6	6
5	47	55	45	53	56	53.0	11
6	45	49	49	53	57	50.6	12
7	50	45	49	53	55	50.4	10
8	50	50	53	51	47	50.2	6
9	50	45	51	57	50	50.6	12
10	50	48	57	55	53	52.6	9
11	47	44	54	55	50	50.0	11
12	49	50	50	52	55	51.2	6
13	46	48	53	50	50	49.4	7
14	53	57	55	51	47	52.6	10
15	45	47	49	52	54	49.0	9
16	48	53	50	51	50	50.4	5
17	50	48	52	55	50	51.0	7
18	50	51	47	53	52	50.6	6
19	50	49	52	50	54	51.0	5
20	50	52	53	45	51	50.2	8
21	52	47	57	50	52	51.6	10
22	50	52	49	53	47	50.2	6
23	50	47	48	56	50	50.2	9
24	48	50	49	53	50	50.0	5
25	50	55	57	54	46	52.4	11
Σ						1266.9	200

（4）计算控制线

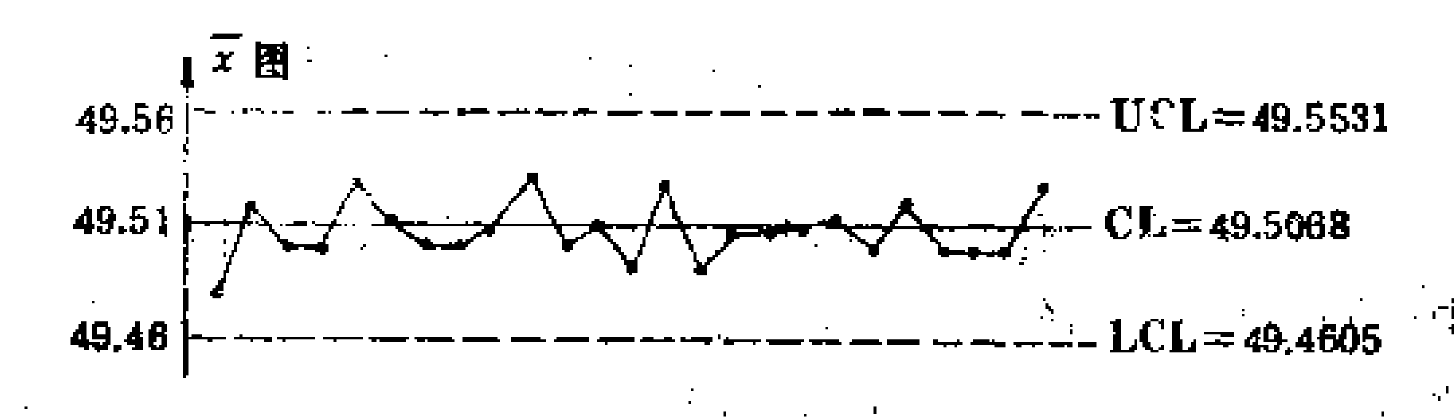
按公式(3.14)和(3.15)分别计算 $\bar{x}$ 图和 R 图的控制线，从附表3查得 $n=5$ 时，$A_2=0.577$，$D_3<0$，$D_4=2.115$，故

$$\bar{x}\text{图}\begin{cases}CL = \bar{\bar{x}} = 49.5068\\ UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 49.5531\\ LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 49.4605\end{cases}$$

$$R\text{图}\begin{cases}CL = \bar{R} = 0.080\\ UCL = D_4\bar{R} = 0.169\\ LCL = D_3\bar{R} < 0\end{cases}$$

(5) 作控制图

在方格纸上分别作 $\bar{x}$ 图和 R 图，$\bar{x}$ 图在上，R 图在下。R 图的下控制界限 LCL < 0，但极差 R 不可能为负值，所以 R 图上的下控制界限线可以省略(见图 3.6)。



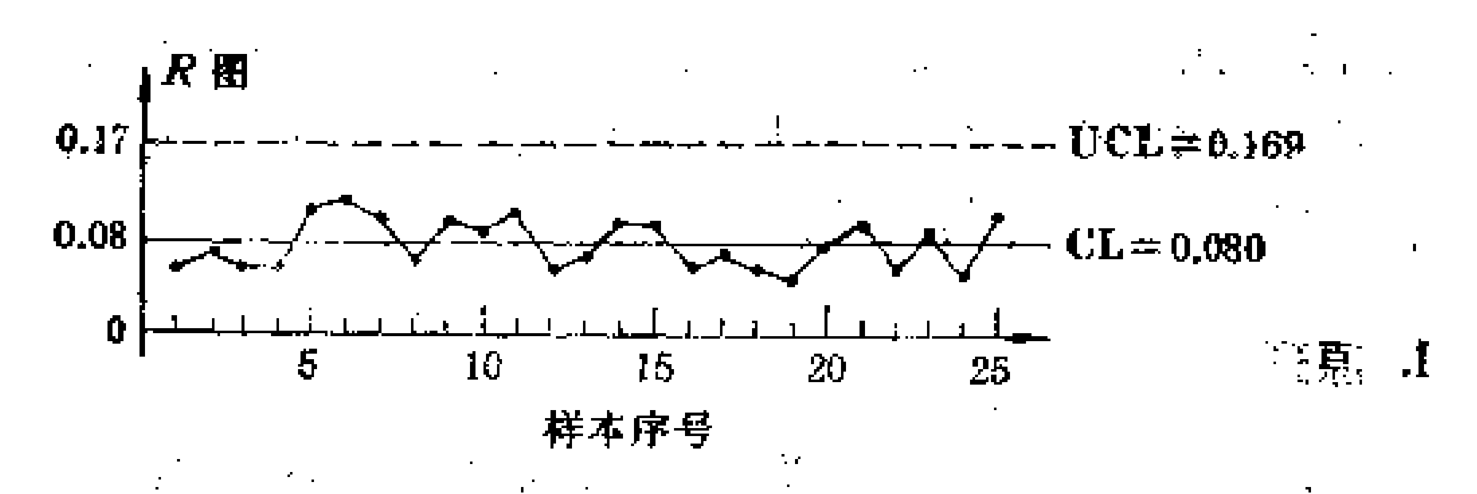


图 3.6　零件长度的 $\bar{x}$-R 图

(6) 描点

根据各样本的 $\bar{x}_i$ 和 R_i 在控制图上描点，注意

$$\begin{cases}\bar{x}_i = 49 + \bar{x}_i'\%\\ R_i = R_i'\%\end{cases}$$

(7) 分析生产过程是否处于统计控制状态

利用本章第四节所述方法加以判断，本例经分析生产工序处于统计控制状态。

(8) 计算工序能力指数的估计值

$$\hat{C}_{pk} = \frac{(T_u - T_L) - 2|T_m - \bar{\bar{x}}|}{6\bar{R}/d_2}$$

$$= \frac{0.20 - 2 \times (49.5068 - 49.50)}{6 \times 0.08/2.326}$$

$$= 0.91$$

工序能力指数要求大于 1，故 C_{pk} 不满足工序质量要求，应采取调整措施，直到满足要求，方能转为控制用控制图。

二、中位数-极差控制图（$\tilde{x}$-R 图）

我们知道，总体均值 μ 可用样本均值近似，也可以用样本中位数近似。当样本大小 n 为奇数时，无须计算就能找出中位数 $\tilde{x}$。因此，用 $\tilde{x}$ 代替 $\bar{x}$，从而得到 $\tilde{x}$-R 控制图。它比 $\bar{x}$-R 图计算简单，深受现场工人的欢迎，是常用的一种控制图。对于 R 图，我们在 $\bar{x}$-R 图中已作了详细讨论，下面仅就 $\tilde{x}$ 图的原理和制作方法进行说明。

1. 原理

设产品某质量特性为总体 X，X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，从总体中抽取大小为 n 的样本 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，将样本各分量按从小到大的顺序重新排列为

$$Y_1 \leqslant Y_2 \leqslant \cdots \leqslant Y_n \tag{3.16}$$

称统计量

$$\tilde{X} = \begin{cases} Y_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2}(Y_{\frac{n}{2}} + Y_{\frac{n}{2}+1}), & n \text{ 为偶数} \end{cases} \tag{3.17}$$

为中位数。可以证明中位数 $\tilde{X}$ 的均值和标准差分别为

$$\begin{cases} E(\tilde{X}) = \mu \\ \sigma(\tilde{X}) = m_3\sigma/\sqrt{n} \end{cases} \tag{3.18}$$

于是 $\tilde{x}$ 图的三条直线为

$$\begin{cases} \mathrm{CL} = \mu \\ \mathrm{UCL} = \mu + 3m_3\sigma/\sqrt{n} \\ \mathrm{LCL} = \mu - 3m_3\sigma/\sqrt{n} \end{cases} \tag{3.19}$$

式中系数 m_3 等于

$$m_3 = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\left(1 - \dfrac{4-\pi}{4n}\right), & \text{当 } n \text{ 为奇数} \\ \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\left(1 - \dfrac{6-\pi}{4(n+1)}\right), & \text{当 } n \text{ 为偶数} \end{cases} \tag{3.20}$$

m_3 可从附表 3 中查得。

为了求 μ、σ 的估计，从总体中抽取 k 个样本，每个样本的样本大小为 n，设 k 个样本数据如表 3.4 所示。

表 3.4

样本序号	样　本	中位数 $\tilde{X}_i$	极差 R_i
1	$X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1n}$	$\tilde{X}_1$	R_1
2	$X_{21}, X_{22}, \cdots, X_{2n}$	$\tilde{X}_2$	R_2
⋮	⋮　⋮　⋮	⋮	⋮
k	$X_{k1}, X_{k2}, \cdots, X_{kn}$	$\tilde{X}_k$	R_k

计算 k 个中位数的均值 $\bar{\tilde{x}}$ 及 k 个极差的均值 $\bar{R}$

$$\begin{cases} \bar{\tilde{x}} = \dfrac{1}{k}\sum\limits_{i=1}^{k}\tilde{X}_i \\ \bar{R} = \dfrac{1}{k}\sum\limits_{i=1}^{k}R_i \end{cases} \tag{3.21}$$

可以证明

$$\begin{cases} E(\bar{\tilde{x}}) = \mu \\ E(\bar{R}) = d_2\sigma \end{cases} \tag{3.22}$$

以 (3.22) 代入 (3.19)，得

$$\tilde{x}\text{ 图}\begin{cases} \mathrm{CL} = \bar{\tilde{x}} \\ \mathrm{UCL} = \bar{\tilde{x}} + 3m_3\dfrac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} \\ \mathrm{LCL} = \bar{\tilde{x}} - 3m_3\dfrac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} \end{cases}$$

注意到 (3.13) 式，有

$$\tilde{x}\text{ 图}\begin{cases} \mathrm{CL} = \bar{\tilde{x}} \\ \mathrm{UCL} = \bar{\tilde{x}} + m_3A_2\bar{R} \\ \mathrm{LCL} = \bar{\tilde{x}} - m_3A_2\bar{R} \end{cases} \tag{3.23}$$

R 图的计算公式仍为 (3.15) 式。

2. 作图方法

下面举例说明 $\tilde{x}$ 图的制作步骤。

例 3.2 数据同例 3.1，试对零件长度设计 $\tilde{x}$ 图。

(1) 收集数据并加以分组(见表 3.5)

(2) 计算 $\tilde{x}_i$ 和 R_i

(3) 计算 $\bar{\tilde{x}}$ 和 $\bar{R}$

首先计算 $\bar{\tilde{x}}'$ 和 $\bar{R}'$，因样本大小均为 5，故

$$\bar{\tilde{x}}' = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}\tilde{x}_i' = \frac{1261}{25} = 50.44$$

$$\bar{R}' = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}R_i' = \frac{200}{25} = 8$$

其次，计算 $\bar{\tilde{x}}$ 和 $\bar{R}$

$$\bar{\tilde{x}} = 49 + \bar{\tilde{x}}'\% = 49 + 50.44\% = 49.5044$$

$$\bar{R} = \bar{R}'\% = 8\% = 0.080$$

表 3.5　某零件长度数据表（单位：mm）

样本序号	测量值					$\bar{x}'$	R'
	x'_1	x'_2	x'_3	x'_4	x'_5		
1	47	46	52	51	47	47	6
2	48	53	55	49	48	49	7
3	50	53	47	52	48	50	6
4	47	53	50	51	47	50	6
5	47	55	45	53	56	53	11
6	45	49	49	53	57	49	12
7	50	45	49	53	55	50	10
8	50	50	53	51	47	50	6
9	50	45	51	57	50	50	12
10	50	48	57	55	53	53	9
11	47	44	54	55	50	50	11
12	49	50	50	52	55	50	6
13	46	48	53	50	50	50	7
14	53	57	55	51	47	53	10
15	45	47	49	52	54	49	9
16	48	53	50	51	50	50	5
17	50	48	52	55	50	50	7
18	50	51	47	53	52	51	6
19	50	49	52	50	54	50	5
20	50	52	53	45	51	51	8
21	52	47	57	50	52	52	10
22	50	52	49	53	47	50	6
23	50	47	48	56	50	50	9
24	48	50	49	53	50	50	5
25	50	55	57	54	46	54	11
Σ						1261	200

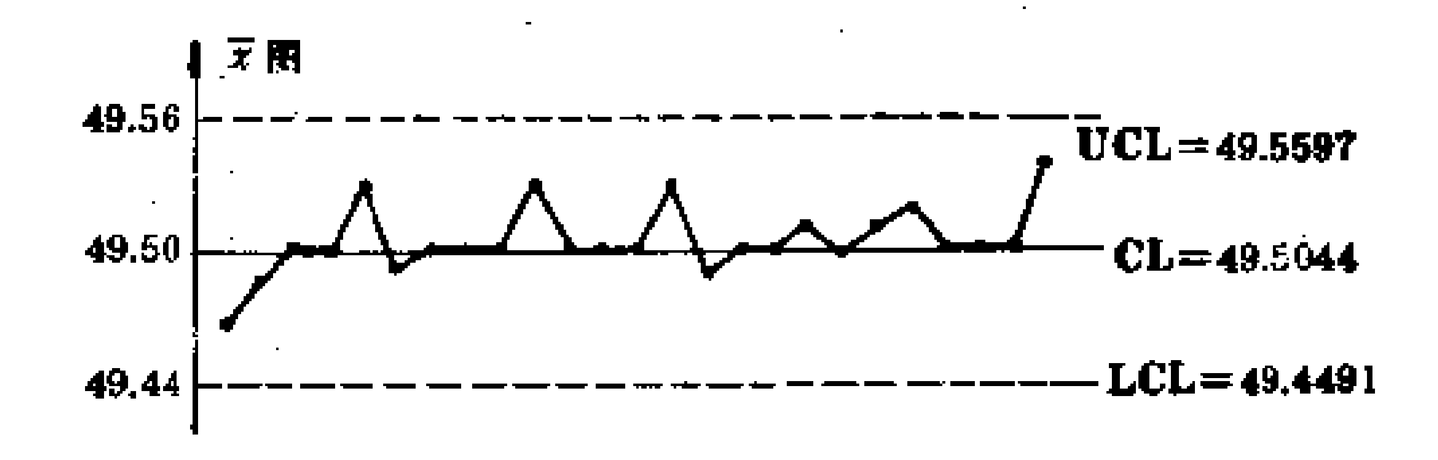
(4) 计算控制线

按公式(3.23)计算 $\bar{x}$ 图的控制线。从附表 3 查得 $n=5$ 时，$m_3A_2=0.691$，所以

$$
\tilde{x}\text{图}\begin{cases}\text{CL}=\bar{\tilde{x}}=49.5044\\ \text{UCL}=\bar{\tilde{x}}+m_3A_2\bar{R}=49.5044+0.691\times0.080\\ \qquad=49.5597\\ \text{LCL}=\bar{\tilde{x}}-m_3A_2\bar{R}=49.4491\end{cases}
$$

(5) 作控制图

把 $\tilde{x}$ 图以及例 3.1 算得的 R 图作到方格纸上，$\tilde{x}$ 图在上，R 图在下，便组成 $\tilde{x}$-R 图(图 3.7)。



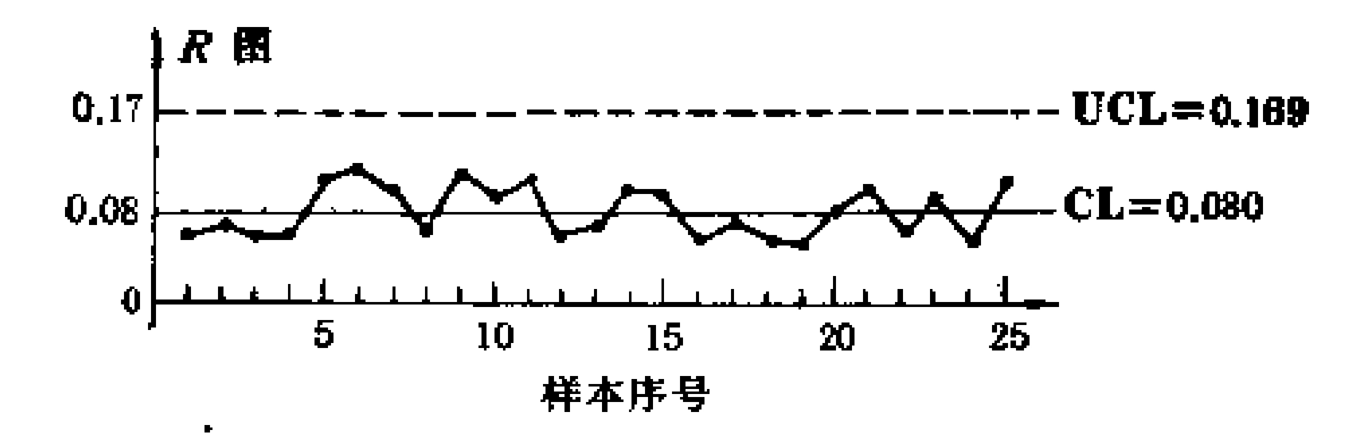


图 3.7　零件长度的 $\tilde{x}$-R 图

(6) 描点

把各样本算得的 $\tilde{x}_i$ 和 R_i 分别点到 $\tilde{x}$ 图和 R 图上，注意

$$
\begin{cases}\tilde{x}_i=49+\tilde{x}_i'\%\\ R_i=R_i'\%\end{cases}
$$

(7) 分析生产过程是否处于统计控制状态

本例经分析生产过程处于统计控制状态。

(8) 计算工序能力指数的估计值

$$\hat{C}_{pk} = \frac{(T_u - T_L) - 2|T_m - \bar{\bar{x}}|}{6\bar{R}/d_2}$$

$$= \frac{0.20 - 2 \times (49.50 - 49.5044)}{6 \times 0.08/2.326} = 0.93$$

C_{pk} 不满足过程质量要求，应采取调整措施，直到满足要求，才能转为控制用控制图。

三、单值-移动极差控制图（x-R_s 图）

前面讲的两种计量值控制图都适合于数据能分组的情形。单值-移动极差控制图主要适用于在每批产品或每一抽样间隔周期内只能得到一个观测值，因而数据不能分组的情形。x 图主要用于判生产过程的均值是否处于或保持在所要求的水平，R_s 图用于判断生产过程的标准差是否处于或保持在所要求的水平。当数据能分组时，单值控制图可与 $\bar{x}$-R 控制图一起使用。

1. 原理

（1）数据不能分组时

设某产品质量特性 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，每次从总体中抽取一个样品，一共抽取 k 个样品，填入数据表 3.6。

表 3.6

序　　号	测量值 X_i	移动极差 R_{si}
1	X_1	
2	X_2	R_{s1}
⋮	⋮	⋮
k	X_k	R_{sk-1}

表中

$$R_{si} = |X_{i+1} - X_i| \qquad i = 1, 2, \cdots, k-1$$

称为移动极差。

因为 X_i 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，所以 x 图为

$$x \text{ 图} \begin{cases} CL = \mu \\ UCL = \mu + 3\sigma \\ LCL = \mu - 3\sigma \end{cases} \tag{3.24}$$

另一方面 R_s 可以看成一个大小为 2 的样本的极差，所以 R_s 可认为近似服从正态分布 $N(1.128\sigma, (0.853\sigma)^2)$，$R_s$ 图为

$$R_s \text{ 图} \begin{cases} CL = 1.128\sigma \\ UCL = (1.128 + 3 \times 0.853)\sigma = 3.687\sigma \\ LCL = (1.128 - 3 \times 0.853)\sigma < 0 \end{cases} \tag{3.25}$$

因此，只要求出 μ，σ 的估计，然后代入 (3.24) 和 (3.25) 便得到 x-R_s 图的计算公式。

令

$$\begin{cases} \overline{X} = \dfrac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} X_i \\ \overline{R}_s = \dfrac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} R_{si} \end{cases} \tag{3.26}$$

易证

$$\begin{cases} E(\overline{X}) = \mu \\ E(\overline{R}_s) = 1.128\sigma \end{cases}$$

所以 μ 与 σ 的无偏估计为

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \overline{X} \\ \hat{\sigma} = \dfrac{\overline{R}_s}{1.128} \end{cases} \tag{3.27}$$

以此式代入 (3.24) 和 (3.25)，得

$$x \text{ 图} \begin{cases} CL = \bar{x} \\ UCL = \bar{x} + 2.66\overline{R}_s \\ LCL = \bar{x} - 2.66\overline{R}_s \end{cases} \tag{3.28}$$

$$R_s\text{ 图}\begin{cases}\text{CL} = \bar{R}_s \\ \text{UCL} = 3.27\bar{R}_s \\ \text{LCL} < 0\end{cases} \tag{3.29}$$

(2) 数据能分组时

此时亦可设计 x 图，但必须与 $\bar{x}$-R 图一起使用。x 图理论上计算公式仍为(3.24)式，但此时 μ 和 σ 的估计为(3.10)式，即

$$\begin{cases}\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \\ \hat{\sigma} = \dfrac{\bar{R}}{d_2}\end{cases}$$

以此代入(3.24)，并且令

$$E_2 = \frac{3}{d_2} \tag{3.30}$$

便得到 x 图为

$$x\text{ 图}\begin{cases}\text{CL} = \bar{\bar{x}} \\ \text{UCL} = \bar{\bar{x}} + E_2\bar{R} \\ \text{LCL} = \bar{\bar{x}} - E_2\bar{R}\end{cases} \tag{3.31}$$

式中 E_2 是依赖于样本大小 n 的常数，可以从附表 3 中查得。

2. 作图方法

下面举例说明 x-R_s 图的制作步骤。

例 3.3 某化工厂生产某种化工产品，为控制产品中主要成分含量而收集数据如表 3.6，若对主要成分含量的要求为 $(12.8\pm0.7)(\%)$，生产过程质量要求为不合格品率不超过 5%，试设计 x-R_s 图。

(1) 收集数据

每隔 24 小时，从生产工序中抽取一个样品化验，共抽取 25 个样品，所得数据见表 3.7。

表 3.7 主要成分含量数据表（单位：%）

序号 i	测量值 x_i	移动极差 R_{si}	序号 i	测量值 x_i	移动极差 R_{si}
1	12.1		16	12.2	0.3
2	12.1	0	17	13.0	0.8
3	12.4	0.3	18	12.8	0.2
4	13.2	0.8	19	12.5	0.3
5	13.3	0.1	20	12.6	0.1
6	12.4	0.9	21	12.4	0.2
7	13.0	0.6	22	12.8	0.4
8	13.5	0.5	23	12.7	0.1
9	12.5	1.0	24	12.6	0.1
10	12.8	0.3	25	13.0	0.4
11	13.1	0.3	Σ	318.7	9.5
12	12.8	0.3			
13	13.4	0.6	平　均	12.75	0.40
14	13.0	0.4			
15	12.5	0.5			

(2) 计算移动极差 R_{si}

$$R_{si} = |x_{i+1} - x_i| \quad i = 1, 2, \cdots, 24$$

(3) 计算 $\bar{x}$ 和 $\bar{R}_s$

$$\bar{x} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x_i = 12.75$$

$$\bar{R}_s = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} R_{si} = 0.40$$

(4) 计算控制线

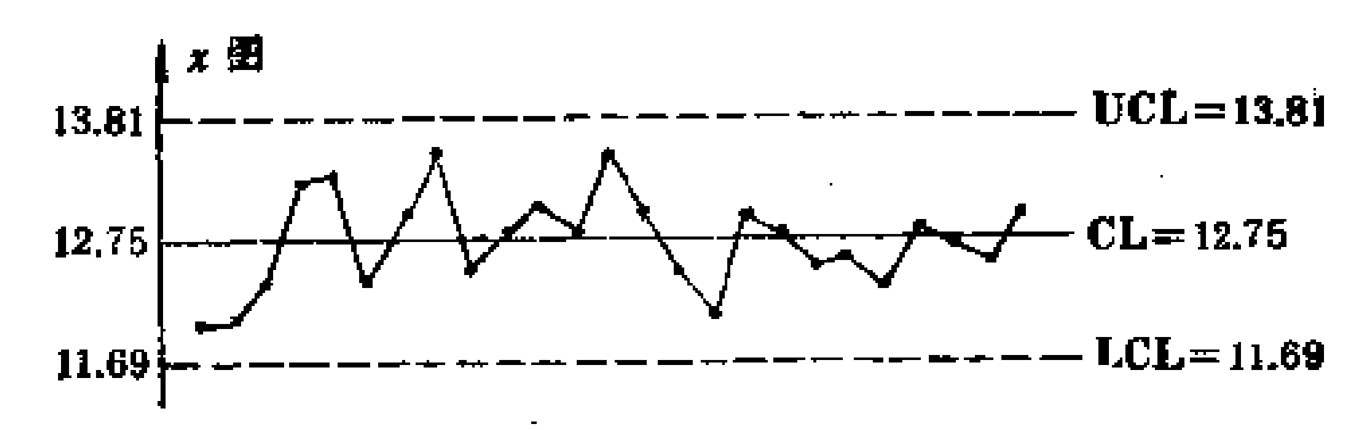
按公式(3.28)、(3.29)分别计算 x 图和 R_s 图的控制线。

$$x\text{图}\begin{cases} CL = \bar{x} = 12.75 \\ UCL = \bar{x} + 2.66\bar{R}_s = 13.81 \\ LCL = \bar{x} - 2.66\bar{R}_s = 11.69 \end{cases}$$

$$R_s\text{ 图}\begin{cases}\text{CL} = \bar{R}_s = 0.40 \\ \text{UCL} = 3.27\bar{R}_s = 1.31 \\ \text{LCL} < 0\end{cases}$$

（5）作控制图

在方格纸上分别作 x 图和 R_s 图，x 图在上，R_s 图在下，R_s 图的 LCL < 0，故下控制界限线省略(图 3.8)。



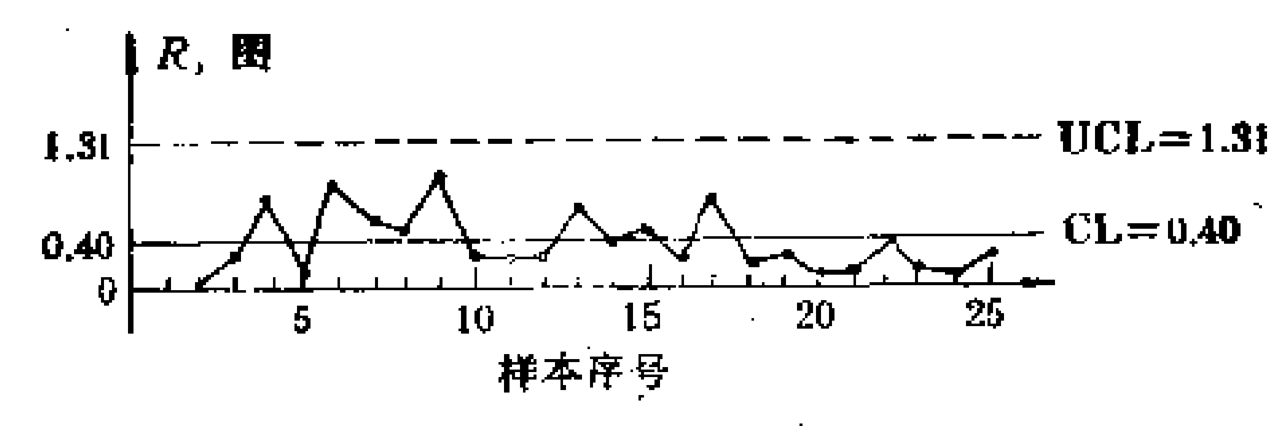


图 3.8　主要成分含量的 x-R_s 图

（6）描点

把每次测得的 x 和 R_s 分别点到 x 图和 R_s 图上。注意第一个数据只有 x 而无 R_s。

（7）分析生产过程是否处于统计控制状态

经分析生产过程处于统计控制状态。

（8）计算不合格品率估计值

不合格品率

$$p = 1 - P\{|X - 12.8| \leqslant 0.7\}$$

$$= 1 - \left[\Phi\left(\frac{13.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{12.1 - \mu}{\sigma}\right)\right]$$

不合格品率估计

$$\begin{aligned}p &= 1-\left[\Phi\left(\frac{13.5-\bar{x}}{\bar{R}_s/1.128}\right)-\Phi\left(\frac{12.1-\bar{x}}{\bar{R}_s/1.128}\right)\right]\\&= 1-\left[\Phi\left(\frac{13.5-12.75}{0.4/1.128}\right)-\Phi\left(\frac{12.1-12.75}{0.4/1.128}\right)\right]\\&= 1-[\Phi(2.12)-\Phi(-1.83)]\\&= 2-\Phi(2.12)-\Phi(1.83)=5.1\%\end{aligned}$$

因为 $p\approx 5\%$，基本满足生产过程质量要求，故可以将分析控制图转为控制用控制图。

四、均值-标准差控制图（$\bar{x}$-S 图）

均值-标准差控制图是最有效、最可靠的一种控制图。但是，由于样本标准差 s 的计算较复杂，故在实际应用中受到一定的限制。

1. 原理

设产品某质量特性为总体 X，X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，今从总体中抽取大小为 n 的样本 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，则样本均值

$$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$

服从正态分布 $N\left(\mu,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$，于是 $\bar{x}$ 图的三条直线为

$$\begin{cases}\mathrm{CL}=\mu\\ \mathrm{UCL}=\mu+\dfrac{3}{\sqrt{n}}\sigma\\ \mathrm{LCL}=\mu-\dfrac{3}{\sqrt{n}}\sigma\end{cases}\tag{3.32}$$

另一方面，样本标准差

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \tag{3.33}$$

可认为近似服从正态分布 $N(c_2^*\sigma, (c_3^*\sigma)^2)$，即

$$\begin{cases} E(s) = c_2^*\sigma \\ \mathrm{Var}(s) = (c_3^*\sigma)^2 \end{cases} \tag{3.34}$$

式中 c_2^*，c_3^* 为依赖于样本大小 n 的常数，即

$$\begin{cases} c_2^* = \sqrt{\dfrac{2}{n-1}} \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{n-1}{2}\right)} \\ c_3^* = \sqrt{1 - \dfrac{2}{n-1} \dfrac{\Gamma^2\left(\dfrac{n}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\dfrac{n-1}{2}\right)}} \end{cases} \tag{3.35}$$

于是得到 s 图的三条直线为

$$\begin{cases} \mathrm{CL} = c_2^*\sigma \\ \mathrm{UCL} = (c_2^* + 3c_3^*)\sigma \\ \mathrm{LCL} = (c_2^* - 3c_3^*)\sigma \end{cases} \tag{3.36}$$

为了估计 μ 和 σ 的值，抽取 k 个大小均为 n 的样本，其数据如表 3.8。

表 3.8

样本序号	样　　本	均值 $\bar{X}_i$	标准差 s_i
1	$X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1n}$	$\bar{X}_1$	s_1
2	$X_{21}, X_{22}, \cdots, X_{2n}$	$\bar{X}_2$	s_2
$\vdots$	$\vdots$ $\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	$X_{k1}, X_{k2}, \cdots, X_{kn}$	$\bar{X}_k$	s_k

表中

$$
\begin{cases}
\overline{X}_i = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \\
s_i = \sqrt{\dfrac{1}{n-1} \displaystyle\sum_{j=1}^{n} (X_{ij} - \overline{X}_i)^2}
\end{cases}
\quad i = 1, 2, \cdots, k
\tag{3.37}
$$

记样本均值之均值为 $\overline{\overline{X}}$，样本标准差之均值为 $\bar{s}$，则

$$
\begin{cases}
\overline{\overline{X}} = \dfrac{1}{k} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \overline{X}_i = \dfrac{1}{N} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \\
\bar{s} = \dfrac{1}{k} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} s_i
\end{cases}
\tag{3.38}
$$

式中 $N = nk$ 为所有样品数。可以证明

$$
\begin{cases}
E(\overline{\overline{X}}) = \mu \\
E(\bar{s}) = c_2^* \sigma
\end{cases}
\tag{3.39}
$$

把它们分别代入 (3.32) 和 (3.36)，得到 $\bar{x}$ 图和 s 图的计算公式

$$
\bar{x}\text{ 图}
\begin{cases}
\text{CL} = \bar{\bar{x}} \\
\text{UCL} = \bar{\bar{x}} + \dfrac{3}{\sqrt{n}\, c_2^*} \bar{s} \\
\text{LCL} = \bar{\bar{x}} - \dfrac{3}{\sqrt{n}\, c_2^*} \bar{s}
\end{cases}
\tag{3.40}
$$

$$
s\text{ 图}
\begin{cases}
\text{CL} = \bar{s} \\
\text{UCL} = \left(1 + 3 \dfrac{c_3^*}{c_2^*}\right) \bar{s} \\
\text{LCL} = \left(1 - 3 \dfrac{c_3^*}{c_2^*}\right) \bar{s}
\end{cases}
\tag{3.41}
$$

引入符号

$$
\begin{cases}
A_1^* = \dfrac{3}{\sqrt{n}\, c_2^*} \\
B_3 = 1 - \dfrac{3c_3^*}{c_2^*} \\
B_4 = 1 + \dfrac{3c_3^*}{c_2^*}
\end{cases}
\tag{3.42}
$$

则(3.40)与(3.41)可简记为

$$
\bar{x}\ 图
\begin{cases}
\mathrm{CL} = \bar{\bar{x}} \\
\mathrm{UCL} = \bar{\bar{x}} + A_1^* \bar{s} \\
\mathrm{LCL} = \bar{\bar{x}} - A_1^* \bar{s}
\end{cases}
\tag{3.43}
$$

$$
s\ 图
\begin{cases}
\mathrm{CL} = \bar{s} \\
\mathrm{UCL} = B_4 \bar{s} \\
\mathrm{LCL} = B_3 \bar{s}
\end{cases}
\tag{3.44}
$$

其中 A_1^*, B_3 和 B_4 可以从附表 3 查得。

2. 作图方法

下面举一实例,说明 $\bar{x}$-s 图的制作步骤。

例 3.4 某厂生产一种线圈,其阻抗值的要求为 15.0 ± 2.5(Ω),试对阻抗设计 $\bar{x}$-s 图。

(1) 收集数据

本例共收集 125 个数据,它们取自同一生产过程。

(2) 数据分组

取组数 $k = 25$,每组样品数 $n = 5$. 其分组原则是,每天抽取一个样本(即一组数据),同一天每隔一小时抽取一个样品。把数据填入数据表内(见表 3.9)。

(3) 计算 $\bar{x}_i$ 和 s_i

对每个样本计算样本均值和样本标准差

$$
\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \quad i = 1, 2, \cdots, k
$$

表 3.9　线圈阻抗值数据表(单位：Ω)

样本序号 i	测量值 x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{x}$	s
1	15.3	14.5	16.9	14.0	14.9	15.12	1.10
2	13.0	15.2	14.2	15.1	13.5	14.20	0.97
3	16.7	16.0	14.4	14.2	14.3	15.12	1.15
4	14.2	14.9	13.2	17.0	15.1	14.88	1.40
5	14.5	15.6	16.9	16.4	15.8	15.84	0.91
6	15.9	15.9	14.3	15.0	14.2	15.06	0.83
7	15.1	15.4	15.5	14.4	13.8	14.84	0.72
8	15.1	15.2	15.0	15.7	13.6	14.92	0.79
9	16.4	12.7	17.6	16.4	15.2	15.66	1.86
10	16.0	16.4	14.6	14.3	14.3	15.12	1.00
11	16.0	16.2	15.7	15.6	16.0	15.90	0.24
12	13.9	13.5	13.3	16.1	16.1	14.58	1.40
13	15.1	14.2	13.8	15.8	15.7	15.12	1.20
14	15.3	14.6	17.3	14.2	16.9	15.66	1.38
15	14.5	15.9	13.9	15.6	13.7	14.72	0.99
16	13.3	15.6	14.2	14.6	13.7	14.28	0.89
17	13.6	15.2	15.2	16.5	15.6	15.22	1.05
18	15.0	14.0	14.2	13.4	15.3	14.50	1.02
19	14.5	15.8	16.3	14.7	14.2	15.10	0.90
20	15.1	17.0	15.4	13.1	14.7	15.06	1.40
21	14.0	15.2	13.8	16.0	14.5	14.70	0.90
22	15.4	15.8	16.2	13.8	14.4	15.12	1.00
23	15.0	14.2	15.5	14.8	16.4	15.18	0.83
24	13.8	14.5	15.2	16.4	15.6	15.10	1.00
25	14.2	16.0	15.8	14.8	14.4	15.04	0.82
Σ						376.10	25.75

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2}$$

本例 $n = 5$，$k = 25$。

(4) 计算 $\bar{\bar{x}}$ 和 $\bar{s}$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}\bar{x}_i = \frac{376.10}{25} = 15.04$$

$$\bar{s} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} s_i = \frac{25.75}{25} = 1.03$$

(5) 计算控制线

首先从附表 3 查得，当 $n = 5$ 时

$$A_1^* = 1.427,\ B_3 < 0,\ B_4 = 2.089$$

因此

$$\bar{x}\text{图}\begin{cases}\text{CL} = 15.04 \\ \text{UCL} = 15.04 + 1.427 \times 1.03 = 16.51 \\ \text{LCL} = 15.04 - 1.427 \times 1.03 = 13.57\end{cases}$$

$$s\text{图}\begin{cases}\text{CL} = 1.03 \\ \text{UCL} = 2.089 \times 1.03 = 2.15 \\ \text{LCL} < 0\end{cases}$$

(6) 作控制图

在方格纸上分别作 $\bar{x}$ 图和 s 图，$\bar{x}$ 图在上、s 图在下。本例因 s 图的 LCL < 0，故下控制界限线可以省略(见图 3.9)。

(7) 描点

根据各样本的 $\bar{x}_i$ 和 s_i，分别在 $\bar{x}$ 图和 s 图上描点。

(8) 分析生产过程是否处于统计控制状态

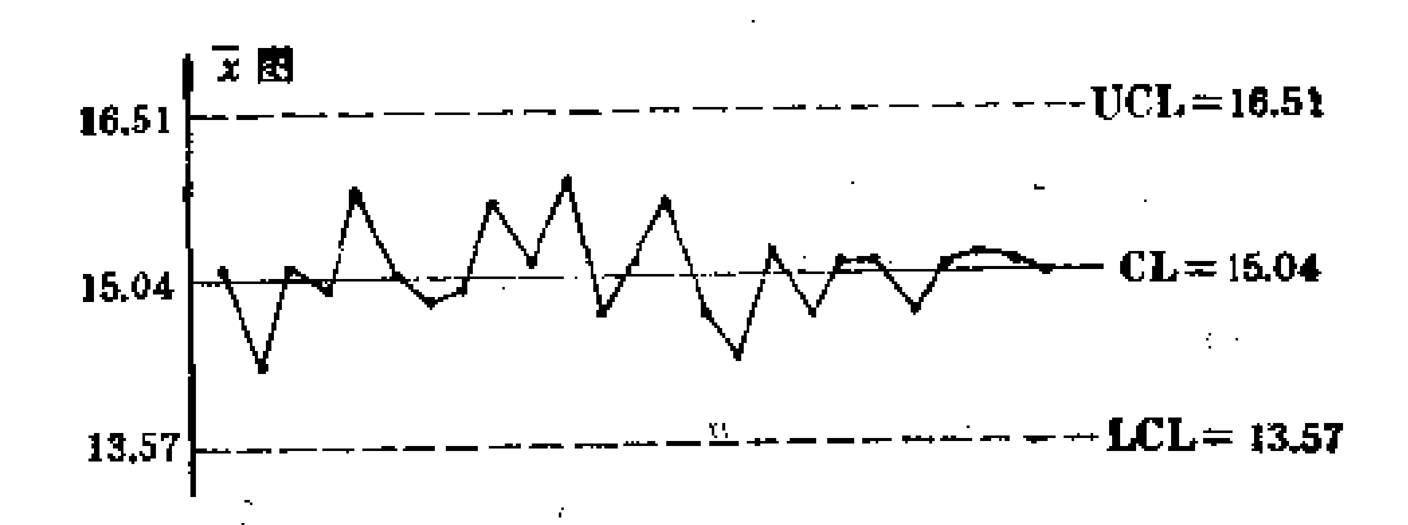
经分析生产过程处于统计控制状态。

(9) 计算工序能力指数的估计值

$$C_{pk} = \frac{(T_u - T_L) - 2|T_m - \mu|}{6\sigma}$$

$$\hat{C}_{pk} = \frac{(T_u - T_L) - 2|T_m - \bar{\bar{x}}|}{6\bar{s}/c_2^*}$$

$$= \frac{5 - 2|15.0 - 15.04|}{6 \times 1.03/0.94} = 0.75$$



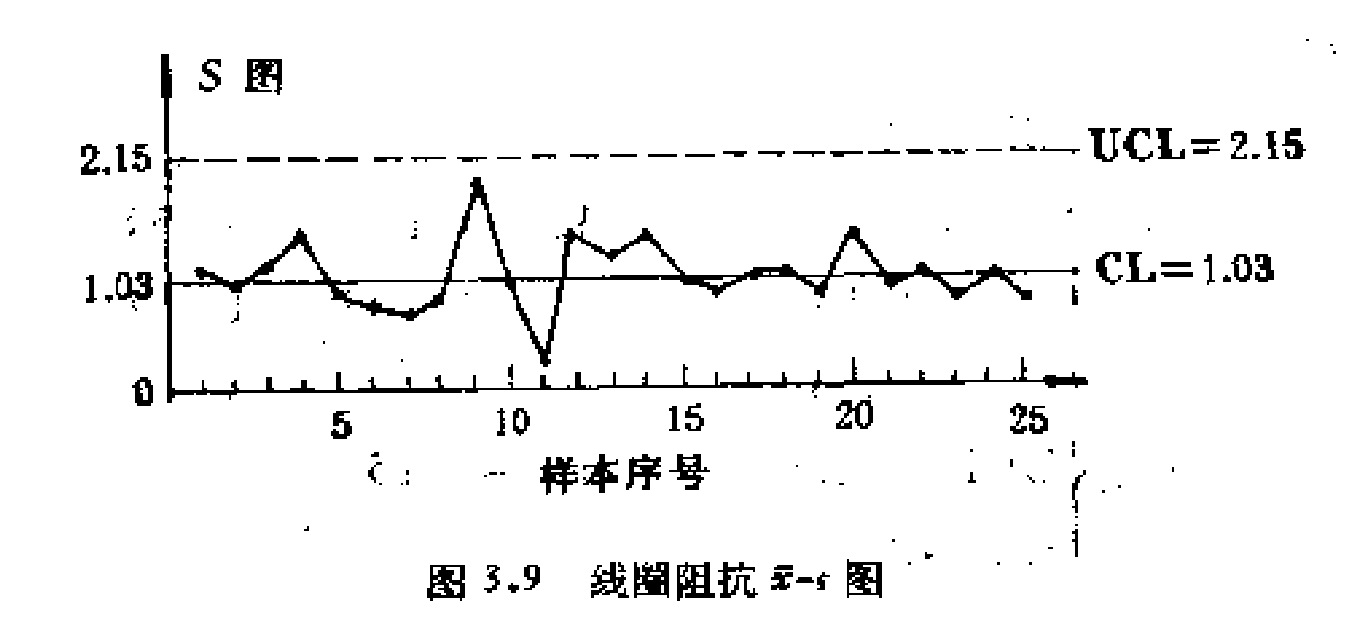


图 3.9　线圈阻抗 $\bar{x}$-s 图

$\hat{C}_{pk}<1$，工序能力不足。应采取调整措施，直到满足要求，才能转为控制用控制图。

第三节　计数值控制图

本节介绍四种计数值控制图，即不合格品率控制图——p 图、不合格品数控制图——pn 图、单位缺陷数控制图——u 图以及缺陷数控制图——c 图。它们均适用于产品质量特性为计数值的情形。

一、p 图与 pn 图

p 图与 pn 图用于判断生产过程的不合格品率是否处于

或保持在所要求的水平. p 图无论样本大小是否相等均适用，pn 图仅仅适用于样本大小相等的情形.

1. 原理

p 图与 pn 图的原理均为二项分布理论.

(1) p 图

设随机变量 X 为单位产品中的不合格品数，则对于一个稳定的生产过程，总体 X 服从二项分布 $b(1,p)$ (即"0-1"分布). 今从总体 X 中抽取 k 个样本,其结果如表 3.10 所示.

表 3.10

样本序号	样 本	不合格品数 n_ip_i	不合格品率 p_i
1	$X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1n_1}$	$\sum_{j=1}^{n_1} X_{1j}$	$p_1 = \bar{X}_1$
2	$X_{21}, X_{22}, \cdots, X_{2n_2}$	$\sum_{j=1}^{n_2} X_{2j}$	$p_2 = \bar{X}_2$
⋮	⋮ ⋮	⋮	⋮
k	$X_{k1}, X_{k2}, \cdots, X_{kn_k}$	$\sum_{j=1}^{n_k} X_{kj}$	$p_k = \bar{X}_k$

表中第 i 个样本的不合格品率 p_i 为:

$$p_i = \bar{X}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (i = 1,2,\cdots,k) \qquad (3.45)$$

可以证明 p_i 近似服从正态分布 $N\left(p, \frac{p(1-p)}{n_i}\right)$，于是 p 图的三条控制线为

$$\begin{cases} \mathrm{CL} = p \\ \mathrm{UCL} = p + 3\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n_i}} \\ \mathrm{LCL} = p - 3\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n_i}} \end{cases} \qquad (3.46)$$

取 p 的估计为

$$\bar{p}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_i}\sum_{i=1}^{k} n_i p_i=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \tag{3.47}$$

易知 $E(\bar{p})=p$，以 (3.47) 代入 (3.46)，并记

$$A_i=\frac{3}{\sqrt{n_i}} \tag{3.48}$$

则 p 图的三条控制线为

$$p\text{ 图}\begin{cases}\mathrm{CL}=\bar{p}\\ \mathrm{UCL}=\bar{p}+A_i\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}\\ \mathrm{LCL}=\bar{p}-A_i\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}\end{cases} \tag{3.49}$$

由公式 (3.49) 可以看出，当样本大小不相等时，p 图的控制界限线与样本大小 n_i 有关，是一条折线，而不是直线. 为了作图方便，当下述条件满足时

$$\begin{cases}n_{\max}\leqslant 2\bar{n}\\ n_{\min}\geqslant \bar{n}/2\\ \bar{n}=\dfrac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i\end{cases} \tag{3.50}$$

可取

$$A=\frac{3}{\sqrt{\bar{n}}} \tag{3.51}$$

此时 p 图可简化为

$$p\text{ 图}\begin{cases}\mathrm{CL}=\bar{p}\\ \mathrm{UCL}=\bar{p}+A\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}\\ \mathrm{LCL}=\bar{p}-A\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}\end{cases} \tag{3.52}$$

(2) pn 图

pn 图仅适用于样本大小相等的情形. 设 k 个样本的样本大小均为 n，可以证明第 i 个样本的不合格品数 np_i 近似

服从正态分布 $N(np, np(1-p))$，于是 pn 图的三条直线为

$$\begin{cases} CL = np \\ UCL = np + 3\sqrt{np(1-p)} \\ LCL = np - 3\sqrt{np(1-p)} \end{cases} \tag{3.53}$$

取 p 的估计为

$$\bar{p} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \tag{3.54}$$

则 pn 图的计算公式为

$$pn\text{ 图}\begin{cases} CL = \bar{p}n \\ UCL = \bar{p}n + 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})} \\ LCL = \bar{p}n - 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})} \end{cases} \tag{3.55}$$

2. 作图方法

下面分别举例说明 p 图和 pn 图的制作步骤.

例 3.5 为控制小螺钉长度不合格品率而收集的数据如表 3.11 所示. 生产过程质量要求为平均不合格品率不超过 5%，试设计 p 图.

(1) 收集数据并加以分组

本例共收集 25 组数据，每组样本大小变化很大，故设计 p 图.

(2) 计算

按公式 (3.45)—(3.49) 进行计算.

各样本序号的控制界限如表 3.11 所示.

(3) 作图

根据表 3.11 的数据作 p 图，注意控制界限线因样本大小不同而各异. LCL 为负值时，下控制界限线可以省略.

(4) 描点

把每个样本算得的 p_i 点到 p 图上.

表 3.11　螺钉长度不合格品率数据表

样本序号 i	n_i	$n_i p_i$	$p_i(\%)$	$A_i = 3/\sqrt{n_i}$	$A_i\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}$ (%)	UCL (%)	LCL(%)
1	835	8	1.0	0.104	1.196	2.55	0.15
2	808	12	1.5	0.106	1.219	2.57	0.13
3	780	6	0.8	0.107	1.230	2.58	0.12
4	252	6	2.4	0.189	2.174	3.52	—
5	430	7	1.6	0.145	1.668	3.02	—
6	600	5	0.8	0.122	1.403	2.75	—
7	822	11	1.3	0.105	1.208	2.56	0.14
8	814	8	1.0	0.105	1.208	2.56	0.14
9	206	6	2.9	0.209	2.404	3.75	—
10	703	8	1.1	0.113	1.300	2.65	0.05
11	850	19	2.2	0.103	1.184	2.53	0.17
12	709	11	1.6	0.113	1.300	2.65	0.05
13	350	5	1.4	0.160	1.840	3.19	—
14	250	8	3.2	0.190	2.185	3.54	—
15	830	14	1.7	0.104	1.196	2.55	0.15
16	798	7	0.9	0.106	1.219	2.57	0.13
17	813	9	1.1	0.105	1.208	2.56	0.14
18	818	7	0.9	0.105	1.208	2.56	0.14
19	581	8	1.4	0.125	1.438	2.79	—
20	464	4	0.9	0.139	1.598	2.95	—
21	807	11	1.4	0.106	1.219	2.57	0.13
22	595	7	1.2	0.123	1.414	2.76	—
23	500	12	2.4	0.134	1.541	2.89	—
24	760	7	0.9	0.109	1.254	2.60	0.10
25	420	8	1.9	0.146	1.679	3.03	—
Σ	15795	214	$\bar{p} = \frac{214}{15795} = 1.35\%$　$\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} = 11.5\%$				

(5) 分析生产过程是否处于统计控制状态

本例经分析生产过程处于统计控制状态。

(6) 计算不合格品率估计值

在 (2) 中已经算得 $\bar{p} = 1.35\% < 5\%$，满足生产过程质

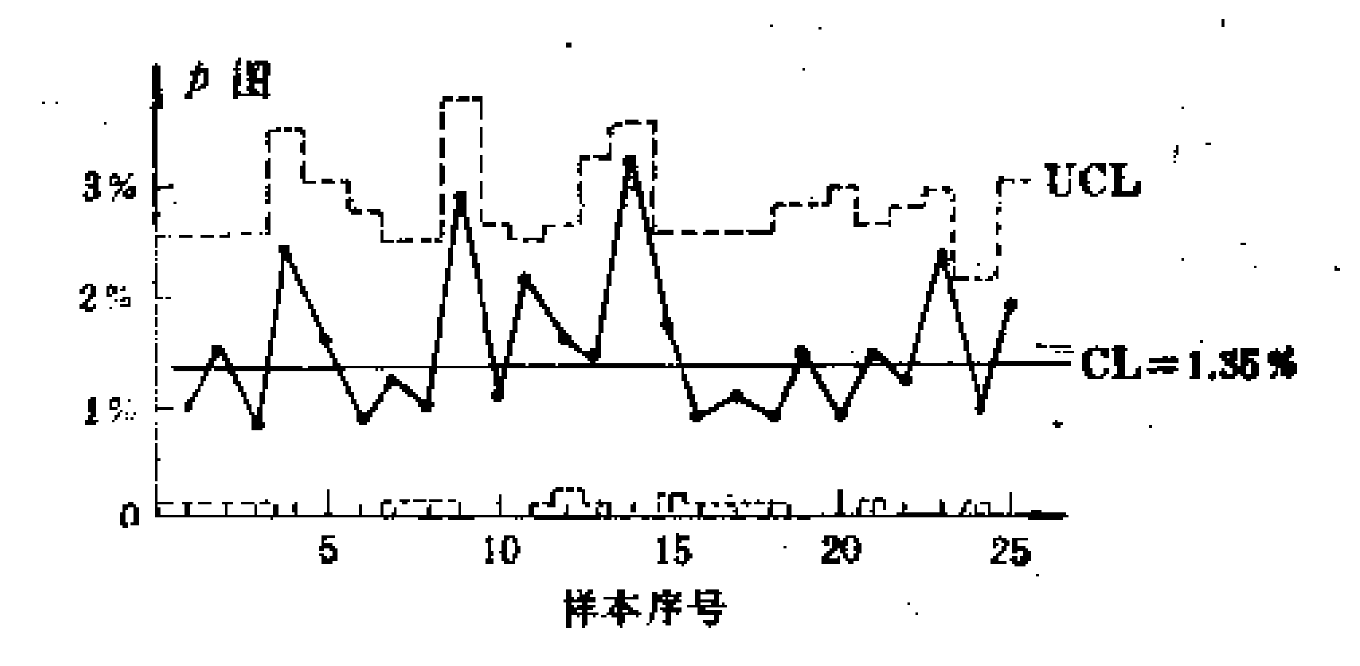


图 3.10 螺钉长度的 p 图

量要求，故可以将分析用控制图转化为控制用控制图。

例 3.6 为控制某种零件外观不合格品数而收集数据如表 3.12 所示，生产过程质量要求为不合格品率不大于 5%，试设计 pn 控制图。

表 3.12 零件外观不合格品数数据表（$n=100$）

样本序号 i	不合格品数 np_i	样本序号 i	不合格品数 np_i
1	4	15	2
2	2	16	3
3	0	17	1
4	5	18	6
5	3	19	1
6	2	20	3
7	4	21	3
8	3	22	2
9	2	23	0
10	6	24	7
11	1	25	3
12	4		
13	1	Σ	68
14	0		

(1) 收集数据并加以分组

收集 k 个样本，每个样本大小均为 n。在确定每个样本大小 n 时，要先估计工序不合格品率，使每个样本中的不合格品数在 1—5 之间。

本例 $n=100$，$k=25$。

(2) 计算 $\bar{p}$

$$\bar{p}=\frac{1}{kn}\sum_{i=1}^{k}np_i=\frac{68}{2500}=0.0272$$

(3) 计算控制线

$$pn\text{图}\begin{cases}CL=n\bar{p}=2.72\\ UCL=n\bar{p}+3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}=7.62\\ LCL=n\bar{p}-3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}<0\end{cases}$$

(4) 作控制图

在方格纸上作 pn 图，因 $LCL<0$，故下控制界限线可以省略（见图 3.11）。

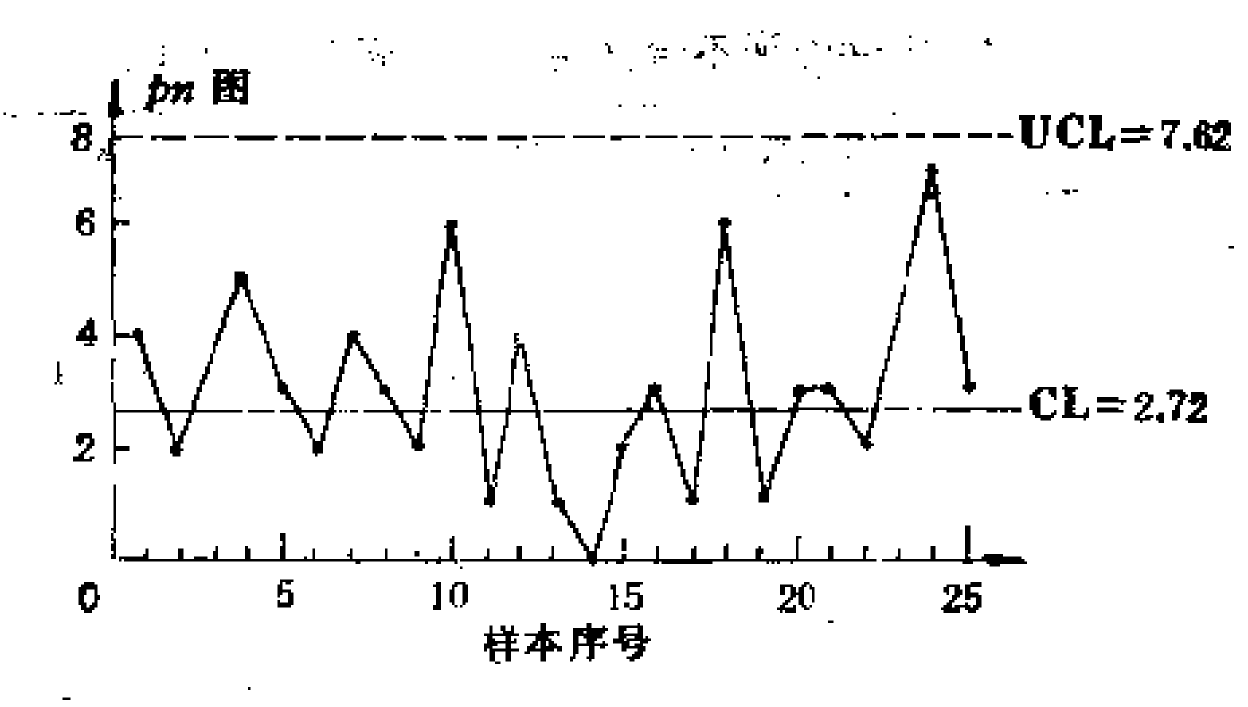


图 3.11 零件外观不合格品数 pn 图

(5) 描点

根据各样本的不合格品数 np_i，在 pn 图上描点。

(6) 分析生产过程是否处于统计控制状态

本例经分析生产过程处于统计控制状态。

(7) 计算不合格品率估计值

由(2)已知 $\bar{p}=2.72\%<5\%$，故满足生产过程质量要求，因而可将分析用控制图转为控制用控制图。

二、u 图与 c 图

u 图与 c 图均用于判断生产过程的单位产品缺陷数是否处于或保持在所要求的水平，前者无论样本大小是否相等均适用，后者仅适用于样本大小相等的情形。

1. 原理

u 图与 c 图的原理均为泊松分布理论。

(1) u 图

设随机变量 X 为单位产品中的不合格品数，则对于一个稳定的生产过程 X 服从泊松分布 $P(\lambda)$。 今从总体 X 中抽取 k 个样本，其结果如表 3.13 所示。

表 3.13

样本序号	样本	样本中缺陷数 c_i	单位产品缺陷数 u_i
1	$X_{11},X_{12},\cdots,X_{1n_1}$	c_1	u_1
2	$X_{21},X_{22},\cdots,X_{2n_2}$	c_2	u_2
⋮	⋮	⋮	⋮
k	$X_{k1},X_{k2},\cdots,X_{kn_k}$	c_k	u_k

表中

$$\begin{cases} c_i=\sum\limits_{j=1}^{n_i}X_{ij} \\ u_i=\dfrac{c_i}{n_i} \end{cases} \quad i=1,2,\cdots,k \tag{3.56}$$

可以证明 c_i 服从泊松分布 $P(n_i\lambda)$，于是

$$\begin{cases} E(c_i) = n_i\lambda \\ \text{Var}(c_i) = n_i\lambda \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,k \tag{3.57}$$

由 (3.56) 式易知

$$\begin{cases} E(u_i) = \lambda \\ \text{Var}(u_i) = \dfrac{\lambda}{n_i} \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,k \tag{3.58}$$

且可以认为 u_i 近似服从正态分布 $N\left(\lambda, \dfrac{\lambda}{n_i}\right)$，因此 u 图的三条控制线为

$$\begin{cases} \text{CL} = \lambda \\ \text{UCL} = \lambda + 3\sqrt{\dfrac{\lambda}{n_i}} \\ \text{LCL} = \lambda - 3\sqrt{\dfrac{\lambda}{n_i}} \end{cases} \tag{3.59}$$

取 λ 的估计值为

$$\hat{\lambda} = \bar{u} = \sum_{i=1}^{k} c_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i \tag{3.60}$$

易证 $\bar{u}$ 为 λ 的无偏估计，即

$$E(\bar{u}) = \lambda \tag{3.61}$$

以 (3.61) 代入 (3.59)，立即得到 u 图的计算公式。

$$u\text{图}\begin{cases} \text{CL} = \bar{u} \\ \text{UCL} = \bar{u} + 3\sqrt{\dfrac{\bar{u}}{n_i}} \\ \text{LCL} = \bar{u} - 3\sqrt{\dfrac{\bar{u}}{n_i}} \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,k \tag{3.62}$$

注意 u 图的上、下控制界限线分别与样本大小 n_i 有关，因而是折线而不是直线。为了作图方便，当条件(3.50)满足时，可按下式计算 u 图。

$$
u\text{ 图}\begin{cases}\mathrm{CL}=\bar{u}\\ \mathrm{UCL}=\bar{u}+3\sqrt{\dfrac{\bar{u}}{\bar{n}}}\\ \mathrm{LCL}=\bar{u}-3\sqrt{\dfrac{\bar{u}}{\bar{n}}}\end{cases}\tag{3.63}
$$

此时上、下控制界限线均为直线。

(2) c 图

由于 c 图仅适用于样本大小相等的情形，故假定样本大小均为 n，则第 i 个样本中的缺陷数 c_i 服从泊松分布 $P(n\lambda)$，亦可认为 c_i 近似服从正态分布 $N(n\lambda, n\lambda)$，于是 c 图的三条直线为

$$
\text{图}\begin{cases}\mathrm{CL}=n\lambda\\ \mathrm{UCL}=n\lambda+3\sqrt{n\lambda}\\ \mathrm{LCL}=n\lambda-3\sqrt{n\lambda}\end{cases}\tag{3.64}
$$

记

$$
\bar{c}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}c_i \tag{3.65}
$$

易知

$$
E(\bar{c})=n\lambda \tag{3.66}
$$

以(3.66)代入(3.64)得 c 图的计算式为

$$
c\text{ 图}\begin{cases}\mathrm{CL}=\bar{c}\\ \mathrm{UCL}=\bar{c}+3\sqrt{\bar{c}}\\ \mathrm{LCL}=\bar{c}-3\sqrt{\bar{c}}\end{cases}\tag{3.67}
$$

2. 作图方法

下面分别举例说明 u 图和 c 图的制作步骤。

例 3.7 某漆包线针孔数据如表 3.14 所示，生产过程质量要求每公尺漆包线平均针孔数不超过 4，试设计 u 图。

表 3.14　漆包线针孔数据表

序号 i	样本大小 n_i	缺陷数 c_i	单位缺陷数 u_i	UCL	LCL
1	1.0	4	4.0	8.60	—
2	1.0	5	5.0	8.60	—
3	1.0	3	3.0	8.60	—
4	1.0	3	3.0	8.60	—
5	1.0	5	5.0	8.60	—
6	1.3	2	1.5	7.94	—
7	1.3	5	3.8	7.94	—
8	1.3	3	2.3	7.94	—
9	1.3	2	1.5	7.94	—
10	1.3	1	0.8	7.94	—
11	1.3	5	3.8	7.94	—
12	1.3	2	1.5	7.94	—
13	1.3	4	3.1	7.94	—
14	1.3	2	1.5	7.94	—
15	1.2	6	5.0	8.10	—
16	1.2	4	3.3	8.10	—
17	1.2	0	0	8.10	—
18	1.7	8	4.7	7.34	—
19	1.7	3	1.8	7.34	—
20	1.7	8	4.7	7.34	—
21	2.0	7	3.5	7.03	—
22	2.0	8	4.0	7.03	—
23	2.0	10	5.0	7.03	—
24	2.0	6	3.0	7.03	—
25	2.0	8	4.0	7.03	—
Σ	35.4	114			

(1) 收集数据

本例规定每公尺漆包线为一个单位产品，共收集到25个样本，各样本的样本大小不等。

(2) 计算 c_i 与 u_i

c_i 为第 i 个样本的缺陷数(即针孔数)，u_i 为第 i 个样本的单位产品缺陷数(即每米漆包线平均针孔数)。

(3) 计算 $\bar{u}$

$$\bar{u}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_i}\sum_{i=1}^{k} c_i=\frac{114}{35.4}=3.22$$

故中心线为

$$\mathrm{CL}=3.22$$

(4) 计算上、下控制界限线

对每个样本分别计算上、下控制界限线，注意因每个样本的LCL 均为负数，故下控制界限线可以不考虑。

(5) 作控制图

根据表 3.14 的数据作 u 图，上控制界限线因样本大小不同而各异，下控制界限线均不考虑。

(6) 描点

把每个样本算得的 u_i 点到 u 图上(见图 3.12)。

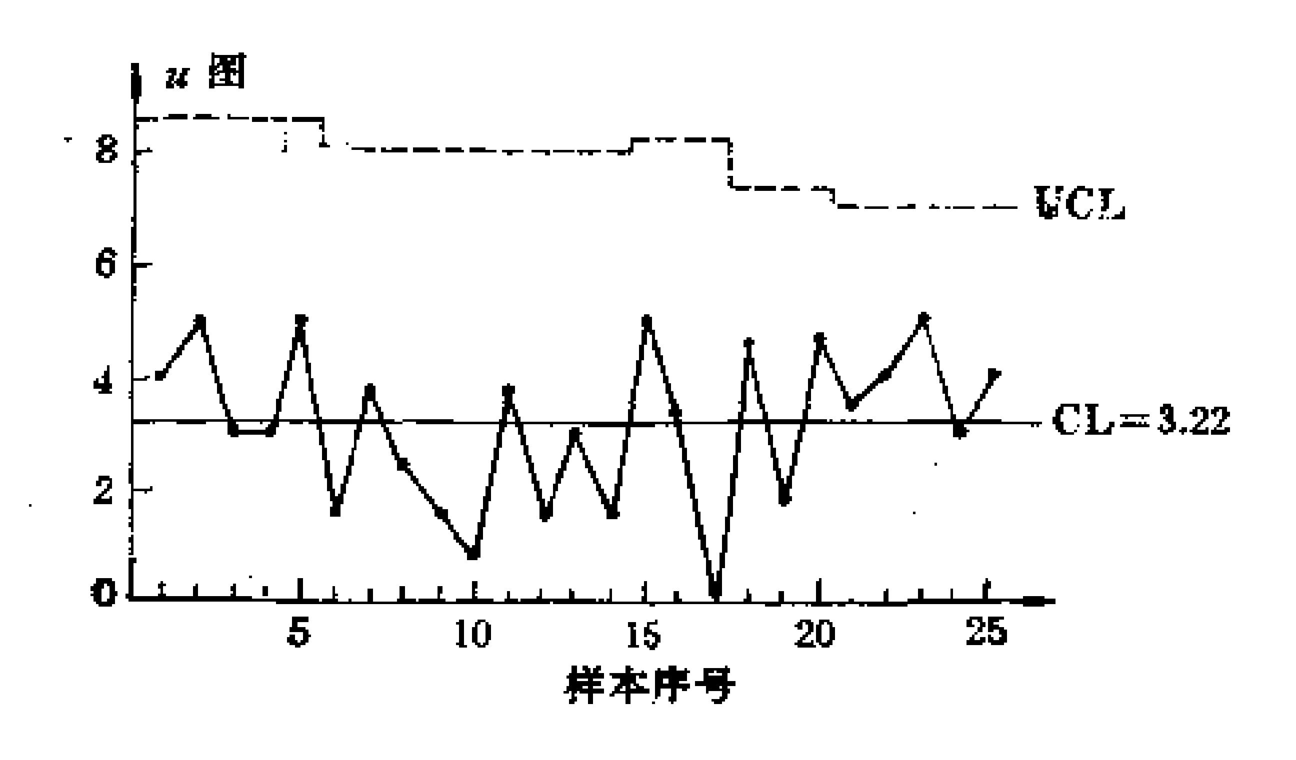


图 3.12　漆包线外观针孔数 u 图

(7) 分析生产过程是否处于统计控制状态

本例经分析生产过程处于统计控制状态。

(8) 计算是否满足生产过程质量要求

因 $\bar{u}=3.22<4$，故满足生产过程质量要求，因而可以将分析用控制图转为控制用控制图。

例 3.8 某电视机接线板虚焊数据如表 3.15，已知生产过程质量要求为平均每块接线板虚焊数不大于 5，试设计 c 图。

(1) 收集数据

c 图要求样本大小均相等，本例每个样本仅取一个样品，即一块接线板，虚焊数据见表 3.15。

表 3.15 电视机接线板虚焊数据表($n_i=1$)

序号 i	虚焊数 c_i	序号 i	虚焊数 c_i
1	7	15	2
2	5	16	4
3	3	17	7
4	4	18	4
5	3	19	2
6	8	20	3
7	2	21	3
8	3	22	7
9	4	23	4
10	5	24	5
11	6	25	2
12	3		
13	2	Σ	105
14	7		

(2) 计算 $\bar{c}$

$$\bar{c}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}c_i=\frac{105}{25}=4.2$$

(3) 计算控制线

$$c\text{ 图}\begin{cases}\mathrm{CL}=\bar{c}=4.2\\ \mathrm{UCL}=\bar{c}+3\sqrt{\bar{c}}=10.3\\ \mathrm{LCL}=\bar{c}-3\sqrt{\bar{c}}<0\end{cases}$$

(4) 作控制图

注意 LCL <0，故下控制界限线可以省略.

(5) 描点

把每个样本的 c_i 点到 c 图上.

(6) 分析生产过程是否处于统计控制状态

经分析生产过程处于统计控制状态.

(7) 判断是否满足生产过程质量要求

因为 $\bar{c}=4.2<5$，故满足生产过程质量要求，所以可以把分析用控制图转为控制用控制图.

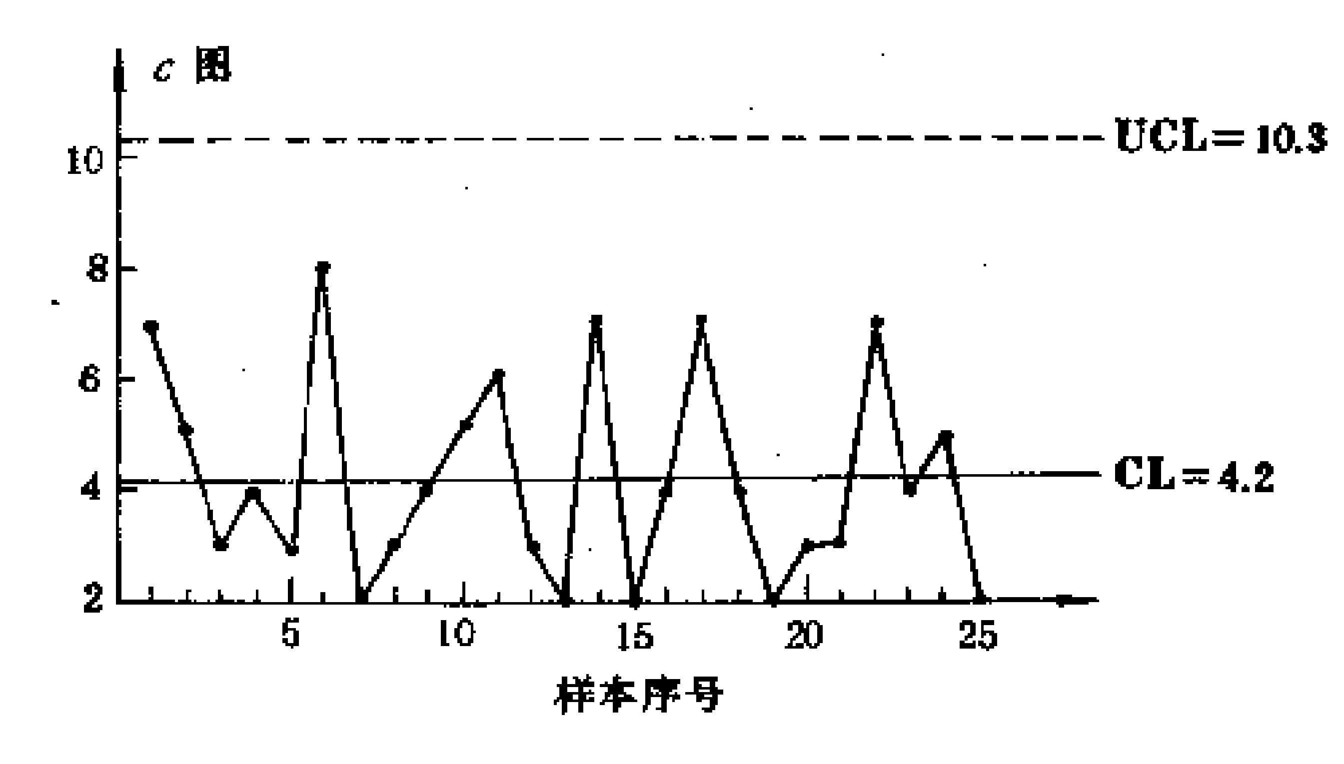


图 3.13　接线板虚焊数 c 图

第四节　控制图的判断与分析

前面几节，我们介绍了四种计量值控制图 ($\bar{x}-R$ 图、$\tilde{x}-R$ 图、$x-R_s$ 图、$\bar{x}-s$ 图)与四种计数值控制图(p 图、pn 图、u图、c 图)，依据这些控制图，可以判断生产过程是否处于统计控

制状态，下面将介绍这些判断规则及其原理。

一、控制图的判断规则

所谓生产过程处于统计控制状态，实质上是指生产过程仅受随机误差的影响，不受系统误差的干扰。此时，对计量值数据来说，其产品质量特性服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，参数 μ 和 σ 是固定的，不随时间和空间的变化而变化。于是，生产过程处于稳定的统计控制状态。当生产过程中出现系统误差影响时，控制图上的点就出现异常状态，或有的点超越控制界限线，或点子排列有缺陷，此时我们称生产过程处于非统计控制状态。对于计数值控制图，道理也是一样的。

我们根据正态分布理论，制订出一套判断生产过程是否处于统计控制状态的判断规则。粗略地讲，如果控制图中的点子绝大多数均在控制界限线内，且点子的排列没有缺陷(即属于随机排列)，则可以判断生产过程处于统计控制状态。如果有一定数量的点子越出控制界限线，或者虽然都在控制界限线内，但其排列出现缺陷，都应当判断生产过程处于非统计控制状态。具体地讲，有如下规则。

规则 1 绝大多数点子在控制界限线内。

这一规则是指同时满足如下细则。

(1) 连续 25 点中没有一点在控制界限线外。

(2) 连续 35 点中最多有一点在控制界限线外。

(3) 连续 100 点中最多有两点在控制界限线外。

因为用少量数据作控制图容易产生错误的判断，所以至少 25 点才能作判断。

令 T 表示 n 个点子中越出控制界限的点数，则随机变量 T 服从下述二项分布

$$\begin{cases} P\{T=t\}=\binom{n}{t}p^t(1-p)^{n-t} & t=0,1,2,\cdots,n \\ p=0.0027 \end{cases} \tag{3.68}$$

为书写方便，记

$$P_n(t)=P\{T=t\} \tag{3.69}$$

取 $n=25, 35, 100$，算得表 3.16。

表 3.16

n \ $P_n(t)$	$P_n(0)$	$P_n(0)+P_n(1)$	$P_n(0)+P_n(1)+P_n(2)$
25	0.9346	0.9979	1
35	0.9097	0.9959	1
100	0.7631	0.9697	0.9974

从上表可以看出当 $n=35$ 时，最多有一点在控制界限线外的概率为 $p_{35}(0)+p_{35}(1)=0.9959$，因此至少有 2 点在界限线外的概率不超过 1%，为小概率事件；当 $n=100$ 时，最多有 2 点在界限线外的概率为 0.9974，因此至少有 3 点在界限线外的概率不超过 1%，为小概率事件。 根据小概率事件在一次试验中不会发生这一原则，从而规定了细则(2)与细则(3)。

规则 2 点子排列无下述异常现象。

(1) 链

若干点连续出现在中心线同一侧时，这些点子所联成的折线称为链(见图 3.14)。

若出现 7 点链或多于 7 点的链，就判断生产过程处于非统计控制状态。事实上，当出现 5 点链时，就应注意操作方法和工序的动向；当出现 6 点链时，应开始调查原因。

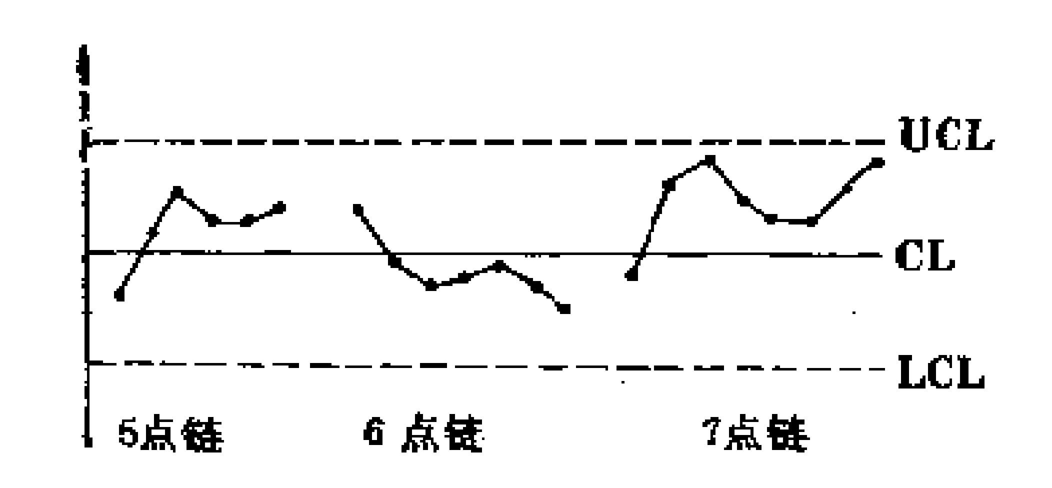


图 3.14　链

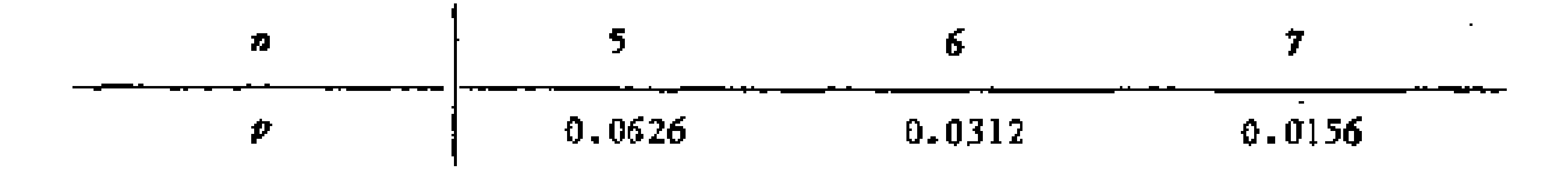
设 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 为连续落在控制界限内的 n 个点子的纵坐标，则对每个 Y_i 均有

$$P\{Y_i > \mathrm{CL}\} = P\{Y_i < \mathrm{CL}\} \approx \frac{1}{2} \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

因此，n 个点子在中心线同一侧的概率为

$$\begin{aligned} p &= P\{Y_1 > \mathrm{CL}, Y_2 > \mathrm{CL}, \cdots, Y_n > \mathrm{CL}\} \\ &\quad + P\{Y_1 < \mathrm{CL}, Y_2 < \mathrm{CL}, \cdots, Y_n < \mathrm{CL}\} \\ &= \prod_{i=1}^{n} P\{Y_i > \mathrm{CL}\} + \prod_{i=1}^{n} P\{Y_i < \mathrm{CL}\} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

取 $n = 5, 6, 7$ 得



n	5	6	7
p	0.0626	0.0312	0.0156

可见，7 点链出现的概率接近 1%，故可判断生产过程处于非统计控制状态。

(2) 单调链

若干个点连续上升(或连续下降)时，这些点子所联成的折线称为单调链(图 3.15)。

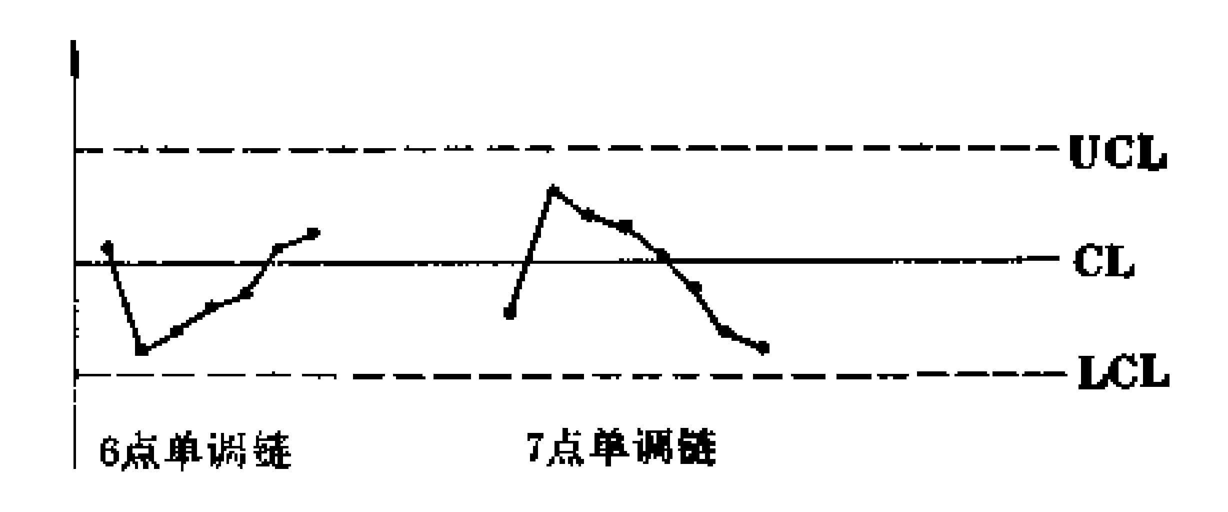


图 3.15 单调链

对于单调链的处理方法与“链”相同，7 点或多于 7 点的单调链判断生产过程处于非统计控制状态，6 点单调链要调查原因，5 点单调链要注意工序动向.

设 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 为控制图中相邻的 n 个点的纵坐标，若生产过程处于统计控制状态，则它们独立同分布，且均为正态随机变量，这时出现 7 点单调链的概率为

$$
\begin{aligned}
p &= P\{Y_1 > Y_2 > \cdots > Y_7\} \\
&\quad + P\{Y_1 < Y_2 < \cdots < Y_7\} \\
&= 2\int_{-\infty}^{\infty} f(y_1)dy_1 \int_{y_1}^{\infty} f(y_2)dy_2 \int_{y_2}^{\infty} f(y_3)dy_3 \cdots \\
&\quad \cdot \int_{y_6}^{\infty} f(y_7)dy_7 \\
&= 2\int_{-\infty}^{\infty} f(y_1)dy_1 \cdots \int_{y_5}^{\infty} f(y_6)[1 - F(y_6)]dy_6 \\
&= \frac{2}{2!}\int_{-\infty}^{\infty} f(y_1)dy_1 \cdots \int_{y_4}^{\infty} f(y_5)[1 - F(y_5)]^2 dy_5 \\
&= \frac{2}{3!}\int_{-\infty}^{\infty} f(y_1)dy_1 \cdots \int_{y_3}^{\infty} f(y_4)[1 - F(y_4)]^3 dy_4 \\
&= \frac{2}{7!}
\end{aligned}
$$

一般出现 n 点单调链的概率为 $\frac{2}{n!}$，取 $n = 5, 6, 7$ 得

n	5	6	7
p	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{360}$	$\frac{1}{2520}$

可见，出现 6 点单调链的概率已小于 1%，而出现 7 点单调链的概率小于 0.1%。

(3) 多数点在中心线同一侧

下列四种情况之一出现，均判断生产工序处于非统计控制状态。

a. 连续 11 点中至少有 10 点在中心线同侧。

b. 连续 14 点中至少有 12 点在中心线同侧。

c. 连续 17 点中至少有 14 点在中心线同侧。

d. 连续 20 点中至少有 16 点在中心线同侧。

连续 n 个点中至少有 k 个点在中心线同侧的概率为

$$p = 2\sum_{i=k}^{n} b\left(n, \frac{1}{2}\right) = 2\sum_{i=k}^{n}\binom{n}{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

经过计算有如下结果

$n = 11$，$k = 10$ 时，　$p = 0.0118$

$n = 14$，$k = 12$ 时，　$p = 0.0130$

$n = 20$，$k = 16$ 时，　$p = 0.0118$

它们均接近 1%，因此，出现这些情况之一均可判断生产过程处于非统计控制状态。

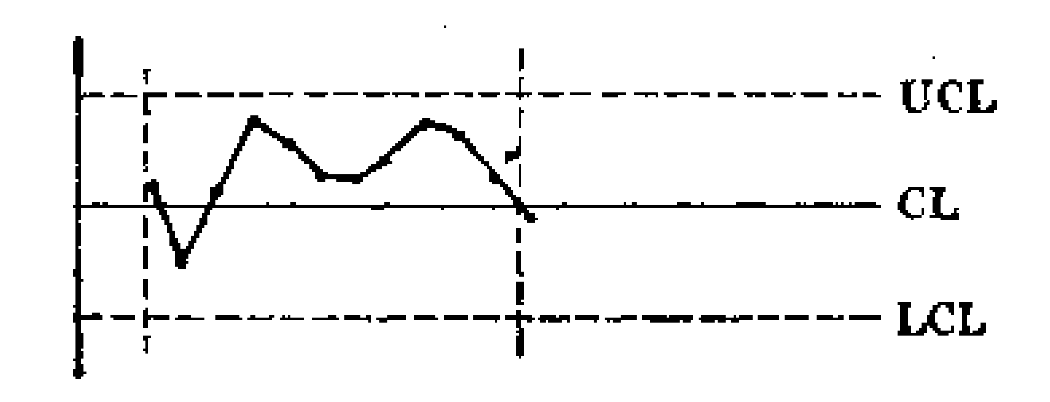


图 3.16　连续 11 点中有 10 点均在中心线上侧

(4) 接近控制界限线

在中心线与控制界限线之间作三等分线，在靠近控制界限线的分点画两条直线 l_3 和 l_4（见图 3.17）。如果在最外侧 $\frac{1}{3}$ 带形区域内存在下列两种情形之一，均判断生产过程处于非统计控制状态。

a. 连续 3 点中至少有 2 点落在带形区域内。

b. 连续 7 点中至少有 3 点落在带形区域内。

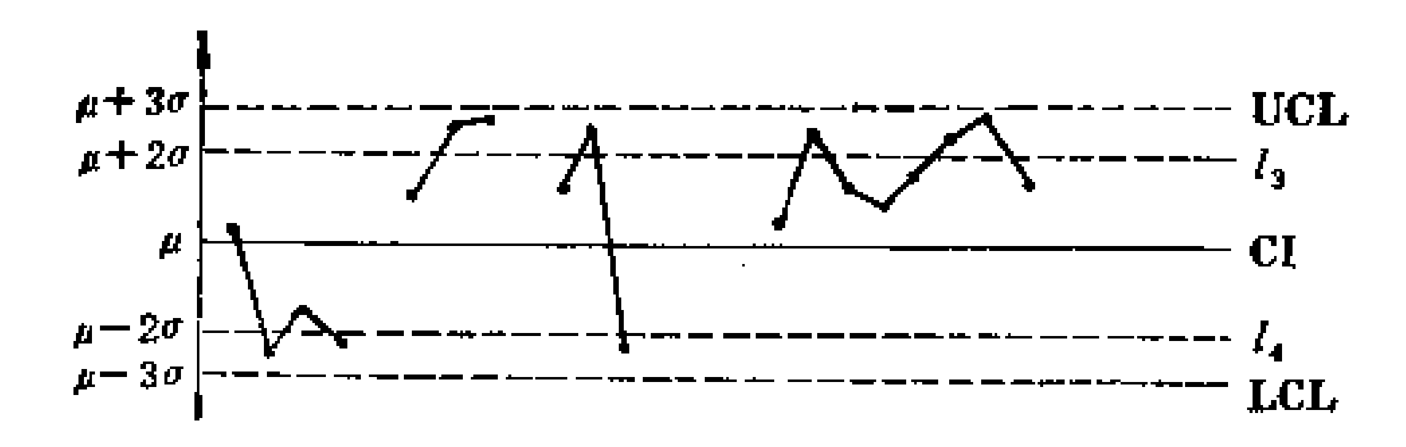


图 3.17 接近控制界限线

每一点落在靠近控制界限线的 $\frac{1}{3}$ 带形区域内的概率为 $p_0 \approx 0.05$，则

$$\sum_{t=2}^{3} b(3,p_0) = \sum_{t=2}^{3} \binom{3}{t} p_0^t(1-p_0)^{3-t} = 0.0073$$

$$\sum_{t=3}^{7} b(7,p_0) = \sum_{t=3}^{7} \binom{7}{t} p_0^t(1-p_0)^{7-t} = 0.0038$$

它们均小于 1%，故判断生产过程处于非统计控制状态。

二、控制图的观察与分析

使用控制图时，要搞清当生产过程变化时控制图上的点子是如何变化的。另一方面，当控制图出现异常情况时，要进

一步分析产生异常情况的原因。有下述几点要特别注意。

(1) 控制图按其控制对象来说，有两种类型。一种是控制均值的，如：$\bar{x}$ 图、$\tilde{x}$ 图、x 图、p 图、pn 图、u 图与 c 图；一种是控制标准差的，如：R 图、R_s 图与 s 图。当生产过程均值显著变化时，仅在控制均值的图上出现异常；当生产过程标准差显著变大时，不仅在控制标准差的图上出现异常，而且在控制均值的图上也可能出现异常。

(2) 同一批数据最好用多种方法加以分析。有时用一种控制图发现不了的问题，改用另一种控制图分析，问题便显示出来了；也可以用改变分组的方法加以分析，这样也常常能发现问题。

(3) 当一张控制图上的点子绝大多数靠近中心线而远离上、下控制界限线时，这并不是好兆头。很可能来自不同总体(即不同生产过程)的数据混杂在一起，以致散布增大，造成上、下控制界限很宽，切忌被这种表面现象所迷惑。

(4) 制作计量值控制图是在数据服从正态分布这一基本假定下进行的。根据中心极限定理，虽然个别数据未必服从正态分布，但是 $\bar{x}$，$\tilde{x}$ 可认为近似服从正态分布。但是，对于单值控制图 (x 图)要特别小心。当 x 图和 R_s 图上的点子变化趋势明显相似 (或同时上升，或同时下降)，或者变化趋势明显相异 (x 图上点子上升，R_s 图上点子下降；或者 x 图上点子下降，R_s 图上点子上升)时，均表明单个数据不服从正态分布。此时，必须通过适当的变换把数据转化为服从正态分布的数据，再制作控制图。

三、使用控制图的全过程

根据本章的讨论，使用控制图的全过程可归纳为以下几

个步骤。

(1) 选定产品的质量特性及所用的控制图(见表 3.17)。

(2) 收集预备数据,作分析用控制图。

(3) 用分析用控制图判断生产过程是否处于统计控制状态。

若经分析后，生产过程处于非统计控制状态，应采取措施,并重新进行第 2，3 步。

表 3.17　常用控制图一览表

数据	控制图名称	上、下控制界限线	中心线	说明
计量值	$\bar{x}$ 图 R 图	$\bar{\bar{x}} \pm A_2\bar{R}$ $D_4\bar{R}, D_3\bar{R}$	$\bar{\bar{x}}$ $\bar{R}$	最常用 $(n_i = n)$
	$\tilde{x}$ 图 R 图	$\bar{\tilde{x}} \pm m_3A_2\bar{R}$ $D_4\bar{R}$, $D_3\bar{R}$	$\bar{\tilde{x}}$ $\bar{R}$	常用 $(n_i = n)$
	x 图(不分组) R_s 图	$\bar{x} \pm 2.66\bar{R}_s$ $3.27\bar{R}_s$	$\bar{x}$ $\bar{R}_s$	$n_i=1$,每次只取一个样品
	x 图(分组)	$\bar{\bar{x}} \pm E_2\bar{R}$	$\bar{\bar{x}}$	为迅速判断工序状况，且与 $\bar{x}$-R 联合用
	$\bar{x}$ 图 s 图	$\bar{\bar{x}} \pm A_3^*\bar{s}$ $B_4\bar{s}, B_3\bar{s}$	$\bar{\bar{x}}$ $\bar{s}$	最有效、 最可靠
计数值	p 图	$\bar{p} \pm A_i\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}$	$\bar{p}$	n_i 不必相等
	pn 图	$\bar{p}n \pm 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})}$	$\bar{p}n$	$n_i = n$
	u 图	$\bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$	$\bar{u}$	n_i 不必相等
	c 图	$\bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c}$	$n_i = n$

(4) 用分析控制图判断是否满足生产过程质量要求

利用分析控制图计算 c_{pk} 或不合格品率的估计值或平均缺陷数,判断生产过程质量是否满足要求。若满足要求,则可将分析用控制图转化为控制用控制图。若不满足要求，则应

调整生产过程的有关因素，直到满足要求方能转为控制用控制图.

(5) 用控制用控制图对生产过程进行控制

从生产过程中取样、测试、整理数据，在控制用控制图上画点. 按判断规则判断生产过程是否处于统计控制状态. 如生产过程处于统计控制状态，则继续生产，此时产品质量保持在所要求的水平；如生产过程处于非统计控制状态，应暂停生产，追查原因，采取措施，等生产过程恢复正常后再继续生产.

(6) 修改控制图

控制用控制图不是永远不变的，使用一段时间后应根据实际质量水平对中心线和控制界限线进行修改. 为此，要收集近期数据作为预备数据，重复第 2—5 步.

第四章　计数抽样检查

第三章介绍了质量控制中的预防性抽样检查方法．本章和第五章将介绍质量控制中对成批产品进行验收时的抽样检查方法．

成批产品抽样检查主要用在供购双方（包括工厂内部的上、下工序)的验收检查上．其目的是：确定一批产品该不该接收，是否要对生产工序采取改进措施，为下一批产品采取什么样的验收方式提供依据，根据一系列批的检查结果，修正“控制图”的控制限等．

按照质量特征值的性质以及供购双方的需要，抽样检查分计数抽样检查和计量抽样检查．

在判断一批产品是否可接收时，只计算样本中不合格品数的抽样检查方法称为计件抽样检查．

在判断一批产品是否可接收时，只计算样本中缺陷数的抽样检查方法称为计点抽样检查．

计件抽样检查与计点抽样检查合称为计数抽样检查．

在规定的条件下，用测量、试验或其他方法，将单位产品的计量特征与技术要求进行对比，并作出该产品合格与否判断的过程称为计量检查．按规定的抽样方案从批中随机地抽取部分单位产品进行计量检查，并作出该批接收与否判断的过程称为计量抽样检查．

第一节 基 本 概 念

一、几个重要的术语

1. 批

这里所指的“批”都是验收批或检查批，是在一致条件下生产出来的一定数量的单位产品.

批分连续批和孤立批. 在同一生产过程中连续生产的一系列批，只要产品的设计、结构、工艺、主要原材料等生产条件基本相同，一般说来可定为连续批. 连续批的统计特征是：现时的抽样结果包含有前后一些批的有关被检质量特征的有用信息. 显然，连续批中的各批，应来自同一供货方，并且检查次序应与生产次序相对应.

不能定为连续批的批可定为孤立批. 例如，单个批，少数的几个批，一系列质量信息互相独立的连续提交的批等都可认为是孤立批.

2. 单位产品

单位产品是为了实施抽样检查而对产品划分的基本单位.

例如：一个部件，一组产品，单件产品，一定长度，一定重量等，按其需要都可以称为单位产品.

对出厂的鞋实施抽样检查时，其单位产品是一双鞋. 对铜带实施抽样检查时，如果检查单位为一公斤，则单位产品即是一公斤重的铜带.

3. 批量

批中所包含的单位产品的个数称为批量.

批量有无限与有限之分．当批量远远大于从中所抽取的样本大小时，我们就认为批量是无限的；反之，则认为批量是有限的．

4. 样本

从批中抽出供检查用的部分单位产品称为样本．依据样

8. 逐批检查

对每批产品都进行检查(并判断该批是否接收)，称为逐批检查．如果不是对每批都进行检查，则称为跳批检查．本书所指的批检查都是逐批检查．

9. 标准型抽样检查

规定供货方和购货方的两种保护，能满足双方要求而组成的抽样检查，称为标准型抽样检查．

10. 挑选型抽样检查

根据样本检查结果，对判为不合格的批作全数挑选的抽样检查，称为挑选型抽样检查．

11. 调整型抽样检查

对连续批，依过去的检查资料来调整抽样方案的抽样检查，称为调整型抽样检查．

二、计数一次抽样方案

最简单的计数抽样方案（简称方案）是计数一次抽样方案，常用符号 (n/A) 或 $(n/A, R)$ 表示．其中 n 为样本大小；A 称为接收数或合格判定数，它表示当判断为合格批时，样本中允许的最大不合格品数或缺陷数；$R = A + 1$ 称为拒收数或不合格判定数．

对批量为 N 的某批，应用方案 (n/A) 实施抽样检查，其含义为：从该批中随机抽取 n 个单位产品(即一个样本)，逐个检查这 n 个单位产品，统计其中发现的不合格品数或缺陷

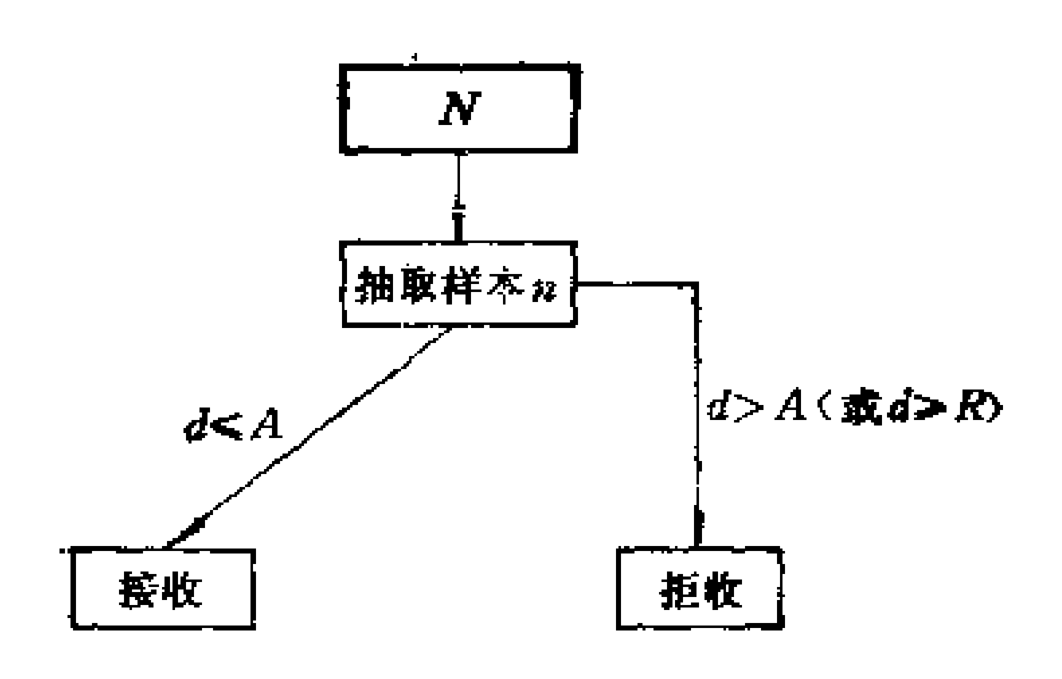


图 4.1　计数一次抽样程序

数 d. 若 $d \leqslant A$，则接收该批；若 $d > A$ 或 $d \geqslant R$，则拒收该批。见图 4.1.

由于我们是以数理统计的原理导出方案的，因此对于一个具体的方案，它有许多统计特性，这些统计特性我们用各种量度来加以具体评价。供、购双方可以根据这些统计特性来选择双方都能接受的抽样方案.

下面以计数一次抽样方案为例，介绍抽样方案的各种量度.

三、抽样方案的各种量度

1. 接收概率

在确定的方案下，对于特定的批不合格品率(或过程不合格品率)和批预期被判为接收的概率(或百分率)，称为接收概率(或接收百分率).

从孤立批中抽样，称为 A 型抽样。它的接收概率是相对于批不合格品率的；从生产过程中或连续批中抽样，称为 B 型抽样。它的接收概率是相对于过程不合格品率的.

计算A型与B型抽样接收概率所依据的概率分布是不同的。A型抽样为超几何分布(计件值)或泊松分布(计点值)；B型抽样为二项分布(计件值)或泊松分布(计点值)。

下面我们讨论接收概率的计算。

假定对批量为N的某批产品，应用方案(n/A)实施A型抽样检查。假定该批的不合格品率为p，显然其中的不合格品数为$M=pN$。接收概率为

$$P_a(p)=\sum_{d=0}^{A}P(X=d) \tag{4.1}$$

X是随机样本中的不合格品数，d为X的任一可能值。在不返回抽样的情况下，X服从超几何分布，于是有

$$P_a(p)=\sum_{d=0}^{A}\frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} \tag{4.2}$$

记超几何分布

$$h(d;n,Np,N)=\frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} \tag{4.3}$$

则

$$P_a(p)=\sum_{d=0}^{A}h(d;n,Np,N) \tag{4.4}$$

对于B型抽样，可认为N无限大$\left(\text{通常只要}\ \frac{n}{N}\leqslant 0.1\ \text{即可}\right)$，此时不返回抽样可以看作为返回抽样，接收概率为

$$P_a(p)\doteq\sum_{d=0}^{A}\binom{n}{d}p^d(1-p)^{n-d} \tag{4.5}$$

记二项分布 $b(d;n,p)=\binom{n}{d}p^d(1-p)^{n-d}$，则(4.5)式为

$$P_a(p)\doteq\sum_{d=0}^{A}b(d;n,p) \tag{4.6}$$

(4.6)称为"一般二项近似式"．二项分布有如下的递推公式

$$b(d+1;n,p)=\frac{n-d}{d+1}\cdot\frac{p}{1-p}b(d;n,p) \tag{4.7}$$

计点值(缺陷数)的 A 型和 B 型抽样，其接收概率都为

$$P_a(\lambda)=\sum_{d=0}^{A}\frac{(n\lambda)^d}{d!}e^{-n\lambda} \tag{4.8}$$

其中 λ 为单位产品的平均缺陷数．

记 $P(d;n\lambda)=\frac{(n\lambda)^d}{d!}e^{-n\lambda}$，则(4.8)式为

$$P_a(\lambda)=\sum_{d=0}^{A}P(d;n\lambda) \tag{4.9}$$

$P(d;n\lambda)$ 有如下递推公式

$$P(d+1;n\lambda)=\frac{n\lambda}{d+1}P(d;n\lambda) \tag{4.10}$$

超几何和二项分布的计算都很复杂，尤其是超几何分布更为复杂． 在接收概率的计算中，我们可以利用图 4.2 中列出的近似计算方法，简化接收概率的计算．

当 $n\geqslant\frac{1}{10}N$ 且 $p<0.1$ 时，还可以利用另一种形式的二项分布来近似计算超几何分布．记 $f=\frac{n}{N}$，则

$$h(d;n,Np,N)\doteq\binom{Np}{d}f^d(1-f)^{Np-d}$$

于是

$$P_a(p) \doteq \sum_{d=0}^{A} b(d;Np,f) \tag{4.11}$$

(4.11) 式称为“f 二项近似式”.

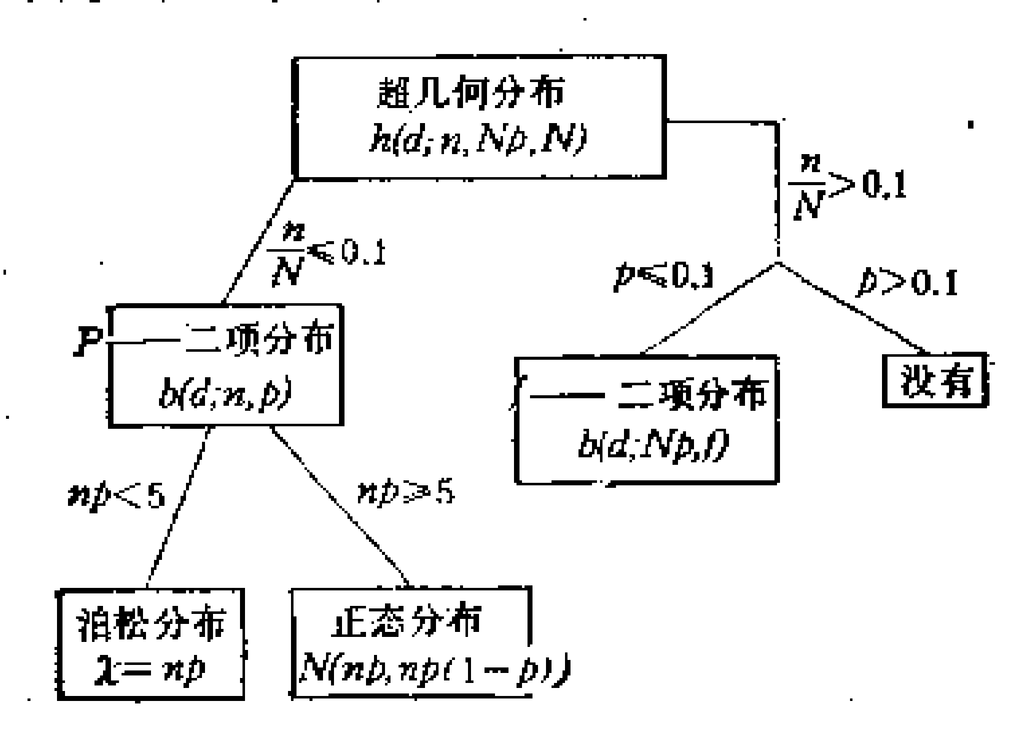


图 4.2 超几何和二项分布的近似分布

在以后的计算中，如果不特别声明，都是指“一般二项近似式”，即(4.6)式.

例 4.1 分别用超几何分布，一般二项近似式，泊松分布计算 $N=20$ 时的方案 (10/1) 的接收概率. 结果见表 4.1.

方案 (10/1) 的意思是：从批量为 20 的批中，随机抽取大小为 10 的一个样本，如果其中发现的不合格品数(或缺陷数)小于或等于 1，则接收该批；否则拒收该批.

从表 4.1 可以看出，对于 A 型(超几何分布)，当不合格品率为 5% 时，批肯定被接收. 因为此时批中仅含有一个不合格品，而方案 (10/1) 是允许存在一个不合格品的. 事实上，对于有限的批量，不合格品率仅能取有限的一些数值，本例为：0%，5%，10%，…，95%，100%. 而对于 B 型(二项分布)，就没有这个限制了，我们可以这样理解：批量为 20 的那个批在生产方的生产过程中形成的时候，生产方的生产过程将会生成任一不合格品率. B 型抽样可以把批量为 20 的这

表 4.1　接收概率

($N=20$, $n=10$, $A=1$)

百分不合格品率	A型超几何分布	B型二项分布	缺陷数/100 泊松分布
5	1	.914	.910
10	.763	.736	.736
15	.500	.544	.558
20	.291	.376	.406
25	.152	.244	.287
30	.070	.149	.199
35	.029	.086	.136
40	.010	.046	.092
45	.003	.023	.061
50	.001	.011	.040
55			.027
60			.017
65			.011
70			.007

个批视为来自生产方生产过程中的一个样本．而样本大小为10的一个样本，可以视为来自该生产过程的子样本． 这样，当利用B型抽样时，有理由去寻找从0至100%任一不合格品率的接收概率．

计算缺陷数时，常用“每百单位缺陷数”来表示，即

$$\text{每百单位缺陷数}=\frac{\text{缺陷总数}}{\text{被检单位产品数}}\times 100 \qquad (4.12)$$

当用这种形式时，质量的量度类似于“不合格品率”，不合格品率也是以100为基础的． 然而，每百单位缺陷数可以超过100．

表4.1中最后一列列出的每单位缺陷数的接收概率是利用均值 $\lambda=\frac{np}{100}=\frac{10p}{100}$ 的泊松分布计算的． 因为表4.1中的 p 值被解释为每百单位缺陷数． $p=5$ 表示每百单位缺陷数

为5，则每单位缺陷数为 $p/100=0.05$.

从表 4.1 还可以看出，当 p 较小时，可用泊松分布近似二项分布。但二项分布与泊松分布的值都离超几何分布值很远，这是由于抽检率高达 50% 的缘故. 还可发现，当用二项分布或泊松分布去近似超几何分布时，对于高的接收概率估计偏低，低的接收概率估计偏高。我们称这种近似性质为保守性质.

接收概率能告诉我们，对于任一提交的检查批，抽样方案是如何工作的. 例如，如果例 4.1 中的某批的不合格品率为 25%，则应用方案 (10/1) 去验收时，接收概率为 15.2%，即如果这样的批连续提交 1000 个，则通过方案 (10/1) 而接收的批约有 152 个.

2. 平均检出质量

如果我们规定对拒收的批进行 100% 挑选，并用合格品替换其中的不合格品(包括接收批样本中的不合格品)，假定无错检、漏检，那么用方案 (n/A) 验收过程不合格品率为 p 的一系列批后，这些批的平均不合格品率可按 (4.13) 式求出. 这个平均不合格品率称为平均检出质量 (AOQ).

$$\mathrm{AOQ}=p\cdot P_a\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right) \tag{4.13}$$

式中 P_a 是方案 (n/A) 在 p 下的接收概率.

AOQ 反映了购货方得到的长期平均质量. 平均是对全部批而言的，包括接收的批和对拒收批进行准确无误的 100% 筛选后的批.

当 n/N 很小时，即当 $\frac{n}{N}\ll 1$ 时，(4.13) 式近似为

$$\mathrm{AOQ}=p\cdot P_a(p) \tag{4.14}$$

规定对拒收批进行 100% 筛选的抽样检查称为挑选型抽样检查．对于孤立的几批或单个批，尽管对不接收批可以进行 100% 筛选，但这不涉及长期平均，因而计算 AOQ 也就失去了意义．

例 4.2 考虑来自同一供货方的批量 $N=20$ 的一系列连续提交批，使用抽样方案 (10/1)．其各种不合格品率 p 所对应的 AOQ 值列在表 4.2 中．

表 4.2 AOQ 和 ATI 的计算

($N=20$, $n=10$, $A=1$)

p	P_a	$(1-n/N)$	AOQ	$(1-P_a)\times(N-n)$	ATI
.00	1.000	.5	.000	0	10.0
.05	.914	.5	.023	0.86	10.86
.10	.736	.5	.037	2.64	12.64
.15	.544	.5	.041	4.56	14.56
.20	.376	.5	.038	6.24	16.24
.25	.244	.5	.030	7.56	17.56
.30	.149	.5	.022	8.51	18.51
.35	.086	.5	.015	9.14	19.14
.40	.046	.5	.009	9.54	19.54
.45	.023	.5	.005	9.77	19.77
.50	.011	.5	.003	9.89	19.89
(1)	(2)	(3)	(4)=(1)(2)(3)	(5)	(6)=n+(5)

3. 平均检出质量上限

在 p 的整个变化范围内 AOQ 的最大值称为平均检出质量上限 (AOQL)．

AOQL 给出了应用挑选型抽样时，购货方得到的最大的长期平均不合格品率值．

当用泊松分布式计算接收概率时，方案 (n/A) 的 AOQL 由下式确定

$$\mathrm{AOQL} = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) \cdot y \tag{4.15}$$

y 由表 4.3 查得.

表 4.3 计算 AOQL 的系数 y 及 λ'

A	λ'	y	A	λ'	y	A	λ'	y
0	1.00	0.3679	8	6.55	5.146	16	12.72	10.88
1	1.62	0.8400	9	7.30	5.831	17	13.52	11.62
2	2.27	1.371	10	8.05	6.528	18	14.31	12.37
3	2.95	1.942	11	8.82	7.233	19	15.12	13.13
4	3.64	2.544	12	9.59	7.948	20	15.92	13.89
5	4.35	3.168	13	10.37	8.670	21	16.73	14.66
6	5.07	3.812	14	11.15	9.398	22	17.54	15.43
7	5.80	4.472	15	11.93	10.13			

记使达到 AOQL 的不合格品率为 p_M，则

$$p_M = \frac{\lambda'}{n} \tag{4.16}$$

λ' 由表 4.3 查得.

计算 AOQL 的一般方法是用试算法. 例如，计算例 4.2 的 AOQL 值，由表 4.4 可看出，AOQL 大约为 0.041，$p_M \approx$ 0.15.

表 4.4 AOQL 的计算

($N = 20$, $n = 10$, $A = 1$)

p	P_a	$\left(1 - \frac{n}{N}\right)$	AOQ
.13	.620	.5	.0403
.14	.582	.5	.0407
.15	.544	.5	.0408
.16	.508	.5	.0406
.17	.473	.5	.0402
(1)	(2)	(3)	(4)=(1)(2)(3)

4. 平均总检查量

对拒收批采取 100% 筛选措施后，可以提高到达购货方手里的产品平均质量，但增大了总的检查数量. 这个总的检查量包括每批的样本大小 n 与拒收批的 $(N-n)$ 个单位产品. 我们称每批平均要检查的总的数量为平均总检查量(ATI).

$$\begin{aligned}\text{ATI} &= n + (1-P_a)(N-n) \\ &= P_a n + (1-P_a)N \end{aligned} \tag{4.17}$$

$N=20$, $n=10$, $c=1$ 时的 ATI 的计算见表 4.2.

5. 平均抽样个数

对于样本大小为 n，接收数为 A 的一次抽样方案，处理样本的方式有下述三种可能的形式.

a. 完全检查. 样本中的 n 个样品全部检查.

b. 半截尾检查. 当发现的不合格品数超过接收数 A 时，就停止检查.

c. 全截尾检查. 当发现的不合格品数超过接收数 A 或发现的合格品数超过 $(n-A)$ 时，就停止检查.

我们称按方案的样本大小 n 抽样时，平均每批抽取检查的样品数为平均抽样个数(ASN). 显然，在完全检查情况下，(n/A) 的 ASN $=n$. 但在截尾情况下，实际被抽取要检查的样品数就成为一个随机变量，ASN 就成为 p 的函数了.

对于半截尾检查

$$\text{ASN} = nF(A/n) + \frac{A+1}{p}(1-F(A+1/n+1)) \tag{4.18}$$

对于全截尾检查

$$\mathrm{ASN} = \frac{n-A}{1-p} F(A/n+1) + \frac{A+1}{p}(1-F(A+1/n+1)) \quad (4.19)$$

式中 $F(x/n)$ 表示：样本大小为 n 的样本中不合格品数小于等于 x 的概率。

例 4.3 使用方案(10/1)，对不合格品率为 $p=0.20$ 的一系列批应用半截尾检查。

用二项分布计算 ASN

$$\mathrm{ASN} = 10F(1/10) + \frac{2}{0.20}(1-F(2/11))$$
$$= 10(0.3758) + 10(0.3826) = 7.584$$

这表明用半截尾检查，当 $p=0.20$ 时，平均每批节约检查量为 2.416 个单位产品。

一次抽样方案的截尾通常不提倡，这是由于用截尾数据估计过程平均时，要损失不少精度。而对于后面要讲到的二次和多次抽样方案，截尾是常常使用的。通常做法是：第一样本必须完全检查，而后面的样本采用截尾检查。

平均抽样个数的量度，主要应用在二次及多次抽样方案的场合(见本节五)。以后所说的 ASN 如不特别申明，均指完全检查时的 ASN。

四、抽样方案的各种量度的图形

抽样方案的各种量度通常可用图形来表示，以便人们直观地了解，对于各种不合格品率的批，抽样方案是怎样工作的。当然，对于一个确定的交验批，不合格品率只有一个，对应的各种量度也就只有一个。但由于交验批的不合格品率事

先不知道，因此用不合格品率在其整个变域内的各种量度曲线来刻划相对于好质量和坏质量的方案特性是十分必要的.

通过下述这些量度曲线，可直观、全面地了解方案是怎样进行工作的，以便正确地使用方案，调整方案，改进方案.

1. 抽查特性曲线

以不合格品率为横坐标，接收概率 P_a 为纵坐标所得的曲线，称为方案的抽查特性曲线（OC 曲线）.

由于 $0 \leqslant p \leqslant 1$, $0 \leqslant P_a \leqslant 1$，且 p 越大，P_a 越小，故 OC 曲线的一般形状如图 4.3 所示.

当 p 表示每单位缺陷数时，OC 曲线的形状如图 4.4 所示.

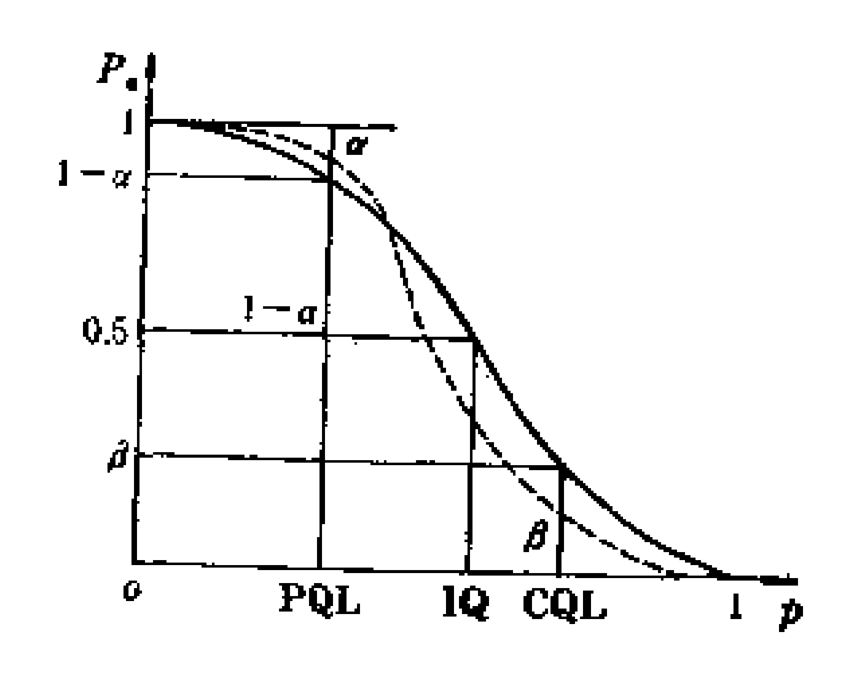


图 4.3　不合格品率 OC 曲线的一般形状

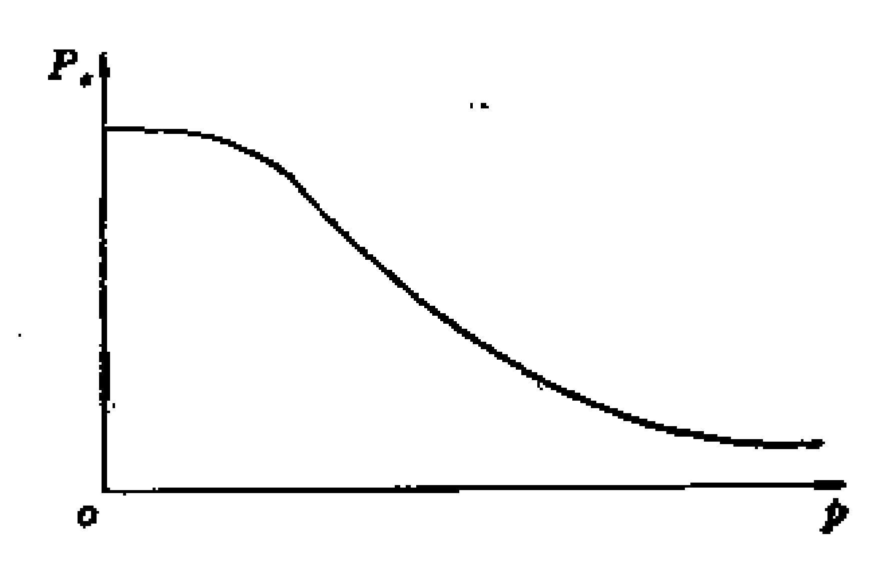


图 4.4　缺陷数 OC 曲线的一般形状

示. 此时 $p \geqslant 0$, 因此 OC 曲线是向右无限延长的.

例 4.1 的三条 OC 曲线画在图 4.5 中. 对于 A 型抽样,由于 p 只能取有限 n 个点,故 OC 曲线是阶梯型的. 不过为了方便,一般修成光滑曲线.

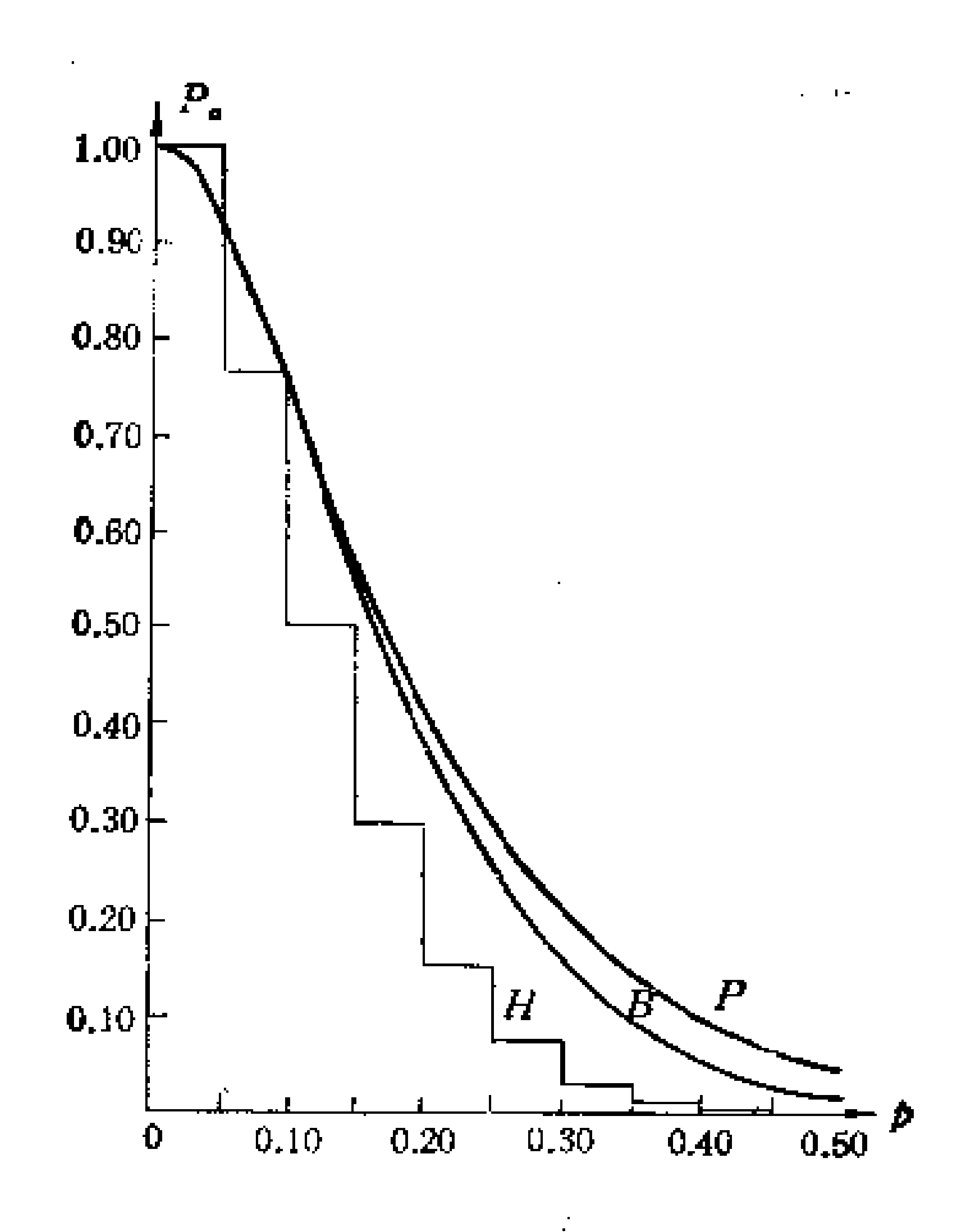


图 4.5 A 型、B 型及缺陷数的 OC 曲线

相对于 A 型抽样和 B 型抽样, OC 曲线也分成两类.

A 型: 以被检批的不合格品率为横坐标, 批将被方案接收的概率为纵坐标画出的曲线.

B 型: 以被检批所在的生产过程的不合格品率为横坐标,被方案接收的批的百分率为纵坐标画出的曲线.

这两种 OC 曲线含义不同,但其形状是相同的.

从图 4.3 可以看出,只有当 $p = 0$,即批中全为合格品时,

接收概率才为 1. 只要 $p>0$, P_a 就小于 1. 在实际工业生产中,要保持 $p=0$ 是不可能的,即使可能也是极不经济的. 因此,习惯上是供购双方从各自的需要和经济性考虑,经协商制定一个质量水平 p_0. 当 $p \leqslant p_0$ 时,购货方应接收这些批;当 $p>p_0$ 时,购货方拒收这些批. 但由于是抽样检查,从而存在如表 4.5 所示的四种结果. 表中 d 为样本中发现的不合格品数(或缺陷数).

表 4.5　抽样检查的四种可能判断结果 (n/A)

序号	真实质量	抽样结果	方案的判断	结　论
1	$p\leqslant p_0$	$d\leqslant A$	接　收	正　确
2	$p\leqslant p_0$	$d>A$	不接收	犯第 I 类错误
3	$p>p_0$	$d\leqslant A$	接　收	犯第 II 类错误
4	$p>p_0$	$d>A$	不接收	正　确

从表 4.5 可以看出,当方案作出接收的判断时,有可能要犯第 II 类错误,即把理应拒收的批判为接收的错误. 显然,这种错误对购货方不利. 我们把犯此错误的概率称为购货方风险,也称为 II 类风险,其值记为 β. 当方案作出拒收的判断时,有可能要犯第 I 类错误,即把理应接收的批判为拒收的错误. 显然,这种错误对供货方不利. 我们把犯此类错误的概率称为供货方风险,也称为 I 类风险,其值记为 α.

α 越小,对供货方越有利,我们就说方案为供货方提供了较好保护;β 越小,对购货方越有利,我们就说方案为购货方提供了较好保护. 图 4.3 中用虚线表示的 OC 曲线为双方提供的保护显然比用实线表示的 OC 曲线要好.

由于规定两点可以用来定义一条 OC 曲线,因此常以供购双方的方式规定这两点,即以某种合理的方式用拒收优质批和接收劣质批来定义供货方风险和购货方风险.

为此,给出下述定义:

供货方(生产方)质量水平(PQL):

PQL 是多数批或大部分时间被方案接收的一个质量水平.

购货方(使用方)质量水平(CQL):

CQL 是多数批或大部分时间被方案拒收的一个质量水平.

供货方(生产方)风险 α:

具有 PQL 质量的产品被方案拒收的百分率,称为供货方风险.

购货方(使用方)风险 β:

具有 CQL 质量的产品被方案接收的百分率,称为购货方风险.

习惯上指定 $\alpha = 0.05$ (即 $P_a = 0.95$), $\beta = 0.10$ (即 $P_a = 0.10$). 当 CQL 以不合格品率表示时,又称为批容忍不合格品率(LTPD)或称为方案的 10% 极限质量(LQ). OC 曲线上的这两点见图 4.3.

我们除了关心这两点外,OC 曲线上还有一个点也是我们所关心的. 这就是中位质量水平(IQ).

对应于 50% 接收百分率点的质量水平,即在 IQ 处,接收百分率与拒收百分率各为 50%. IQ 在 OC 曲线上的位置见图 4.3.

例 4.4 计算方案(20/0)的 PQL, CQL, IQ ($\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$).

(20/0)的接收概率(用二项分布计算)为

$$P_a = (1-p)^{20}, \quad p = 1 - \sqrt[20]{P_a}$$

$$\text{PQL} = 1 - \sqrt[20]{0.95} = 0.00256$$

$$\text{CQL} = 1 - \sqrt[20]{0.10} = 0.1087$$

$$IQ = 1 - \sqrt[20]{0.50} = 0.0341$$

在用超几何分布计算OC曲线时，有三个参数：批量N，样本大小n和接收数A。由图4.2可知，当抽检率$f = \frac{n}{N} \leqslant 0.1$时，$N$对OC曲线的影响是很小的。此时，当用二项分布或泊松分布去近似超几何分布时，将得到良好的保守值，即对于低不合格品率对P_a估计偏低，对于高不合格品率对P_a估计偏高，但都十分接近于真值。

因此，影响方案特性的二个主要参数是n和A。批量在确定保护程度中，仅起非常次要的作用。但有时批量与样本大小之间的关系是规定的，例如国际标准"计数抽样检查程序及表"(ISO2859)。它不是为了提高方案提供的保护，而是出于逻辑上和经济上的考虑。当固定n时，A越大，方案越"宽"，即OC曲线升高；当固定A时，n越大，方案越"严"，即OC曲线降低。图4.6、4.7列出了n，A变化时对OC曲线影响的示意图。

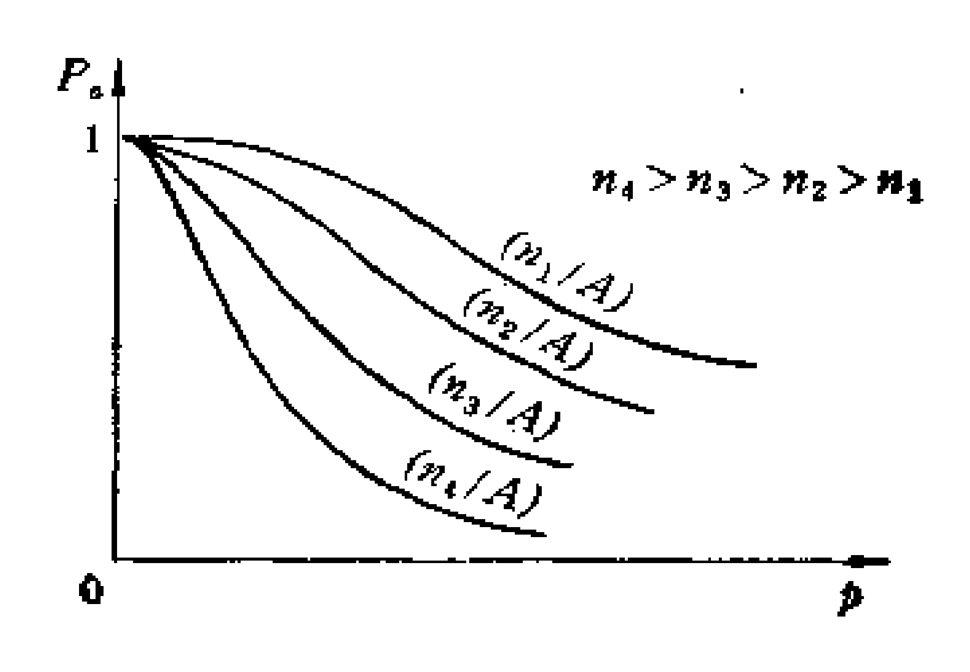


图4.6　n(A固定)对OC曲线的影响

对于B型抽样，当接收数恒为样本大小的某个百分率时，对于不同的n所提供的保护差别是很大的，见表4.6。方案

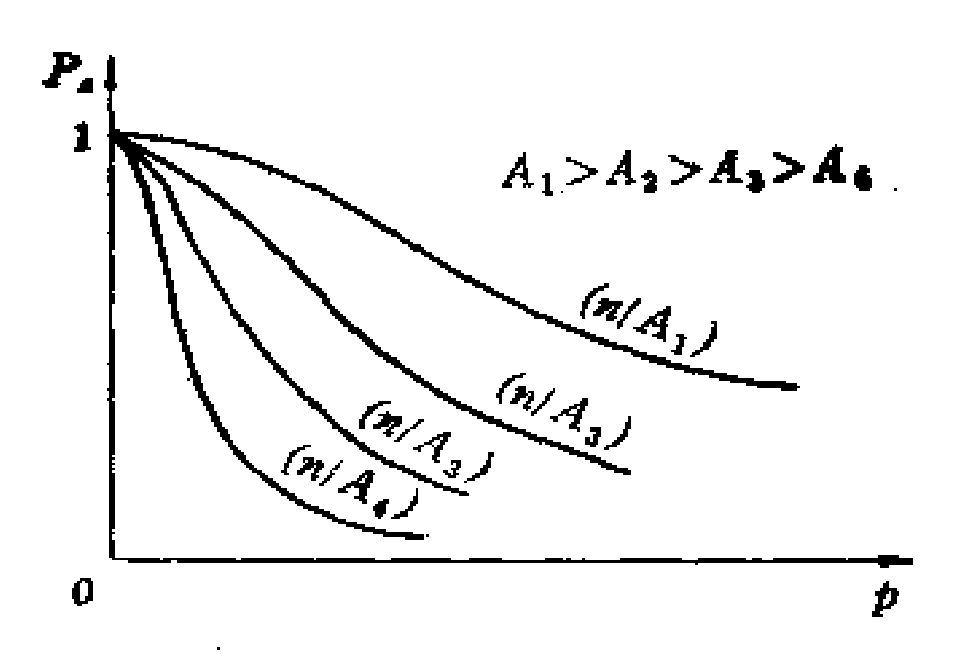


图 4.7 A(n 固定)对 OC 曲线的影响

表 4.6 使用二项分布计算的 B 型接收概率 $A/n=0.1$

%	(10/1)	(20/2)	(40/4)
5	.914	.925	.952
10	.736	.677	.629
15	.544	.405	.263
20	.376	.206	.076
25	.244	.091	.016
30	.149	.035	.003
35	.086	.012	—
40	.046	.004	—

(40/4) 提供的保护比另二个方案高得多.

有一种百分比抽样方案，即规定样本大小为批量的某个百分率,而接收数始终固定不变，通常取 $A=0$. 表 4.7 列出了这种情况的一个例子. 由于方案的特性依赖于 n 而不是 N，因此在同一不合格品率 p 下,大批(具有大的样本)被接收的可能性大大低于小批(具有小的样本)被接收的可能性. 这样,当不合格品率较高时,容易促使不道德的供货方以小批提交.

表 4.7　使用超几何分布计算的 A 型接收概率

$n/N = 0.5$, $A = 0$

%	$N=20$	$N=40$	$N=100$
5	.500	.244	.028
10	.237	.053	.001
15	.105	.010	—
20	.043	.002	—
25	.016	—	—
30	.005	—	—
35	.002	—	—

2. 平均检出质量曲线（AOQ 曲线）

以不合格品率为横坐标，以 AOQ 为纵坐标画出的曲线称为 AOQ 曲线. $N=20, n=10, A=1$ 的 AOQ 曲线如图 4.8 所示. 当 $p=0$ 或 1 时，AOQ = 0. 曲线最高点的 AOQ 值就是 AOQL 值. AOQ 曲线可以分析在挑选程序下，供货方交验的不合格品率是怎样影响购货方接收到的长期平均质量的.

3. 平均总检查量曲线（ATI 曲线）

以 p 为横坐标，ATI 为纵坐标所得到的曲线称为平均总检查量曲线. $N=20$, $n=10$, $A=1$ 的 ATI 曲线见图 4.9. 当 $p=0$ 时，ATI $=n$；当 $p=1$ 时，ATI $=N$. ATI 是 p 的单调增函数. ATI 曲线可用来分析在挑选和不截尾程序下，供货方的质量水平是怎样影响总的检查工作量的.

4. 平均抽样个数曲线（ASN 曲线）

以 p 为横坐标，完全检查时，ASN 为纵坐标所得到的曲线称为平均抽样个数曲线.

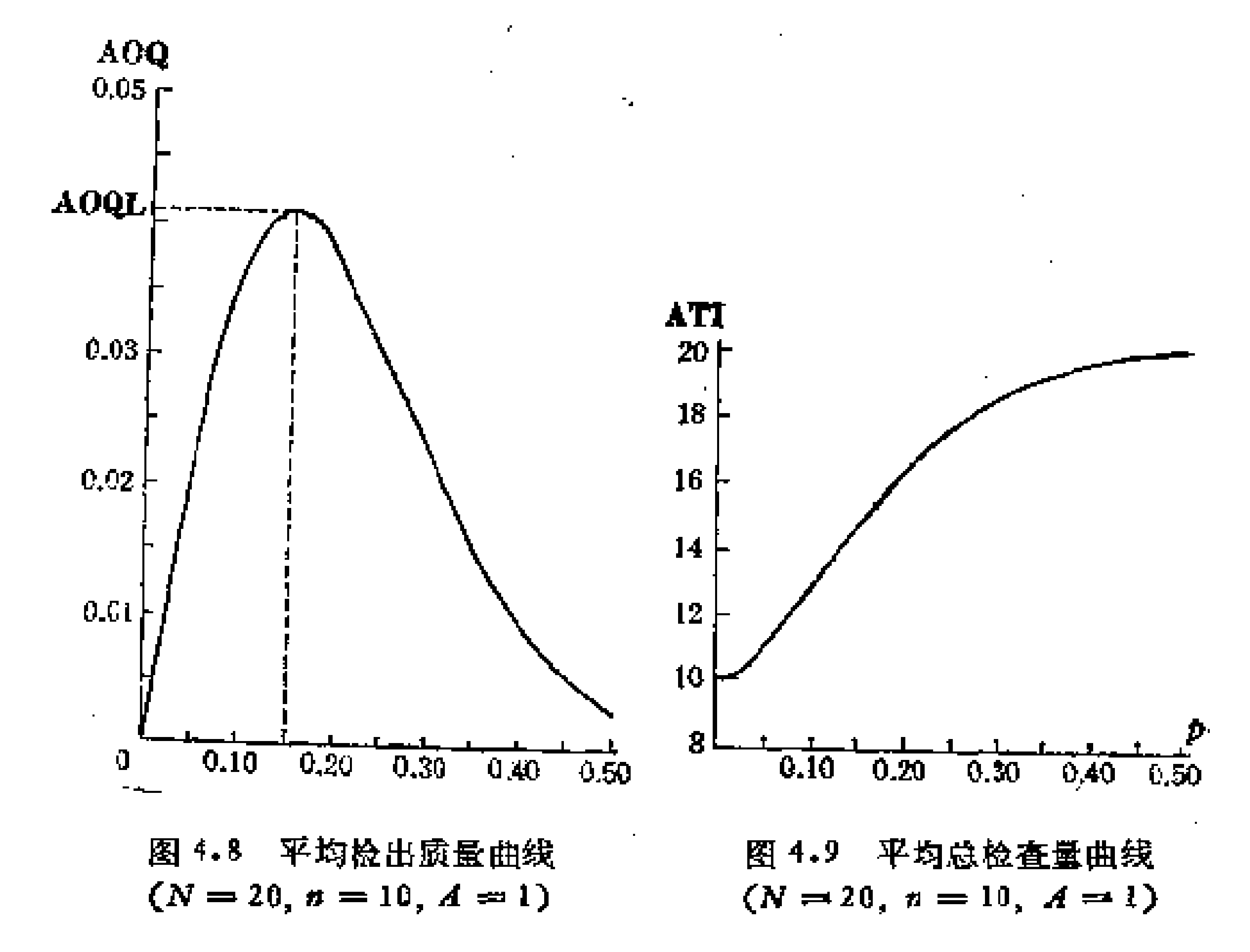


图 4.8 平均检出质量曲线 ($N = 20,\ n = 10,\ A = 1$)

图 4.9 平均总检查量曲线 ($N = 20,\ n = 10,\ A = 1$)

由于一般情况下不提倡截尾检查，故 ASN 曲线主要针对完全检查. 在一次抽样方案情况下，ASN 曲线是一条直线，即对于所有可能的 p 值，ASN $= n$. 但在二次和多次抽样方案中 ASN 就不是一条直线了(参见本节第五段). ASN 曲线可用来评价在无挑选程序下，供货方的质量是怎样影响抽样检查工作量的.

五、计数二次及多次抽样方案

1. 计数二次抽样方案

二次抽样方案共有五个参数，记为 $(n_1, n_2/A_1, R_1; A_2)$ 或 $(n_1, n_2/A_1, R_1; A_2, R_2)$，$(R_2 = A_2 + 1)$，实施过程见图 4.10. 图中 d_1 为第一样本 n_1 中发现的不合格品数(或缺陷数)；d_2 为第二样本 n_2 中发现的不合格品数（或缺陷数). d_1 与第一接

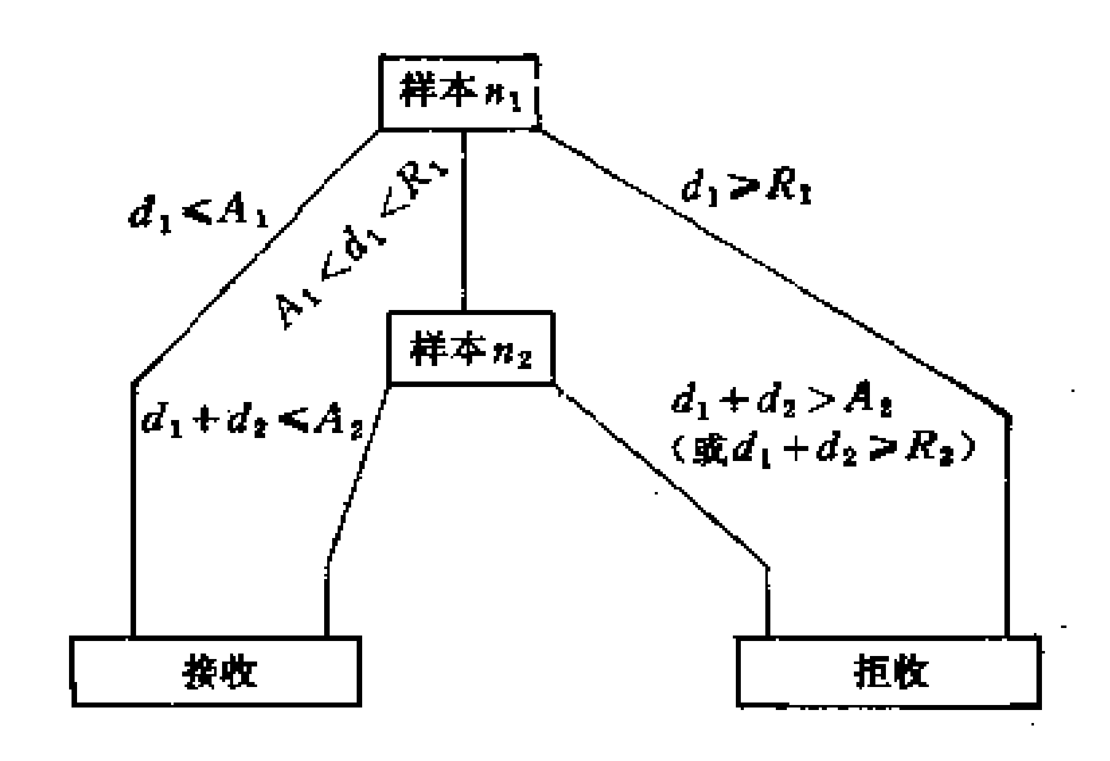


图 4.10　计数二次抽样方案实施程序

收数 A_1 和第一拒收数 R_1 进行比较，有三种可能的结果：接收，继续抽样(抽取第二样本)，拒收. d_1 和 d_2 之和与第二接收数 A_2 和第二拒收数 R_2 进行比较，有二种可能的结果：接收和拒收.

二次方案的各种量度如下.

接收概率

$$P_a(p)=F(A_1/n_1)+\sum_{d_1=A_1+1}^{R_1-1}f(d_1/n_1)F(A_2-d_1/n_2)\tag{4.20}$$

式中 $F(x/n)$ 表示 n 个样品中，不合格品数(或缺陷数)小于等于 x 的概率；$f(x/n)$ 表示 n 个样品中，不合格品数(或缺陷数)恰为 x 个的概率.

如用一般二项分布，则上式为

$$P_a(p)=\sum_{d_1=0}^{A_1}\binom{n_1}{d_1}p^{d_1}(1-p)^{n_1-d_1}$$

$$+\left\{\sum_{d_1=A_1+1}^{R_1-1}\binom{n_1}{d_1}p^{d_1}(1-p)^{n_1-d_1}\right.$$

$$\cdot \left[\sum_{d_2=0}^{A_2-d_1} \binom{n_2}{d_2} p^{d_2}(1-p)^{n_2-d_2} \right] \Bigg\} \quad (4.21)$$

平均抽样个数:

完全检查时

$$\mathrm{ASN} = n_1 + n_2[F(R_1 - 1/n_1) - F(A_1/n_1)]$$

$$= n_1 + n_2 \sum_{d_1=A_1+1}^{R_1-1} \binom{n_1}{d_1} p^{d_1}(1-p)^{n_1-d_1} \quad (4.22)$$

半截尾检查时

$$\mathrm{ASN} = n_1 + \sum_{d_1=A_1+1}^{R_1-1} f(d_1/n_1) \left[\frac{R_2 - d_1}{p} + n_2 F(A_2 - d_1/n_2) - \left(\frac{R_2 - d_1}{p}\right) F(R_2 - d_1/n_2 + 1) \right] \quad (4.23)$$

(4.23) 式是假定第一样本完全检查，第二样本半截尾检查。

平均检出质量:

如果所有发现的不合格品被替换成合格品，则

$$\mathrm{AOQ} = p\left(\frac{N - n_1}{N}\right) P_{a_1} + p \cdot \left(\frac{N - n_1 - n_2}{N}\right) P_{a_2} \quad (4.24)$$

如果所有发现的不合格品不被替换，则

$$\mathrm{AOQ} = p\left(\frac{N - n_1}{N - n_1 p}\right) P_{a_1} + p\left(\frac{N - n_1 - n_2}{N - n_1 p - n_2 p}\right) P_{a_2} \quad (4.25)$$

当 $\frac{n}{N}$ 较小时，(4.24) 和 (4.25) 式近似为

$$\mathrm{AOQ} \simeq p \cdot P_a \quad (4.26)$$

式中 P_a 为二次方案的接收概率。

P_{a_1} 为第一样本作出接收的概率

$$P_{a_1} = F(A_1/n_1)$$

P_{a_2} 为第二样本作出接收的概率

$$P_{a_2} = \sum_{d_1=A_1+1}^{R_1-1} f(d_1/n_1)F(A_2 - d_1/n_2)$$

平均检出质量上限

$$AOQL \simeq \frac{y}{n^*}\left(\frac{N-n^*}{N}\right) = \left(\frac{1}{n^*} - \frac{1}{N}\right)y \qquad (4.27)$$

式中

$$n^* = \frac{2n_1 + n_2}{2} \qquad (4.28)$$

y 由 A^* 利用表 4.3 查得，即把 A^* 当作表 4.3 中的 A，其中 A^* 为

$$A^* = \frac{A_1 + R_1 + A_2 + R_2}{4} \qquad (4.29)$$

平均总检查量

$$\begin{aligned} ATI &= n_1P_{a_1} + (n_1 + n_2)P_{a_2} + N(1 - P_a) \\ &= n_1 + n_2(1 - P_{a_1}) + (N - n_1 - n_2)(1 - P_a) \end{aligned} \qquad (4.30)$$

例 4.5 计算二次方案 (13, 13/0, 2; 1, 2) 在 $p = 0.18$ 处的各种量度. 使用 B 型抽样二项分布计算 ($N = 120$).

接收概率

$$P_a = F(0/13) + f(1/13)F(0/13) = \binom{13}{0}0.18^0(0.82)^{13}$$

$$+ \binom{13}{1}0.18^1(0.82)^{12}\left[\binom{13}{0}0.18^0(0.82)^{13}\right]$$

$$= 0.076 + 0.016 = 0.092$$

此处 $P_{a_1} = 0.076$、$P_{a_2} = 0.016$

平均抽样个数:

完全检查时

$$ASN = 13 + 13[F(1/13) - F(0/13)]$$
$$= 13 + 13(0.292 - 0.076) = 15.8$$

半截尾检查时

$$ASN = 13 + f(1/13)\left[\frac{2-1}{0.18} + 13F(0/13) - \frac{2-1}{0.18}F(1/14)\right]$$
$$= 13 + 0.216[5.56 + 13(0.076) - 5.56(0.253)]$$
$$= 14.1$$

图 4.11 给出了完全检查时的 ASN 曲线，当 $p = 0, 1$ 时，ASN $= n$。只要合理配置二次方案的五个参数，二次方案的 ASN 总可小于与它具有同一 OC 曲线的一次方案的 ASN。

如果二个方案具有基本相同的 OC 曲线，我们就说这两个方案互相匹配。图 4.11 中那条水平线是与 (13, 13/0, 2; 1, 2) 相匹配的一次方案 (20/1, 2) 的 ASN 曲线。在具有相同保护的情况下，二次方案能降低平均抽样个数。一般说来，一个方案允许抽取的最大样本个数越多，ASN 越小，但实施起来越麻烦。所以在实际部门中用得最多的是一次和二次方案。

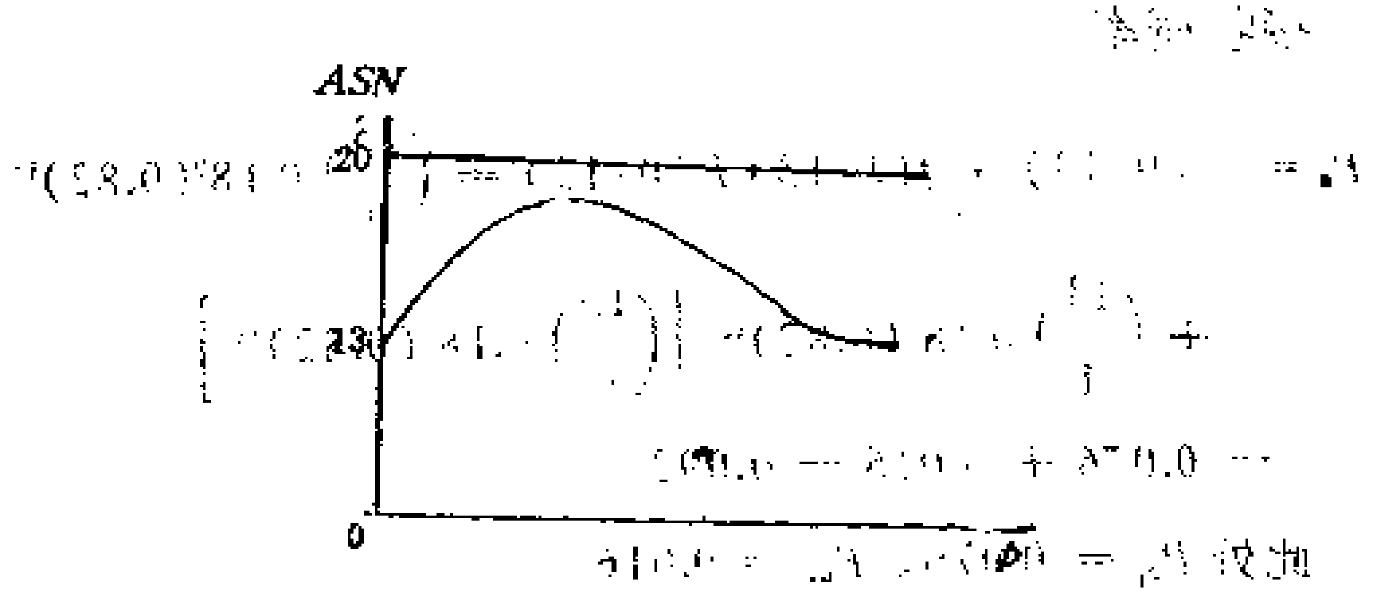


图 4.11　方案(13,13/0,2;1,2)的 ASN 曲线(完全检查)

平均检出质量：

不合格品被替换时

$$AOQ = 0.18(0.076)\left(\frac{120-13}{120}\right) + 0.18(0.016)\left(\frac{120-13-13}{120}\right)$$

$$= 0.01244 + 0.00235 \approx 0.015$$

不合格品不被替换时

$$AOQ = 0.18(0.076)\left(\frac{120-13}{120-13(0.18)}\right) + 0.18(0.016)\left(\frac{120-13-13}{120-13(0.18)-13(0.18)}\right)$$

$$= 0.012 + 0.002 = 0.014$$

近似公式

$$AOQ \cong 0.18(0.092) \approx 0.017$$

平均检出质量上限

$$n^* = \frac{13\times 2+13}{2} = 19.5 \approx 20$$

$$A^* = \frac{0+2+1+2}{4} = 1.25 \approx 1$$

$y = 0.8400$（由表 4.3 查得）

$$AOQL \cong \frac{0.8400}{20}\left(\frac{120-20}{120}\right) \approx 0.035$$

平均总检查量

$$ATI = 13(0.076) + (13+13)(0.016) + 120(1-0.092) = 110.37$$

给出不同的 p 值，重复上述计算就可得到描述方案特性的各种量度曲线。

2. 计数多次抽样方案

二次抽样的自然延伸是进一步增加样本个数，允许抽取的最大样本个数大于等于3时的方案，称为多次抽样方案。多次抽样方案的实施程序见图4.12。图中 d_i 表示第 i 个样本中发现的不合格品数。多次抽样方案可用下列方式书写。最后一个样本(第 K 个样本)必有 $R_K = A_K + 1$，因此在第 K 个样本中一定能作出最后的判断：接收或拒收(见表4.8)。

表 4.8　K 次抽样方案

样本	样本大小	累计样本大小	接收数	拒收数
1	n_1	n_1	A_1	R_1
2	n_2	n_1+n_2	A_2	R_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
K	n_K	$n_1+n_2+\cdots+n_K$	A_K	R_K

图 4.12　计数多次抽样程序

有时候，在多次抽样方案的前面几个样本不允许出现接收，然而，在任一样本中都可发生拒收。当不允许出现接收时，用符号#表示接收数。

多次抽样方案的优点是，能进一步降低平均抽样个数。例如下面三个方案是互相匹配的，但它们在95%接收概率处的平均抽样个数却不一样（见表4.9），多次抽样方案为最小。一般说来，多次抽样方案的ASN曲线整个都在二次方案的ASN曲线之下。但多次抽样方案实施起来最麻烦，管理也不方便。

表 4.9

方案	在95%接收概率处的平均抽样个数
一次（50/2）	50
二次（32，32/0，3；3，4）	43
七次 $\begin{cases} n_1=n_2=\cdots n_7=13 \\ A_1=\#,A_2=0,A_3=0,A_4=1,A_5=2 \\ A_6=3,\ A_7=4 \\ R_1=2,R_2=3,R_3=3,R_4=4,R_5=4 \\ R_6=5,\ R_7=5 \end{cases}$	35

多次抽样方案的各种量度公式比较复杂，读者可看参考文献[11]。

第二节　计数标准型抽样方案

一、两种质量水平与两种风险

抽样方案类型中最基本的一种就是标准型抽样方案，它是一种严格规定了供货方风险与购货方风险的方案，也就是

严格规定了 OC 曲线的方案。它主要用于孤立批的检查。

1. PQL 与 α

如前所述，PQL 是供货方质量水平，α 是与此相应的供货方风险。为了确定一条 OC 曲线，原则上可在曲线上任意指定两点，由此两点就可定出一条 OC 曲线。这两点当然应能反映供购双方的利益。PQL 和 α 是反映供货方利益的，显然我们希望

$$P_a(p) \geqslant 1-\alpha, \quad 当 p \leqslant \text{PQL} 时 \tag{4.31}$$

即当供货方的质量水平 p 不大于 PQL 时，应以不小于 $1-\alpha$ 的概率接收。

由于实际情况不允许取 PQL $=0$，因此 PQL 反映了购货方所能容忍的不合格品率(或缺陷数)，当然这个 PQL 不能脱离供货方目前的工艺水平。它实际上反映了供货方的目前工艺水平与购货方所要求的质量标准之间的折衷。一般 PQL 由购货方指定，也可双方协商确定。确定后的 PQL 值应在合同中写明。

2. CQL 与 β

如前所述，CQL 是购货方质量水平，β 是与此相应的购货方风险。CQL 和 β 是反映购货方利益的，我们希望

$$P_a(p) \leqslant \beta, \quad 当 p \geqslant \text{CQL} 时 \tag{4.32}$$

即当供货方的质量水平 p 不小于 CQL 时，应以不大于 β 的概率接收。

CQL 的选择，取决于购货方的验收方针，它不能作为规格写入合同中。购货方在选择 CQL 时，应把检查费用与购货方风险 β 所带来的经济损失相比较。CQL 越接近于 PQL，样本大小越大，检查费用越高。经验表明对于 $A=0$ 的方案，

CQL 大约应是 PQL 的 22 倍；对于 $A\geqslant 1$ 的方案，CQL 不低于 5PQL 时，适用于大多数工业产品抽样验收的情况。

二、计数一次抽样方案的求法

计数一次抽样方案只有两个参数 n 和 A，因此联立 (4.31) 和 (4.32) 式就可解出 n 和 A：

$$\begin{cases} P_a(p)\geqslant 1-\alpha, & \text{当 } p\leqslant \text{PQL 时} \\ P_a(p)\leqslant \beta, & \text{当 } p\geqslant \text{CQL 时} \end{cases} \tag{4.33}$$

由 OC 曲线的单调下降性，(4.33) 式等价于下述方程组

$$\begin{cases} P_a(\text{PQL})=1-\alpha \\ P_a(\text{CQL})=\beta \end{cases} \tag{4.34}$$

预先规定好 PQL、α、CQL、β 就可利用 (4.34) 解出所要的一次方案 (n/A)。习惯上取 $\alpha=0.05$，$\beta=0.10$。这种取法已被国际上所公认。

(4.34) 式中的两个方程是超越方程，而且要求 n 和 A 是整数解，所以一般没有精确解，只有近似解。为书写方便，记 $p_0=\text{PQL}$，$p_1=\text{CQL}$。

例 4.6 已知 $\alpha=0.05$，$\beta=0.10$，$p_0=0.005$，$p_1=0.05$。

我们用泊松分布公式来求解。(4.34) 式可写为

$$\begin{cases} P_a(p_0)=\sum\limits_{d=0}^{A}\dfrac{(n\cdot p_0)^d}{d!}e^{-n\cdot p_0}=\int_{2n\cdot p_0}^{\infty}\chi^2(2A+2)dx=1-\alpha \\ P_a(p_1)=\sum\limits_{d=0}^{A}\dfrac{(n\cdot p_1)^d}{d!}e^{-n\cdot p_1}=\int_{2n\cdot p_1}^{\infty}\chi^2(2A+2)dx=\beta \end{cases} \tag{4.35}$$

$\chi^2(2A+2)$ 是自由度为 $(2A+2)$ 的 χ^2 分布的密度函数。利

用 χ^2 分布的上侧分位数，(4.35) 式化为

$$\begin{cases}\chi^2_{1-\alpha}(2A+2) = 2n \cdot p_0 \\ \chi^2_{\beta}(2A+2) = 2n \cdot p_1\end{cases}$$

两式相除得

$$\frac{\chi^2_{0.10}(2A+2)}{\chi^2_{0.95}(2A+2)} = \frac{p_1}{p_0} = 10$$

采用试算法．假设 $A = 0, 1, 2, \cdots$，逐个求满足上式的解．

当 $A = 0$ 时 $\dfrac{\chi^2_{0.10}(2)}{\chi^2_{0.95}(2)} = \dfrac{4.605}{0.103} = 44.71$

当 $A = 1$ 时 $\dfrac{\chi^2_{0.10}(4)}{\chi^2_{0.95}(4)} = \dfrac{7.779}{0.711} = 10.94$

当 $A = 2$ 时 $\dfrac{\chi^2_{0.10}(6)}{\chi^2_{0.95}(6)} = \dfrac{10.645}{1.635} = 6.51$

可见，$A = 1$ 基本上符合要求，所以

$$n = \chi^2_{\beta}(2A+2)/(2p_1) = 7.770/(2 \times 0.05) = 77.7 \approx 78$$

所求方案近似为 (78/1)．为得到保守值，n 的小数部分一般向上进 1 取整数．

三、日本工业标准 JIS-Z-9002

为了简化一次方案的求法，已作成了一些现成的一次计数标准型抽样方案表，日本工业标准 JIS-Z-9002 就是其中之一．

JIS-Z-9002 由总则、检查顺序、检查实施、抽样表、OC 曲线五部分组成． 标准中的表 1（本书为表 4.10）是获取一次方案的主抽样表，标准中的表 2（本书为表 4.11）是获取一次方案的辅助表．

表 4.10 中的 p_0 即为 PQL，p_1 即为 CQL，$\alpha \approx 5\%$，$\beta \approx 10\%$；p_0 栏从 0.090%—0.112%（代表值为 0.1%）至 9.01%—11.2%（代表值 10%）共分 21 个区间，p_1 栏从 0.71%—0.90%（代表值 0.8%）至 28.1%—35.5%（代表值 32%）共分 17 个区间。各区间的代表值取自优先数系 R_{10}（即按等比级数递增，公比为 $\sqrt[10]{10}$），各区间边界值取自优先数系 R_{20}。样本大小 n 为表栏内左边的数字，考虑到使用上的方便共分 20 个等级：5，7，10，15，20，25，30，40，50，60，70，80，100，120，150，200，250，300，400，500。表栏内右边黑体字为接收数 A，共有 0，1，2，3，4，6，10 七个等级。

表 4.10 是按下式的原理计算的，适用于 $f = \frac{n}{N} \leqslant 0.1$，即

$$
\begin{cases}
P_a(p_0) = \sum_{d=0}^{A} \binom{n}{d} p_0^d (1-p_0)^{n-d} = 1-\alpha \\
P_a(p_1) = \sum_{d=0}^{A} \binom{n}{d} p_1^d (1-p_1)^{n-d} = \beta
\end{cases}
\tag{4.36}
$$

由于规定 $\alpha \approx 0.05$，$\beta \approx 0.10$，实际计算时可用下式

$$
\begin{cases}
n = \left(\dfrac{1.46}{\sqrt{p_1/p_0}-1}\right)^2 \dfrac{1}{p_0} \\
A = \left(\dfrac{1.46}{\sqrt{p_1/p_0}-1} + 0.82\right)^2
\end{cases}
\tag{4.37}
$$

（4.36）和（4.37）式中的 p_0 和 p_1 均以各区间的代表值参予计算。

表 4.10 中的方案，对应于 p_0 和 p_1 的实有 α 和 β 不会都恰好为 $\alpha = 0.05$ 和 $\beta = 0.10$。但基本控制在 $\alpha = 0.03$—0.07，$\beta = 0.04$—0.13 范围，一般不妨碍实际使用。

表 4.11 是用泊松分布计算的。当 $p_1/p_0 < 1.86$ 时，由于

表 4.10 标准

白体字表示样本大小 n,

p_1(%) / p_0(%)	0.71—0.90	0.91—1.12	1.13—1.40	1.41—1.80	1.81—2.24	2.25—2.80	2.81—3.55	3.56—4.50
0.090—0.112	*	400 1	↓	←	↓	→	60 0	50 0
0.113—0.140	*	↓	300 1	↓	←	↓	→	↑
0.141—0.180	*	500 2	↓	250 1	↓	←	↓	→
0.181—0.224	*	*	400 2	↓	200 1	↓	←	↓
0.225—0.280	*	*	500 3	300 2	↓	150 1	↓	←
0.281—0.355	*	*	*	400 3	250 2	↓	120 1	↓
0.356—0.450	*	*	*	500 4	300 3	200 2	↓	100 1
0.451—0.560	*	*	*	*	400 4	250 3	150 2	↓
0.561—0.710	*	*	*	*	500 6	300 4	200 3	120 2
0.711—0.900	*	*	*	*	*	400 6	250 4	150 3
0.901—1.12		*	*	*	*	*	300 6	200 4
1.13—1.40			*	*	*	*	500 10	250 6
1.41—1.80				*	*	*	*	400 10
1.81—2.24					*	*	*	*
2.25—2.80						*	*	*
2.81—3.55							*	*
3.56—4.50								*
4.51—5.60								
5.61—7.10								
7.11—9.00								
9.01—11.2								

黑体字表示接收数 *A*

$\alpha \approx 0.05 \quad \beta \approx 0.10$

4.51 — 5.60	5.61 — 7.10	7.11 — 9.00	9.01 — 11.2	11.3 — 14.0	14.1 — 18.0	18.1 — 22.4	22.5 — 28.0	28.1 — 35.5
←	↓	↓	←	↓	↓	↓	↓	↓
40 **0**	←	↓	↓	←	↓	↓	↓	↓
↑	30 **0**	←	↓	↓	←	↓	↓	↓
→	↑	25 **0**	←	↓	↓	←	↓	↓
↓	→	↑	20 **0**	←	↓	↓	←	↓
←	↓	→	↑	15 **0**	←	↓	↓	←
↓	←	↓	→	↑	15 **0**	←	↓	↓
80 **1**	↓	←	↓	→	↑	10 **0**	←	↓
↓	60 **1**	↓	←	↓	→	↑	7 **0**	←
100 **2**	↓	50 **1**	↓	←	↓	→	↑	5 **0**
120 **3**	80 **2**	↓	40 **1**	↓	←	↓	↑	↑
150 **4**	100 **3**	60 **2**	↓	30 **1**	↓	←	↓	↑
200 **6**	120 **4**	80 **3**	50 **2**	↓	25 **1**	↓	←	↓
300 **10**	150 **6**	100 **4**	60 **3**	40 **2**	↓	20 **1**	↓	←
*	250 **10**	120 **6**	70 **4**	50 **3**	30 **2**	↓	15 **1**	↓
*	*	200 **10**	100 **6**	60 **4**	40 **3**	25 **2**	↓	10 **1**
*	*	*	150 **10**	80 **6**	50 **4**	30 **3**	20 **2**	↓
*	*	*	*	120 **10**	60 **6**	40 **4**	25 **3**	15 **2**
	*	*	*	*	100 **10**	50 **6**	30 **4**	20 **3**
		*	*	*	*	70 **10**	40 **6**	25 **4**
			*	*	*	*	60 **10**	30 **6**

算出的 n 非常大，这是通常不希望的抽样方案，故未列入表 4.11 中。

表 4.10 中符号"＊"，表示用表 4.11 计算方案。

例 4.7 已知 $\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$，$p_0 = 0.1\%$，$p_1 = 1\%$，试求计数一次抽样方案。

查表 4.10，在 p_0 下面找到 0.1 所在的行 0.090—0.112，往右看，在 p_1 的右面找到所在的列 0.91—1.12，往下看，行与列交叉处为 (400，1)，即所求计数一次抽样方案为 (400/1)。

例 4.8 已知 $\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$，$p_0 = 0.30\%$，$p_1 = 5\%$，试求一次抽样方案。

查表 4.10，p_0 和 p_1 所在行与列的交叉处为"←"，按此箭头向左找到"↓"，再向下得一次抽样方案为 (100/1)。此时实有 α 和 β 分别为

$$\alpha \triangleq 1 - P_a(p_0) = 1 - \sum_{d=0}^{1} \binom{100}{d} (0.003)^d (1 - 0.003)^{100-d} = 0.037$$

$$\beta = P_a(p_1) = \sum_{d=0}^{1} \binom{100}{d} (0.05)^d (1 - 0.05)^{100-d} = 0.037$$

例 4.9 已知 $\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$，$p_0 = 0.21\%$，$p_1 = 1.1\%$，试求一次抽样方案。

查表 4.10 得＊号，再查表 4.11。先计算 $p_1/p_0 = \frac{1.1}{0.21} = 5.2$。在表 4.11 "$p_1/p_0$"所在的列下面找到值 5.2 所在的行 5.5—4.4，往右看与 A 所在的列相交处为 3，即得 $A = 3$。与"n"所在的列相交处为 $68.3/p_0 + 334/p_1$，把 p_0 和 p_1 代入得

$$n = 68.3/0.21 + 334/1.1 = 628.9 \approx 629$$

表4.11 辅助表

p_1/p_0	A	n
17以上	0	$2.56/p_0+115/p_1$
16—7.9	1	$17.8/p_0+194/p_1$
7.8—5.6	2	$40.9/p_0+266/p_1$
5.5—4.4	3	$68.3/p_0+334/p_1$
4.3—3.6	4	$98.5/p_0+400/p_1$
3.5—2.8	6	$164/p_0+527/p_1$
2.7—2.3	10	$308/p_0+770/p_1$
2.2—2.0	15	$502/p_0+1065/p_1$
1.99—1.86	20	$704/p_0+1350/p_1$

所求方案为(629/3)．该方案实际$\alpha=0.0452$，$\beta=0.0861$．

第三节 计数调整型抽样方案组

在标准型抽样方案中，对于固定的质量水平（PQL 和 CQL）要同时缩小α和β时，唯一的办法就是增加样本大小，这个办法从经济的角度考虑往往行不通．对于连续批，一个较好的办法是：在产品质量正常的情况下采用一个正常方案进行抽检；当产品质量变坏或生产不稳定时，换用一个严一些的方案，使β更小些；当产品质量比所要求的稳定地好时，换用一个宽一些的方案，使α和样本大小更小些；还可以考虑，为迫使供货方改善质量，增设暂停检查，以便更好地保护购货方．再把上述三种不同的抽样方案连同暂停检查，用一套调整规则联系起来，使之成为一个整体，这就是调整型抽样方案组．

由于调整型抽样检查较充分地利用了以往检查的质量信息，因此在同等保护能力下，所需平均抽样个数比标准型抽样方案要小．

目前世界上应用最广泛的调整型计数抽样检查方法是国际标准化组织在1974年发表的"计数抽样检查程序及表(ISO2859-1974)"。本节简要介绍ISO2859的使用方法。

一、几个特殊的概念

1. 检查水平

决定批量与样本大小之间关系的等级。

ISO2859表I(表4.12)"样本大小字码"表给出了七个检查水平，由低到高排成S-1,S-2,S-3,S-4,I,II,III. S-1—S-4称为特殊检查水平，I,II,III称为一般检查水平。根据批量和给定的检查水平从表4.12中可查出样本大小字码。样本大小字码是按批量和检查水平确定的用于检索样本大小的字母。字母越靠后[1)]，对应的样本大小越大。由表4.12可知，对于同一检查水平，批量越大，样本大小越大；对于同一批量，检查水平越高，样本大小越大。检查水平III的样本大小大约是II的1.6倍，I约是II的0.4倍，S-1—S-4比I样本大小更小。

按二项分布、泊松分布理论可知，样本大小n与批量N无关。ISO2859根据长期的经验给出了对于不同批量的相对检查量，这主要考虑到下面两点。

a. 批量大时，为得到有足够代表性的样本，样本大小要适当增加。因为批量越大，获得随机样本的困难也越大。对于批量大的批应有较高的辨别力，以便尽量降低误判，因为对大批的误判往往带来较大的经济损失。增大辨别力的方法就是增大样本大小。

1) 按英文字母表中字母顺序排列。如，B在A之后，C在B之后，以此类推。

表 4.12 样本大小字码

批量范围	特殊检查水平				一般检查水平		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2—8	A	A	A	A	A	A	B
9—15	A	A	A	A	A	B	C
16—25	A	A	B	B	B	C	D
26—50	A	B	B	C	C	D	E
51—90	B	B	C	C	C	E	F
91—150	B	B	C	D	D	F	G
151—280	B	C	D	E	E	G	H
281—500	B	C	D	E	F	H	J
501—1200	C	C	E	F	G	J	K
1201—3200	C	D	E	G	H	K	L
3201—10000	C	D	F	G	J	L	M
10001—35000	C	D	F	H	K	M	N
35001—150000	D	E	G	J	L	N	P
150001—500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001—以上	D	E	H	K	N	Q	R

b．同一批量，对于各种产品，期望的检查费用不同，要求的样本大小也就不同．从这一意义来说，检查水平是表示检查中所需要费用多少的尺度．

使用哪一个检查水平，应由负责者规定．除非另有规定，一般使用II．

2．可接收质量水平（AQL）

为了进行抽样检查，而对一系列连续提交批规定的认为可接收的过程平均不合格品率（或过程平均每百单位缺陷数）的上限值为可接收质量水平．

AQL 和样本大小字码一起用来检索 ISO2859 所规定的抽样方案组．AQL 表示购货方能容忍的最大不合格品率（或

缺陷数)的估值，比其大的值是不可接收的，比其小的值才是所需要的。供货方目前的过程平均是确定 AQL 值的出发点。AQL 的选择取决于供货方可能提供的质量与理论质量(0%不合格品率)之间的折衷。

AQL 由购货方确定，以满足使用要求，但要预先考虑所选取的 AQL 不能过多地拒收供货方提供的具有合理的质量水平的检查批。因此有时要双方协商来确定 AQL。AQL 是与供货方风险联系在一起的。在合同中规定 AQL，并不意味着供货方有权提供任何已知的不合格品。

ISO2859 的 AQL 共有 26 个值，在 10 及 10 以下既可表示不合格品率又可表示每百单位缺陷数，在 10 以上只表示每百单位缺陷数。AQL 值是以百分数的形式表示的。AQL=10 表示不合格品率为 10%，或每百个单位产品中有 10 个缺陷。

3. 转移规则

关于宽严程度不同的抽样方案(包括暂停检查)相互转移时所使用的规则。

ISO2859 有三种宽严程度不同的抽样方案：正常方案，加严方案和放宽方案。还有暂停检查的规定。当过程平均在 AQL 附近时采用正常检查，当质量水平被证实已变劣(过程平均大于 AQL)时，实行从正常到加严，或从放宽到正常的转移；当质量水平被证实已变优(过程平均小于 AQL)时，实行从正常到放宽，或从加严到正常的转移；如果变劣了的质量水平不及时被改善，加严检查将向暂停检查转移。

4. 抽样方案组

是指附有转移规则并可能有暂停检查规定的几个抽样方案(正常，加严和放宽检查方案)的组合体。

抽样方案组由 AQL 和字码来标示。 组成方案组的具体的一个方案(比如正常方案)称为单个抽样方案.

ISO2859 不是一个抽样方案,而是一个以批量、检查水平及 AQL 作为索引的抽样方案组的集合体,我们称它为抽样系统。

二、 ISO2859 概况

ISO2859 本质上适用于连续批的检查,依据其中的单个方案的 OC 曲线,也可以用于孤立批的检查. 具体可适用于:成品、零部件、原材料、操作、在制品、库存品、维修操作、资料或记录、管理程序等抽样检查。

ISO2859 的结构如图 4.13 所示。

ISO2859 用不合格品率或每百单位缺陷数表示过程和批的质量.

ISO2859 规定,单位产品不符合规定要求的任何一点,即构成缺陷,一个单位产品具有一个或一个以上缺陷就是不合格品。因此被判定的"不合格品"并不意味着这个单位产品不能用于预定的目的。

当各种缺陷的重要程度不同时,就需要把可能缺陷分类成群,在不同群内缺陷重要等级是不同的,但是在群内所有缺陷有近似相同的等级. 不同的群可以分别处理,使用宽严不同的抽样方案. ISO2859 把缺陷分成了三个级别: 致命缺陷,重缺陷和轻缺陷. 相应的不合格品也分成三个级别: 致命不合格品,重不合格品和轻不合格品. 致命缺陷是不允许存在的,也就是说,它的 AQL 值必须取为零. 对于非破坏性检查,致命缺陷的方案一定是: 样本大小等于批量,接收数为零。

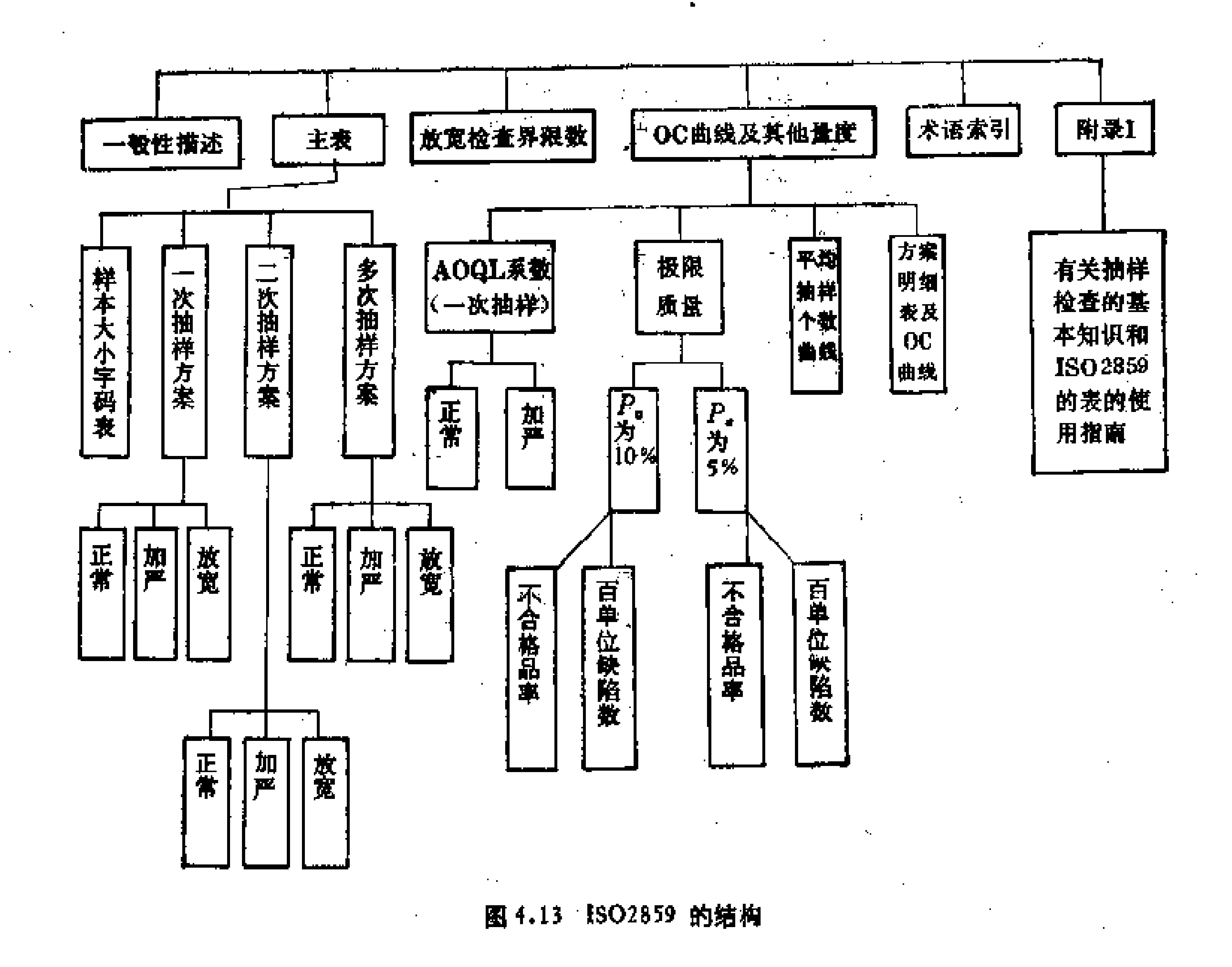


图 4.13 ISO2859 的结构

在抽样检查前，就应规定好 AQL 是用不合格品率作为检查指标还是以每百单位缺陷数作为检查指标．在用每百单位缺陷数作为检查指标时，应假定可能出现的各缺陷之间是相互独立的．当取 AQL 小于 2.5 时，不管用何种检查指标，其结果几乎一致． 当 AQL 在 2.5 与 10 这个区间时，每百单位缺陷数的方案将严于等价的不合格品率的方案．

ISO2859 各单个方案的生产方风险 $\alpha=1-P_a(AQL)$ 是不固定的，约在 0.5% 至 13% 的范围内变化． 同一批量，检查水平高时，α 仅稍有减小；但同一检查水平，批量越大，α 就越小．这种鼓励供货方以大批量提交的策略是出自经济性考虑的．

ISO2859 的 AQL 系列和样本大小系列采用了优先数（归整）．AQL 系列取 R_5 优先数；样本大小系列取 R_{10} 优先数，每隔一个取一个，并四舍五入取整数．两个系列的公比都约为 $\sqrt[5]{10}$．由于这个性质，使得各主抽样表在同一斜线上有相同的接收数和拒收数，因而主抽样表结构匀称使用方便．

ISO2859 对于同一 AQL 和字码提供了互相匹配的三套方案组：一次方案组，二次方案组和七次方案组．供购双方可根据需要对于指定的 AQL，批量和检查水平任选其中的一套方案组．七次方案的 ASN 低于匹配的二次方案的 ASN，二次方案的 ASN 又低于匹配的一次方案的 ASN．

ISO2859 规定了对拒收批的处理方法． 拒收批可能报废；可能 100% 检查、修整或更换发现的不合格品；也可能降价接收．不管怎么处理，对于拒收批，仅在所有单位产品都经过再次检验或试验，将所有不合格品剔除或者将缺陷修复之后，才能再次提交检查．对于再次提交的批，是使用正常检查还是加严检查，再检查的范围是否包括全部类型或级别的缺陷，或者仅仅是导致拒收的特定类型或级别的缺陷，应由负责

者根据具体情况确定．再提交批不能参予转移规则所支配的方案间的调整．

ISO2859 规定，样本应随机抽取；在抽取样本时不应考虑它们的质量．ISO2859 中的抽样方案都是在这个前提下计算的．ISO2859 推荐使用分层抽样法．即：方便时，按照某个合理的准则，把整批划分为一些小批或一些部分，然后按各小批或各部分的大小成比例地选取样品．样本可以在所有单位产品组成批之后抽取，也可在批的组成过程中抽取．使用二次或七次抽样时，每个样本应从整批中全面抽取．

三、ISO2859 抽样方案组的求法

在用 ISO2859 抽样程序及方案组进行检查前，应在有关文件中（如验收规则，合同等）规定好如下几项．

a．对所要检查的项目，必须以计数的形式表达．如果被检项目是测量值，而仍采用计数方式，也应在有关文件中说明．

对每个被检项目应明确：

b．单位产品．

c．缺陷分类．

d．AQL 的设置方式： 对每个缺陷规定 AQL，或对每个缺陷类规定 AQL，或用其它认为合适的方式设置 AQL．

e．确定 AQL 值． 应明确 AQL 是用不合格品率作为检查指标还是用每百单位缺陷数作为检查指标．

f．确定检查水平．如用检查水平 II，可以不写．

g．检查开始时是用正常检查还是加严检查．

h．对批量的有关规定，包括组批原则及限制．

i．抽样方式（是一次、二次还是多次）．这不是必须的，可

以不写．因为它们各个对应的单个方案之间是相互匹配的．

j．是否允许放宽检查．在 ISO2859 中，从正常到放宽的转移是人为的，购货方可以不执行放宽检查(见本节四)．

k．什么情况下暂停检查．执行 ISO2859 时，当发现致命缺陷时或当连续 10 批停留于加严检查时，可能导致暂停检查．但暂停检查有伸缩的余地，可由购货方决定．

我们只介绍常用的一次和二次抽样方案的求法，并以不合格品的检查为例．缺陷数的检查，只要以"缺陷数"代替"不合格品"，以"每百单位缺陷数"代替"不合格品率"即可．

ISO2859 主表中 A_c 相当于前述的 A，R_e 相当于前述的 R．

确定方案的步骤为：

a．确定样本大小字码

查表 4.12，由指定批量的行和指定检查水平的列相交处得到样本大小字码．

b．选择抽样主表

一次方案： 正常检查用表 4.13，加严检查用表 4.14，放宽检查用表 4.15．

二次方案： 正常检查用表 4.16，加严检查用表 4.17，放宽检查用表 4.18．

c．读取抽样方案

查抽样主表，根据字码从"样本大小字码"列的右侧一列得到样本大小 n，再从该样本大小的行与 AQL 的列相交处得到 A_c，R_e．如果相交处是箭头，应使用箭头所指的第一个方案，此时样本大小字码改变，样本大小也要随之改变．如果得到的 n 大于 N，则把 N 当作样本大小，而接收数和拒收数不变．

例 4.10 设 $N=200$，AQL $=0.15$，检查水平 II．则三

表 4.13 一次正常

样本大小字码	样本大小	可接收质量 0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5
		AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe
A	2	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	3	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	5	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	8	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
E	13	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
F	20	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓
G	32	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2
H	50	↓	↓	↓	↓		↓	↓	0 1	↑	↑	1 2	2 3
J	80	↓	↓	↓	↓		↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22
Q	1250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑
R	2000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑

↓ =用箭头下面的第一个抽样方案．如果样本大小等于或超过批量，进行百分之

↑ =用箭头上面的第一个抽样方案．

Ac = 接收数． Re = 拒收数．

检查抽样方案(主表)

水 平 (正 常 检 查)

2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	
↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑		
1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑			
2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑						
3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑							
5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑								
7 8	10 11	14 15	21 22	↑									
10 11	14 15	21 22	↑										
14 15	21 22	↑											
21 22	↑												
↑													

百的检查。

表 4.14 一次加严

样本大小字码	样本大小	可接收质量											
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19
Q	1250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑
R	2000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑
S	3150			1 2									↑

↓＝用箭头下面的第一个抽样方案．如果样本大小等于或超过批量，进行百分之

↑＝用箭头上面的第一个抽样方案． *Ac*＝接收数． *Re*＝拒收数．

检查抽样方案(主表)

水　平　（加　严　检　查）

2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe
		↓			↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
	↓	0 1		↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
↓	0 1		↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
0 1		↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	
	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑		
↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑			
1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑						
2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑							
3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑								
5 6	8 9	12 13	18 19	↑									
8 9	12 13	18 19	↑										
12 13	18 19	↑											
18 19	↑												
↑													

百的检查.

表4.15 一次放宽

样本大小字码	样本大小	可接收质量											
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5
		AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↑	0 2	1 3
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑

↓ =用箭头下面的第一个抽样方案．如果样本大小等于或超过批量，进行百分之

↑ =用箭头上面的第一个抽样方案．

Ac = 接收数．　　Re = 拒收数．　　+ =如果超过接收数而又未达到拒收数，

检查抽样方案(主表)

水 平 (放 宽 检 查)+

2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe	AcRe
↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
	0 1	↑		0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 5	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	
↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑		
0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑			
1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑						
1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑							
2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑								
3 6	5 8	7 10	10 13	↑									
5 8	7 10	10 13	↑										
7 10	10 13	↑											
10 13	↑												
↑													

百的检查.

则该批接收且从下一批开始回到正常检查.

个一次抽样方案为

正常：(80/0,1)

加严：(125/0,1)

放宽：(32/0,1)

例 4.11 设 $N=1560$，AQL $=2.5$，检查水平 III，则三个一次方案和二次方案分别为

	一次	二次
正常：	(200/10,11)	(125,125/5,9;12,13)
加严：	(200/8,9)	(125,125/3,7;11,12)
放宽：	(80/5,8)	(50,50/2,7;6,9)

从上例看出：ISO2859 的放宽检查方案与正常和加严方案不同．有时一次方案 $R_c \neq A_c + 1$，二次方案 $R_{c_2} \neq A_{c_2} + 1$．此时规定：对于一次放宽方案，当样本中不合格品数 d 满足 $A_c < d < A_c$ 时，可终止检查并判定接收该批，但从下一批起回到正常检查，称此为"附条件接收"．对于二次放宽方案，当第一样本中不合格品数 d_1 与第二样本中不合格品数 d_2 之和满足 $A_{c_2} < d_1 + d_2 < R_{c_2}$ 时，可终止检查并判定接收该批，但从下一批起回到正常检查，称此为"附条件接收"．

从本例可看出：(200/10,11) 与 (125, 125/5,9; 12,13) 有基本一致的 OC 曲线；(200/8,9) 与 (125,125/3,7;11,12) 有基本一致的 OC 曲线；(80/5,8) 与 (50,50/2,7; 6,9) 有基本一致的 OC 曲线．但它们之间的平均抽样个数 ASN 是不同的．

例 4.12 设 $N=900$，检查水平 III，所有被检项目分为重不合格品类和轻不合格品类．取重不合格品类 AQL 为 0.65，轻不合格品类 AQL 为 2.5，则一次正常方案分别为：

重不合格品类：(125/2,3)

轻不合格品类：(125/7,8)

只有当两个方案都通过时才接收该批. 如抽检结果: 重不合格品数为 3, 轻不合格品数为 5, 则拒收该批.

例 4.13 设 $N = 9000$, 检查水平 II. 所有被检项目分为重不合格品类和轻不合格品类, 取重不合格品类 AQL 为 0.25, 轻不合格品类 AQL 为 0.65, 同时对所有被检项目(即重不合格品类加上轻不合格品类)规定总的 AQL 为 0.65. 则一次正常方案分别为

重不合格品类方案: (200/1,2)

轻不合格品类方案: (200/3,4)

总的方案: (200/3,4)

只有当此三个方案都通过时,才接收该批. 如抽验结果: 重不合格品数为 1, 轻不合格品数为 3, 则拒收该批, 因为此时未能通过总的方案. 如抽检结果: 重不合格品数为 0, 轻不合格品数为 3, 则接收该批.

例 4.14 设 $N = 12000$, 检查水平 I. 所有被检项目取总的 AQL 为 1.5, 同时对重不合格品类取 AQL 为 0.40. 则一次正常方案为

重不合格品类方案: (125/1,2)

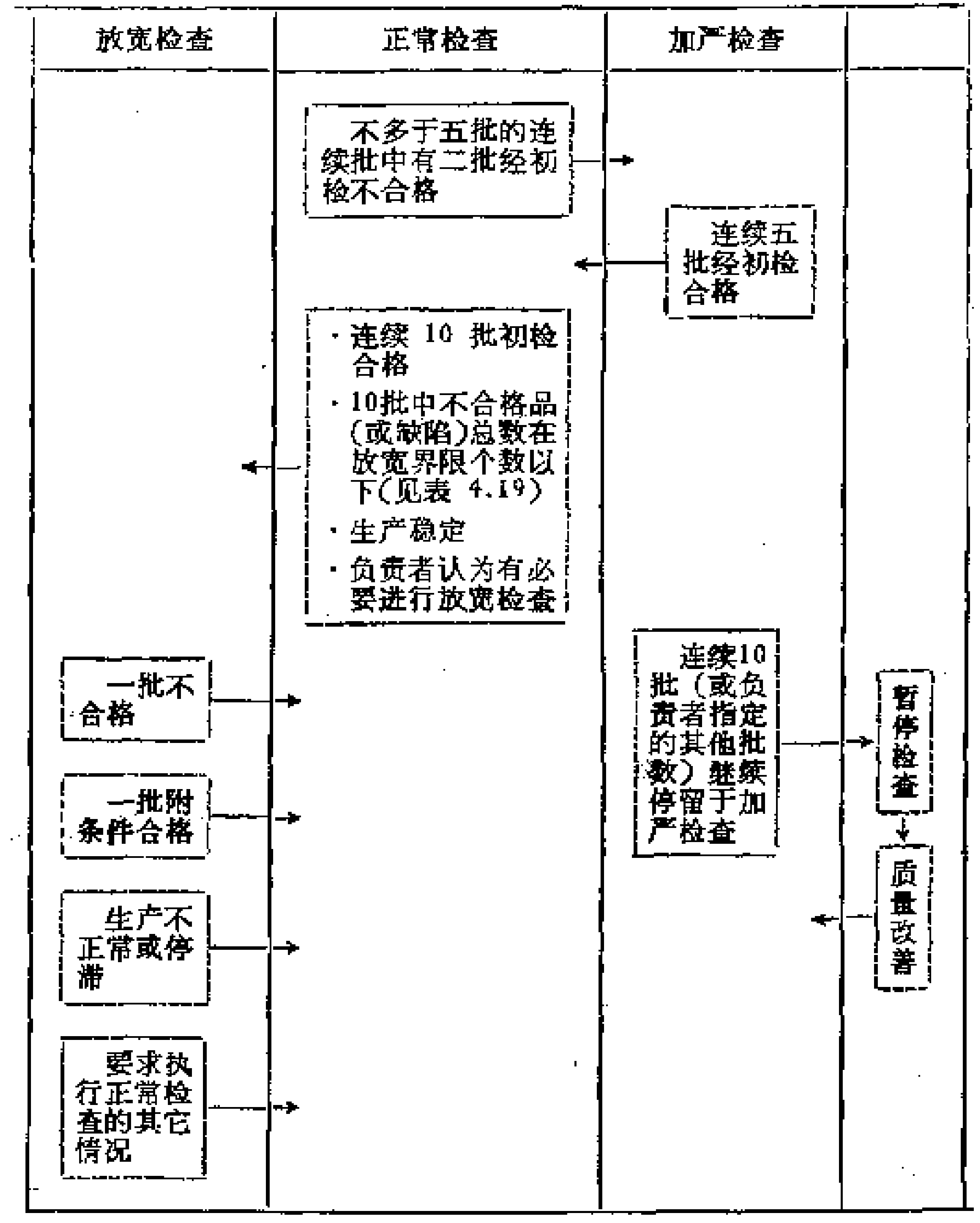
总的方案: (125/5,6)

只有当两个方案都通过时才接收该批. 如抽验结果: 重不合格品数为 1, 轻不合格品数为 5, 则拒收该批. 因为此时未能通过总的方案.

四、ISO2859 的转移规则

ISO2859 的转移规则如图 4.14 所示. 图中"初检"是指对批的最初检查,不是被判为不合格再次提交的检查.

检查开始时,一般从正常检查开始,也可由负责者指定从



注: ① [ ]→表示框内条件成立时才可转移.

② 加严检查至暂停检查的转移规则实际中执行的是加严检查开始后,如无望在第 11 批转至正常检查,则执行暂停检查.

图 4.14　ISO2859 的转移规则

加严检查开始:除需要按转移规则改变抽样方案的严格性外,下一次检查继续使用和前一次检查严格性相同的抽样方案.各类缺陷或不合格品原则上独立地应用转移规则.

从正常至加严，加严至暂停，加严至正常的转移规则是强制性的. 而从正常至放宽，放宽至正常是非强制性的，负责者起很大的作用.

如以 A 表示接收，R 表示拒收，则从正常检查开始，下列几个连续批系列在 * 处开始执行加严检查

$A\ R\ A\ R$ *；

$A\ A\ R\ A\ A\ R$ *；

$A\ A\ A\ A\ A\ R\ A\ A\ A\ R$ *；

$A\ A\ A\ A\ A\ A\ R\ A\ A\ A\ A\ R\ A\ A\ A\ A\ R\ A\ A\ R$ *.

如果现在正处在加严检查，则下列几个连续批系列在△处开始执行正常检查，在 X 处开始暂停检查

$A\ R\ A\ R\ A\ A\ A\ A\ A$ △；

$A\ A\ A\ A\ A$ △；

$A\ A\ R\ A\ A\ R\ X$；

$A\ A\ A\ A\ R\ A\ A\ A\ A\ A$ △；

$A\ A\ R\ A\ A\ A\ A\ R\ X$；

$A\ A\ A\ R\ A\ A\ R\ X$；

$A\ A\ A\ A\ R\ A\ A\ A\ A\ R\ X$.

从正常到放宽的转移，要用到放宽检查界限数 L_R. 把最近连续 10 批的所有样品数相加，统计这些样品中所发现的不合格品数. 如果用的是二次或多次方案，应包括所有被检的样品，而不仅仅是第一样本的样品. 从表 4.19 的"最近 10 批的累计样本大小"行与指定 AQL 列相交栏，获得 L_R. 例如，对于 AQL = 0.65，正常方案 (200/3,4)，则得到 $L_R = 8$. 这表示如果最近连续 10 批用正常检查方案 (200/3,4) 验收，都被判为接收，并且此 10 批累积样本不合格品数小于等于 8，生产又稳定，负责者同意转移到放宽检查，则从第 11 批起执行放宽方案 (80/1,4).

表 4.19 放宽

最近10批的累计样本大小	可接收										
	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0
20—29	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
30—49	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
50—79	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
80—129	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
130—199	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
200—319	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0
320—499	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0
500—799	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2
800—1249	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4
1250—1999	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7
2000—3149	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14
3150—4999	*	*	*	*	0	0	1	4	8	14	24
5000—7999	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40
8000—12499	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68
12500—19999	*	0	0	2	4	7	13	24	40	69	110
20000—31499	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181
31500—49999	1	1	4	8	14	24	38	67	111	186	
50000 以上	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301	

* 表示 AQL 在此值时要放宽检脊，若最近 10 批的累计样本大小不够，可
脊进行的，且无一批被初检拒收约.

检查界限数

质量水平														
1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181
*	*	*	0	0	1	3	7	13	22	36	63	105	178	277
*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301	
*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181	297		
0	0	2	4	7	13	25	42	72	115	177	301	490		
0	2	4	8	14	22	40	68	115	181	277	471			
1	4	8	14	24	39	68	113	189						
3	7	14	25	40	68	110	181							
7	14	24	42	68	105	181								
13	24	40	69	110	169									
22	40	68	115	181										
38	67	111	186											
63	110	181												
105	181													
169														

用多于10批来计算，此时所使用的批都要是最近连续生产的，都是按正常检

在表 4.19 中出现"*"号时，应计算 10 批以上。例如，对于 AQL = 0.15，正常方案 (80/0, 1)，则应要求最近连续 16 批全部正常检查被接收 ($L_R = 0$)。因为此时 16 个批的样品总量达到了表 4.19 中的 1250—1999 区间，而此时才有 $L_R = 0$。

放宽检查开始后，只要出现图 4.14 中四个条件中的一个，就立即返回到正常检查。

五、ISO2859 的动态转移特性

调整型抽样检查系统的一个最大特点是：整个抽样检查过程受转移规则的控制而动态变化的，在依据抽样结果自动调整过程中，方案组可能会发生各种各样的情况。比如，过程平均不合格品率 $\bar{p} \gg$ AQL 时，方案仍以很高的概率停留在正常检查；当 $\bar{p} \ll$ AQL 时，加严检查开始后，方案组很快回到正常检查。显然，前一种情况我们是不希望的，后一种情况是我们需要的。一般我们总希望：1. 在正常检查时，当平均不合格品率 $\bar{p} \gg$ AQL时，能较快地转移到加严检查；当 $\bar{p} \ll$ AQL 时，能较快地转移到放宽检查，而转到加严检查的可能性要小。2. 在加严检查时，当 $\bar{p} \ll$ AQL 时，能较快地回到正常检查，当 $\bar{p} \gg$ AQL 时，从加严检查回到正常检查的可能性要小，而转到暂停的可能性要大。3. 在放宽检查时，当 $\bar{p} \gg$ AQL 时，要很快回到正常检查。

总之，该"转"就要"转"，而且要迅速"转"，不该"转"就不"转"。否则都认为是"误转"。方案组不误转是不可能的，但误转的概率不应太大。描述这种动态转移特性的统计指标有以下几种。

a. 在 t 批(包括第 t 批) 前首次由检查状态 a 转至检查

状态 b 的累计转移概率 $S_{a\to b}(t)$.

检查状态是指正常检查、加严检查、放宽检查及暂停检查. 为方便,本节中记正常检查为 N, 加严检查为 T, 放宽检查为 R, 暂停检查为 D.

b. $t\to\infty$ 时的累计转移概率, 称为最终转移概率, 记为 $P_{a\to b}$. 即

$$P_{a\to b}=\lim_{t\to\infty}S_{a\to b}(t)$$

c. 转移前的平均批数 $\bar{t}_{a\to b}$.

d. 转移前批数的方差 $V_{a\to b}$.

由于 $N\to R$ (表示正常检查至放宽检查的转移,下同)及 $R\to N$ 不是强制性的, 与负责者对生产过程的判断有密切关系. 所以,在介绍以上四种刻划动态特性的统计指标时,不考虑放宽检查.

我们借助于母函数和信号流向图理论来推导上述四种统计指标.

设检查从状态 a 开始后, 第 t 批首次转移到状态 b 的概率记为 $p_{a\to b}(t)$, 称为瞬时转移概率.

记: $$F_{a\to b}(x)=\sum_{t=1}^{\infty}p_{a\to b}(t)x^t\quad(-1\leqslant x\leqslant 1)\qquad(4.38)$$

它为概率系列 $p_{a\to b}(t)$ 的母函数, 我们称它为转移概率母函数.

我们可以把 $p_{a\to b}(t)x^t$ 看成是下述流向图 a 到 b 的增益(图 4.15).

x 称为时间延滞算子, 这里代表一批. 各节点表示检查所处状态 (N, T 或 D). p_i 表示从 $i-1$ 所处状态经过一批检查转移到 i 所处状态的转移概率. 按照这个原则, 我们把 ISO2859 抽样系统(不包括 R) 从 N 开始, 整个抽样活动的动

$$\underset{a}{\overset{0}{\circ}}\xrightarrow{P_1x}\overset{1}{\circ}\xrightarrow{P_2x}\overset{2}{\circ}\xrightarrow{P_3x}\overset{3}{\circ}\cdots\overset{t-1}{\circ}\xrightarrow{P_tx}\underset{b}{\overset{t}{\circ}} \equiv \underset{a}{\circ}\xrightarrow{p_{a\to b}(t)x^t}\underset{b}{\circ}$$

$$P_{a\to b}(l)=p_1\cdot p_2\cdots p_t$$

图 4.15 流向图

态变化用几个流向图来表示，这些流向图各节点间的增益用时间延滞算子及其相应转移概率的乘积表示。有了流向图，就可以得到 $a\to b$ 的母函数 $F_{a\to b}(x)$，因为 $F_{a\to b}(x)$ 即是以状态 a 为输入状态 b 为输出的流向图的增益。

有了母函数 $F_{a\to b}(x)$，就可以得到 a，b，c，d 四个统计指标。

把 $F_{a\to b}(x)$ 展开成 x 的幂函数：

$$F_{a\to b}(x)=\sum_{t=1}^{\infty}p_{a\to b}(x)x^t$$

则

$$S_{a\to b}(t)=\sum_{k=1}^{t}p_{a\to b}(k) \tag{4.39}$$

$$P_{a\to b}(1)=F_{a\to b}(1)=\sum_{t=1}^{\infty}p_{a\to b}(t) \tag{4.40}$$

记

$$F^*_{a\to b}(x)=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{p_{a\to b}(t)}{F_{a\to b}(1)}x^t=\frac{F_{a\to b}(x)}{F_{a\to b}(1)}$$

则 $F^*_{a\to b}(x)$ 是某概率分布列的母函数，因为此时有

$$F^*_{a\to b}(1)=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{p_{a\to b}(t)}{F_{a\to b}(1)}=1$$

则 t 的期望为

$$E(t)=F^{*\prime}_{a\to b}(1)$$

所以……

$$\bar{t}_{a\to b}=\frac{F'_{a\to b}(1)}{F_{a\to b}(1)}=\frac{d\ln F_{a\to b}(x)}{dx}\bigg|_{x=1} \tag{4.41}$$

t 的方差为

$$D(t)=E(t^2)-E^2(t)$$

$$=F^{*\prime\prime}_{a\to b}(1)+F^{*\prime}_{a\to b}(1)-\left(\frac{F'_{a\to b}(1)}{F_{a\to b}(1)}\right)^2$$

$$=\frac{d^2\ln F_{a\to b}(x)}{dx^2}\bigg|_{x=1}+\bar{t}_{a\to b}$$

即

$$V_{a\to b}=\frac{d^2\ln F_{a\to b}(x)}{dx^2}\bigg|_{x=1}+\bar{t}_{a\to b} \tag{4.42}$$

图 4.16 是 $N\to T$ 的流向图，图 4.17 是 $T\to N$ 和 $T\to D$ 的流向图。图 4.17* 是图 4.16 的浓缩形式。

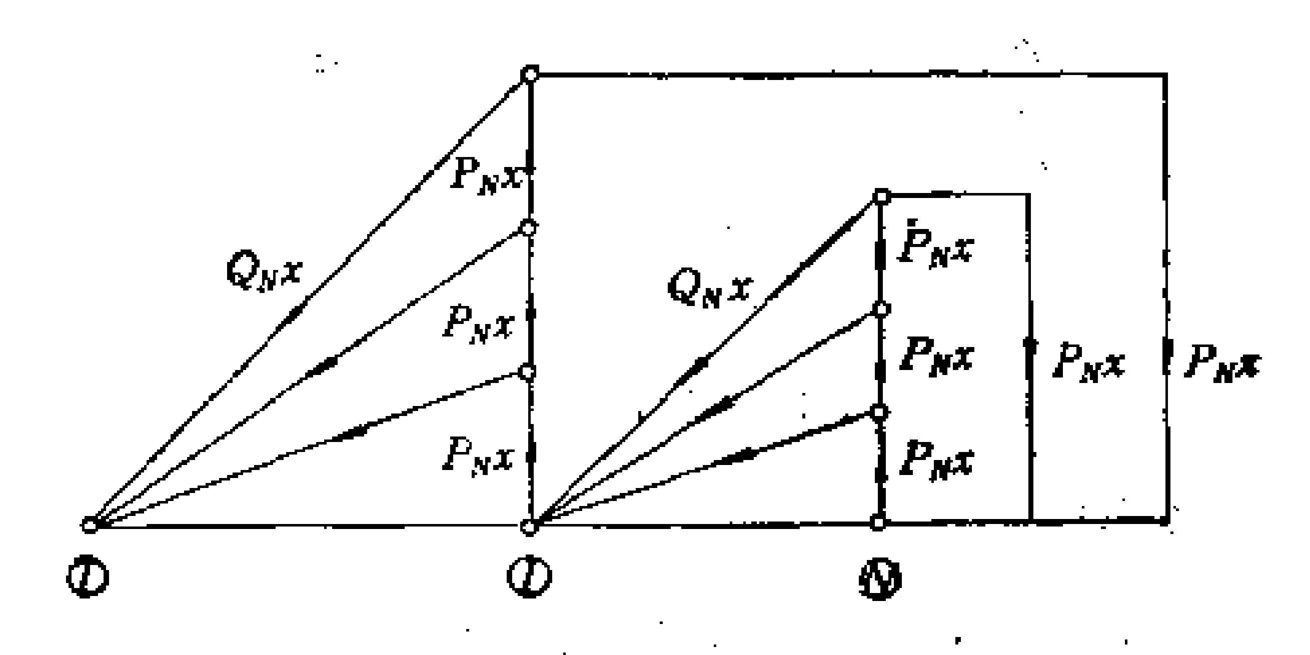


图 4.16 ISO2859 $N\to T$ 转移过程的流向图

图中 P_T, P_N 分别为正常和加严方案的接收概率，$Q_N=1-P_N$，$Q_T=1-P_T$。

根据图论中 Mason 公式，由图 4.17* 可得

$$F_{N\to T}(x)=\frac{G^2(x)}{1-(P_Nx)^4-(P_Nx)^4G(x)}$$

$$=\frac{Q_N^2x^2(1-(P_Nx)^4)}{(1-P_Nx)\cdot(1-P_Nx-Q_NP_N^4x^5)} \tag{4.43}$$

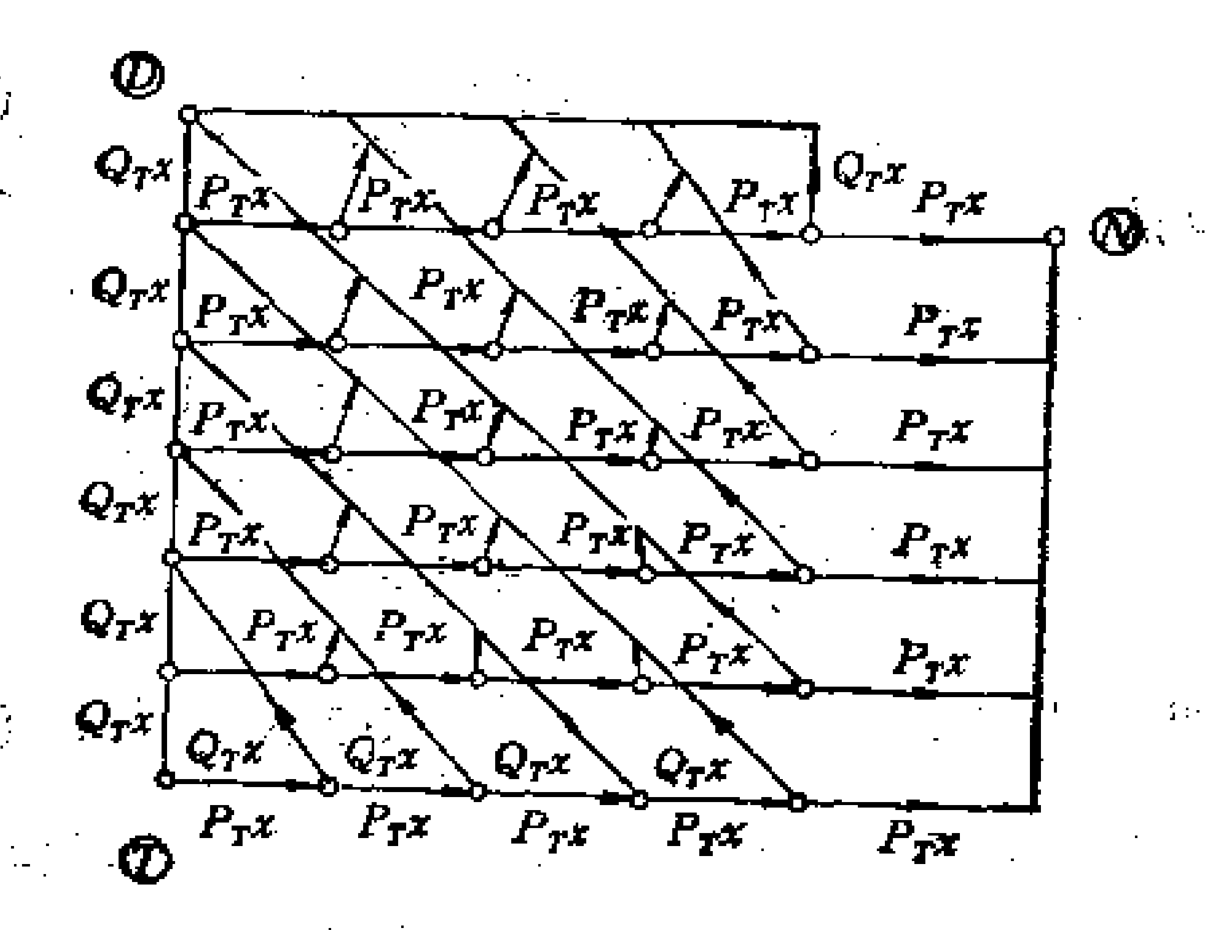


图 4.17 ISO2859 $T\to N$ 和 $T\to D$ 转移过程的流向图

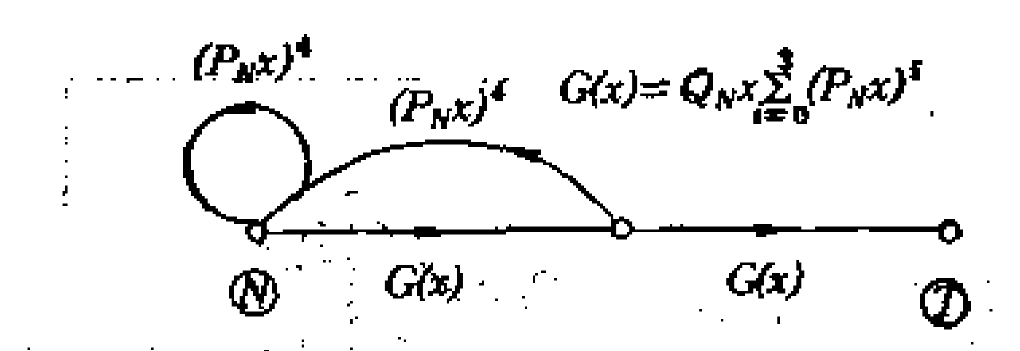


图 4.17* 图 4.16 的浓缩形式

由图 4.17 可得

$$F_{T\to N}(x) = P_T^5 x^5\left(1 + Q_T\sum_{i=1}^{5} x^i\right) \tag{4.44}$$

$$F_{T\to D}(x) = Q_T x^5\left(\sum_{i=0}^{4}(P_T x)^i - P_T^5\sum_{i=0}^{4} x^i\right) \tag{4.45}$$

把 $F_{N\to T}(x)$ 展开成 x 的幂级数后，得到

$$\left.\begin{aligned}
&p_{N\to T}(t) = (t-1)\cdot Q_N^2 P_N^{t-2},\quad 2\leqslant t\leqslant 5\\
&p_{N\to T}(6) = 4Q_N^2 P_N^4\\
&p_{N\to T}(t) = P_N p_{N\to T}(t-1) + Q_N P_N^4 p_{N\to T}(t-5),\quad t\geqslant 7
\end{aligned}\right\} \tag{4.46}$$

从而

$$\left.\begin{aligned}
&S_{N\to T}(t)=\sum_{k=1}^{t}p_{N\to T}(k)\\
&P_{N\to T}=F_{N\to T}(1)=1\\
&\bar{t}_{N\to T}=\frac{d}{dx}\ln F_{N\to T}(x)\Big|_{x=1}=\frac{1}{Q_N}+\frac{1}{Q_N(1-P_N^4)}\\
&V_{N\to T}=\bar{t}_{N\to T}^2+\bar{t}_{N\to T}\left(\frac{8}{1-P_N^4}-9\right)-\frac{1+3Q_N}{Q_N^2(1-P_N^4)}+\frac{10}{Q_N}
\end{aligned}\right\}\tag{4.47}$$

根据 $F_{T\to N}(x)$，得

$$\left.\begin{aligned}
&p_{T\to N}(5)=P_T^5\\
&p_{T\to N}(6)=p_{T\to N}(7)=\cdots=p_{T\to N}(10)=Q_TP_T^5
\end{aligned}\right\}\tag{4.48}$$

则

$$\left.\begin{aligned}
&S_{T\to N}(t)=\sum_{k=5}^{t}p_{T\to N}(k)\quad t\leqslant 10\\
&P_{T\to N}=F_{T\to N}(1)=6P_T^5-5P_T^6\\
&\bar{t}_{T\to N}=\frac{d}{dx}\ln F_{T\to N}(x)\Big|_{x=1}=\frac{45-40P_T}{6-5P_T}\\
&V_{T\to N}=\frac{310-290P_T}{6-5P_T}
\end{aligned}\right\}\tag{4.49}$$

根据 $F_{T\to D}(x)$，得

$$\left.\begin{aligned}
&p_{T\to D}(t)=0,\quad 1\leqslant t\leqslant 5\\
&p_{T\to D}(t)=Q_TP_T^{t-6}(1-P_T^{(11-t)}),\quad 6\leqslant t\leqslant 10
\end{aligned}\right\}\tag{4.50}$$

$$\left.\begin{aligned}
&P_{T\to D}=F_{T\to D}(1)=1-6P_T^5+5P_T^6\\
&\bar{t}_{T\to D}=\frac{6+\sum_{i=1}^{4}P_T^i-50P_T^5+40P_T^6}{1-6P_T^5+5P_T^6}\\
&V_{T\to D}=\frac{1}{1-P_T}\cdot\left[\frac{130-11P_T^5}{1-6P_T^5+5P_T^6}+(1+P_T)\cdot\bar{t}_{T\to D}\right]\\
&\qquad-\bar{t}_{T\to D}^2
\end{aligned}\right\}\tag{4.51}$$

例 4.15 设 AQL = 1.0%，检查水平 II，批量 1200. 不考虑放宽检查，从 ISO2859 的有关表中(表 4.13，4.14) 查得一次抽样方案为

$N:(80/2,3)$，$T:(80/1,2)$

当 $\bar{p}$ = AQL = 1.0% 时

$$P_N = \sum_{d=0}^{2} \binom{80}{d} \cdot \bar{p}^d (1-\bar{p})^{80-d}$$
$$= 0.9534$$

$$P_T = \sum_{d=0}^{1} \binom{80}{d} \cdot \bar{p}^d \cdot (1-\bar{p})^{80-d} = 0.8092$$

$$Q_N = 1 - P_N = 0.0466$$
$$Q_T = 1 - P_T = 0.1908$$

则

$$p_{N\to T}(7) = Q_N^2 P_N^4 \cdot (4P_N + Q_N) = 0.0069$$

就是说：从正常检查开始，第一次恰好在第 7 批末转到加严检查的概率为 0.69%。

当 $\bar{p}$ = 2.5AQL = 2.5% 时

$$P_{T\to D} = 1 - 6P_T^5 + 5P_T^6$$
$$= 1 - 6\left\{\sum_{d=0}^{1} \binom{80}{d} \cdot (2.5\%)^d \cdot (1-2.5\%)^{80-d}\right\}^5$$
$$+ 5\left\{\sum_{d=0}^{1} \binom{80}{d} \cdot (0.025)^d \cdot (1-0.025)^{80-d}\right\}^6$$
$$= 0.9578$$

就是说，当 $\bar{p}$ = 2.5% 时，加严检查开始后，最终要转到暂停检查的概率为 95.78%。

当 $\bar{p}$ = 2.5AQL = 2.5% 时

$$\bar{t}_{T\to D}=\frac{6+\sum_{i=1}^{4}P_T^i-50P_T^5+40P_T^6}{1-6P_T^5+5P_T^6}=6.6\text{ 批}$$

式中，P_T 为 (80/1,2) 在 $\bar{p}=2.5\%$ 处的接收概率。就是说，在加严检查时，平均需经 6.6 批转到暂停检查。

最终转移概率和转移前平均批数是两个不同的概念。例 4.15 中，在 $\bar{p}=2.5\%$ 时，$P_{T\to D}=95.78\%\approx 96\%$，$\bar{t}_{T\to D}=6.6$（批），其含义是：从 T 开始，到 D 为止作为一次试验，重复进行 100 次这样的试验，大约有 96 次转到暂停检查，而 96 次中每次从 T 转到 D 之前批数不一定相同，但其平均值约为 6.6 批。

六、ISO2859 的复合 OC 曲线

方案组实质上是一个"扩大"的抽样方案，利用它来检查验收一系列平均质量为 $\bar{p}$ 的批，该一系列批在该方案组下预期被接收的期望百分数也是确定的。也就是说，方案组有它自己的 OC 曲线。这条 OC 曲线依赖于组成方案组的三个单个方案：N，T 和 R 方案以及它们之间的转移规则。我们称这条 OC 曲线为方案组的复合 OC 曲线。显然，复合 OC 曲线不能用组成方案组的任一单个方案来代替。复合 OC 曲线反映了方案组对系列批接收和拒收的综合效应，显示了对产品质量鉴别能力的大小，其用途与单个方案的 OC 曲线一样。复

OC 函数 $P_a^{(c)}(\bar{p})$ 由下式给出

$$P_a^{(c)}(\bar{p}) = \tilde{p}_N P_N + \tilde{p}_T P_T + \tilde{p}_R P_R$$

P_N、P_T、P_R 分别为正常、加严、放宽方案的接收概率.

第二，利用流向图，借助于母函数理论. 定义 $\phi_i(t)$ 为第 t 批系统处于状态 i 的概率，则 $P_a^{(c)}(\bar{p})$ 为

$$P_a^{(c)}(\bar{p}) = \lim_{t\to\infty}(\phi_N(t)P_N + \phi_T(t)P_T + \phi_R(t)\cdot P_R)$$

第三，用模拟的方法.

下面提供二个比较实用的 $P_a^{(c)}$ 计算公式.

研究表明：放宽检查界限数 L_R 对 $P_a^{(c)}$ 的影响甚微，而不考虑 L_R 时的 $P_a^{(c)}$ 的表达式要简单得多. 假定我们不考虑 L_R，暂停检查后以概率 1 转移到加严检查，且假定暂停前后的 $\bar{p}$ 不变化，则可推出 $P_a^{(c)}$ 有如下表达式

$$P_a^{(c)} = \tilde{p}_N P_N + \tilde{p}_T P_T + \tilde{p}_R P_R$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{p}_N &= (6P_T^5 - 5P_T^6)(2 - P_N^4)(1 - P_N^{10})(1 - P_R)/\Delta \\
\tilde{p}_T &= \left(6 + \sum_{j=1}^{4} P_T^j - 5P_T^5\right)(1 - P_N^{10})(1 - P_N^4)(1 - P_N) \\
&\quad \times (1 - P_R)/\Delta \\
\tilde{p}_R &= 1 - \tilde{p}_N - \tilde{p}_T \\
\Delta &= (1 - P_N^{10})(2 - P_N^4)(6P_T^5 - 5P_T^6)(1 - P_R) \\
&\quad + \left(6 + \sum_{j=1}^{4} P_T^j - 5P_T^5\right)(1 - P_N^{10})(1 - P_N^4)(1 \\
&\quad - P_N)(1 - P_R) + (6P_T^5 - 5P_T^6)P_N^{10}(2 - P_N^4)(1 - P_N)
\end{aligned}\right\} \tag{4.52}$$

数值研究表明，放宽检查只影响复合 OC 曲线 $P_a^{(c)}$ 为 75% 以上的区间，而且影响不是很大. 假定我们不考虑放宽检查，亦不考虑暂停检查，则可推出 $P_a^{(c)}$ 的如下表达式

$$P_a^{(c)} = \tilde{P}_N P_N + \tilde{P}_T P_T$$

其中

$$\left.\begin{aligned}\tilde{P}_N = &[(2 - P_N^4)(1 - P_T)P_T^5]/[(2 - P_N^4)\\&\times(1 - P_T)P_T^5 + (1 - P_N^4)\\&\times(1 - P_T^5)(1 - P_N)]\\\tilde{P}_T = &1 - \tilde{P}_N\end{aligned}\right\} \quad (4.53)$$

有了方案组的复合接收比率后，就比较容易导出方案组的平均检出质量上限及平均抽样个数了。

特别要指出的是：对于一次抽样方案组，由于组成方案组的正常、加严、放宽方案的样本大小不全相同，因此也有平均抽样个数问题。

一次抽样方案组的平均抽样个数

$$\mathrm{ASN}^{(c)} = \bar{n} = \tilde{P}_N n_N + \tilde{P}_T n_T + \tilde{P}_R n_R$$

n_N、n_T、n_R 分别为正常、加严、放宽方案的样本大小。

方案组的平均检出质量(不合格品被替换时)

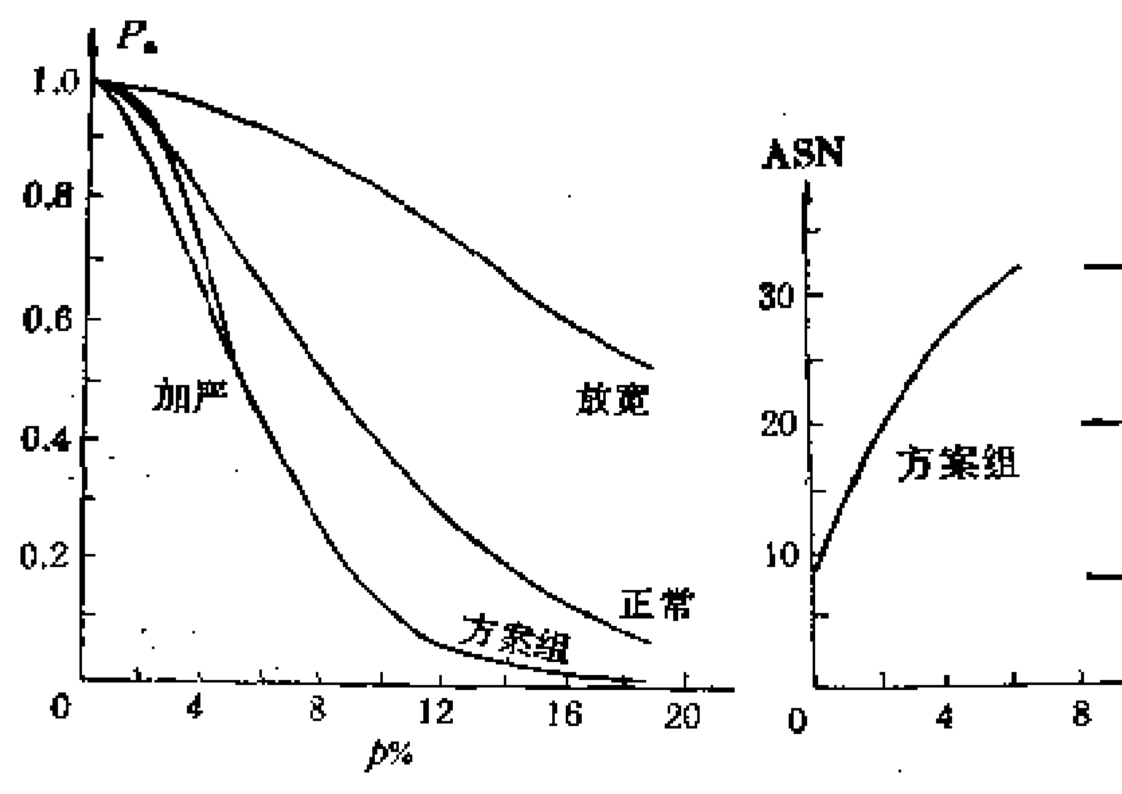


图 4.18　方案组的 OC 曲线，字码 F，AQL = 2.5%

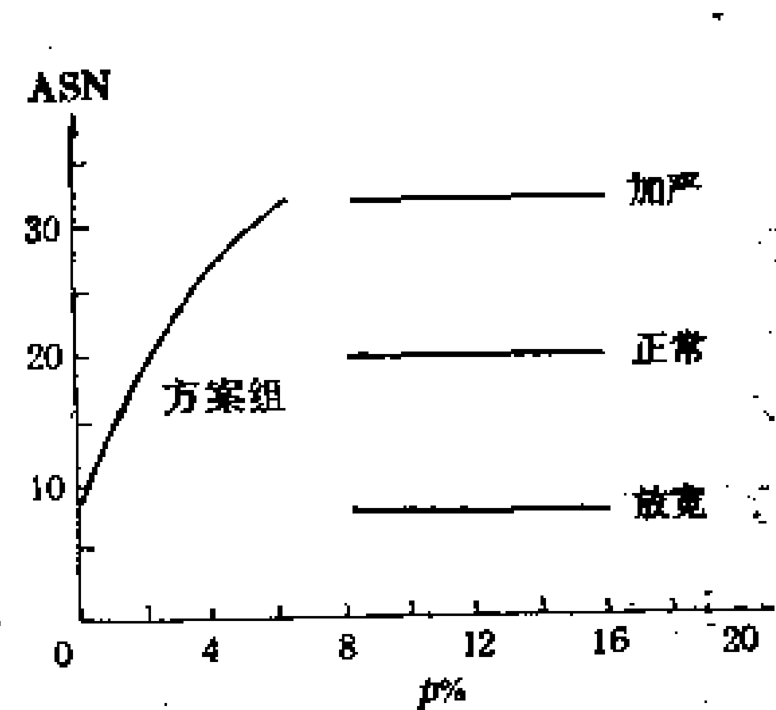


图 4.19　方案组的 ASN 曲线，字码 F，AQL = 2.5%

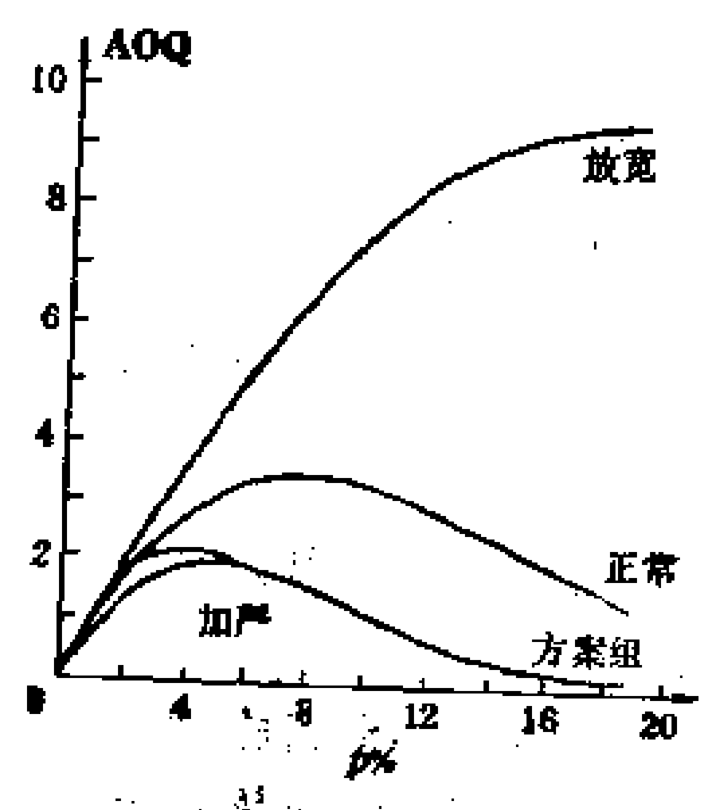


图 4.20 方案组的 AOQ 曲线，字码 F，AQL = 2.5%

ATI
120
80
40
方案组
正常
加严
放宽
0
4
8
12
16
20
p%

图 4.21 方案组的 ATI 曲线，字码 F，AQL = 2.5%

$$\mathrm{AOQ}^{(c)} = p \cdot P_a^{(c)} \cdot \left(\frac{N - \bar{n}}{N}\right)$$

我们列出了字码 F，AQL = 2.5% 的一次方案组（考虑放宽检查)的 OC 曲线，AOQ 曲线，ASN 曲线及 ATI 曲线(见图 4.18—图 4.21)。图中我们也列出了各单个方案的各种量度，以示比较。图 4.18—图 4.21 中的各条方案组曲线，是假定不考虑暂停时得到的，因此是保守的曲线。

表 4.20 列出了一次方案组：字码 F，AQL = 2.5%，在不考虑暂停情况下的复合接收概率，以及不考虑放宽和暂停时按近似公式 (4.53) 算得的复合接收比率。同时给出了单个方案正常和加严的接收概率。加严方案为：(32/1)，正常方案为 (20/1)。因而

$$P_T = (1-p)^{32} + 32(1-p)^{31}p = (1-p)^{31}(1+31p)$$

$$P_N = (1-p)^{20} + 20(1-p)^{19}p = (1-p)^{19}(1+19p)$$

利用表 4.21 和表 4.22 可以导出某个单个方案与

ISO2859 中某个方案组匹配的抽样方案组。当我们把实行多年的标准型老方案套改成 ISO2859 方案组时，往往需要这样做。这样做的目的是想获得调整型方案所带来的好处。下面我们以例子说明这种“套改”的步骤。

例 4.16 我们仍定义

$$\mathrm{OR}=\frac{p_{0.10}}{p_{0.95}} \tag{4.54}$$

为方案的操作比。p_x 表示对应接收概率为 x 的不合格品率。

表 4.20 方案组：字码 F、AQL = 2.5% 的复合接收率

$p\%$	0.978	1.65	2.47	3.66	5.40	8.21	11.6	14.0	19.0
P_T	0.961	0.902	0.813	0.672	0.478	0.249	0.101	0.0498	0.010
P_N	0.984	0.948	0.914	0.835	0.706	0.503	0.308	0.208	0.084
考虑放宽的复合 P_a^{c}	0.99	0.95	0.90	0.75	0.50	0.25	0.10	0.05	0.01
不考虑放宽的复合 $P_a^{\prime(c)}$	0.934	0.945	0.898	0.75	0.50	0.25	0.10	0.05	0.01

首先找出原标准型方案的操作比。例如：方案(20/2)的 OR = 6.5。再找出原方案的 $p_{0.10}$。方案 (20/2) 的 $p_{0.10}$ = 26.6%。计算 OR 及 $p_{0.10}$ 时可用泊松分布近似公式。从表 4.21 中找出最接近于 OR = 6.5 的方案组的操作比。从表 4.21 中可以看出，最接近于 6.5 的是第二条斜线上方案组字码 D，AQL 为 6.5% 的 OR 值 6.54。再从表 4.22 中字码 D，AQL = 6.5% 处得到 $p_{0.10}$ = 26.8%（括号中的值）。这个值十分接近于原方案的 26.6%，如果二者相差较远，可另选表 4.21 中的

表 4.21 ISO2859 方案组的操作比

字码	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5
A												
B												
C												
D												19.34
E											20.54	
F										20.08		
G									20.63			7.01
H								20.14			6.67	4.96
J							20.51			6.81	4.86	4.01
K						20.07			6.64	4.84	4.02	2.71
L					20.42			6.72	4.83	3.98	2.72	2.42
M				20.18			6.88	4.82	3.98	2.71	2.41	2.15
N			20.14			6.67	4.96	3.98	2.72	2.41	2.15	1.95
P		20.42			6.81	4.81	4.01	2.71	2.42	2.14	1.95	1.68
Q	20.07			6.64	4.84	4.02	2.71	2.42	2.15	1.94	1.69	
R			6.72	4.83	3.98	2.72	2.42	2.15	1.95	1.69		

（OR = $p_{0.10}/p_{0.95}$ 用泊松分布计算）

AQL													
2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		30.32			7.43	5.01	4.02	2.72	2.42	2.15	1.95	1.69	1.58
	23.23			6.71	5.04	3.99	2.72	2.41	2.15	1.95	1.69	1.58	1.46
20.14			6.67	4.96	3.98	2.72	2.41	2.15	1.95	1.68	1.57	1.47	
		6.54	4.81	4.01	2.71	2.42	2.14	1.95	1.68	1.57	1.46		
	6.88	4.83	4.01	2.72	2.41	2.15	1.94	1.68	1.57	1.46			
6.70	4.83	3.98	2.72	2.42	2.15	1.95	1.69						
4.86	3.97	2.72	2.42	2.15	1.94	1.69							
3.98	2.72	2.41	2.15	1.95	1.68								
2.71	2.42	2.14	1.95	1.68									
2.42	2.15	1.94	1.69										
2.15	1.95	1.69											
1.94	1.69												
1.68													

表 4.22 ISO2859 方案组

(适用于每百单位缺陷数；也适用于 AQL<15 时的不合

字码	可接收质											
	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5
A												
B												
C												
D												(16.2) 17.7
E											(10.9) 11.5	
F										(6.94) 7.19		
G									(4.50) 4.60			(7.56) 7.78
H								(2.84) 2.88			(4.77) 4.86	(7.56) 7.78
J							(1.83) 1.84			(3.08) 3.11	(4.77) 4.86	(6.52) 6.65
K						1.15			1.94	3.11	4.26	5.34
L					.731			1.23	1.94	2.66	3.34	4.64
M				.460			.778	1.23	1.69	2.12	2.94	4.13
N			.288			.486	.778	1.06	1.34	1.85	2.60	3.56
P		.184			.311	.486	.665	.835	1.16	1.62	2.22	3.09
Q	.115			.194	.311	.426	.534	.742	1.04	1.42	1.98	
R			.123	.194	.266	.334	.464	.650	.889	1.24		

$Pa=10\%$ 的极限质量

格品率，括号内是 AQL 以不合格品率表示的 LQ 值)

量	水	平											
2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		(53.5) 76.7			130	194	266	334	464	650	889	1240	1750
	(36.9) 46.0			77.8	130	177	223	309	433	593	825	1170	1680
(25.0) 28.8			(40.6) 48.6	77.8	106	134	185	260	356	495	699	1010	
		(26.8) 29.9	(40.6) 48.6	66.5	83.5	116	162	222	309	437	631		
	(18.1) 19.4	(26.8) 29.9	(36.0) 40.9	51.4	71.3	100	137	190	269	388			
(11.6) 12.2	(18.1) 19.4	(24.5) 26.6	(30.4) 33.4	46.4	65.0	88.9	124						
(11.6) 12.2	(15.8) 16.6	(19.7) 20.9	(27.1) 29.0	40.6	55.6	77.4							
(10.3) 10.6	(12.9) 13.4	(17.8) 18.5	(24.7) 26.0	35.6	49.5								
(8.16) 8.35	(11.3) 11.6	(15.7) 16.2	(21.4) 22.2	30.9									
7.42	10.4	14.2	19.8										
6.50	8.89	12.4											
5.64	7.86												
4.95													

OR 值，使方案组的 OR 和 $p_{0.10}$ 都最接近于原方案的 OR 和 $p_{0.10}$。这样我们就得到与原方案(20/2)相匹配的 ISO2859 方案组：字码 D，AQL＝6.5%。如用一次方案组，则三个方案为：正常：(8/1,2)；加严：(13/1,2)；放宽：(3/0,2)。

第五章　计量抽样检查

计数抽样检查有如下一些优点。

a. 当一种产品有多种质量特征(例如40种)时有可能只用一个计数抽样方案，就能对检查批作出能否接收的判断；而计量检查则需要多个计量抽样方案（如果都是计量特征，需40个方案)才能作出结论。

b. 计数检查只要用止通规等简单测量工具就能快速地进行测量。计量检查由于要对每一被测单位产品以数量测量，因此需要具有较高技术水平的检验员，所要求的测量工具往往比较昂贵，检查速度比较慢。

c. 如果某种产品只需要区分为合格品和不合格品，那么它只能采用计数检查。

d. 计数检查不需要预先假定质量特征服从某种分布律，而计量检查则必须预先假定分布律，如正态分布等。

e. 计数方案不需要较多的计算，不需要对抽检人员进行过多的培训。而计量方案涉及较繁杂的计算，比如计算均值、标准差和异常数据的剔除等。需要对抽检人员进行技术培训。

f. 当交验批中没有不合格品时，用计数方案去验收，肯定会接收该批，但用计量方案去验收，有可能被判为拒收。从这一观点出发，计数检查较易被人接受和理解。

计量抽样检查有如下一些优点。

a. 在具有相同样本大小的情况下，计量检查结果的可靠性或对双方提供的保护性比计数检查结果要高。或者说，在

具有相同可靠性的情况下，计量检查比计数检查所需的样本大小要少，一般至少节省30% 的样品。对于破坏性检查的项目，本身很贵重的产品，或本身不贵重但检查费用很高的产品，由于希望尽量减少样本大小，这时计量检查将显示出优越性。

b. 由于计量检查比计数检查更为精细，因而能够提供更多、更详细的产品质量信息，因此对样品信息的利用率比计数检查要高。

c. 计量检查特别适用于与计量控制图配合使用的场合。

d. 计量检查对产品是否符合规定要求，能给出一个明确的测定值。

e. 在计量检查中，容易进行误差的测定。

使用者在进行抽样检查前，应根据上述计数、计量检查的优缺点，选择用哪种方法进行检查。一般说来，对于有多种质量特征的产品，应对多数特征用“计数”，只对较重要的一、二个要求（如负荷检验，安全性及可靠性要求）用“计量”。

第一节　计量抽样检查的原理

一、规格限与不合格品率

1. 规格限

规格限是规定的用以判定单位产品某计量质量特征是否合格的界限值。

规定的合格计量质量特征最大值称为上规格限，用符号 U 表示。规定的合格计量质量特征最小值称为下规格限，用符号 L 表示。

就是说，当一种产品的质量特征测量值 x 满足下列不等

式之一时，就判定它为不合格品。

(1) 单侧规格限情形

当给定上规格限 U 时

$$x > U \tag{5.1}$$

当给定下规格限 L 时

$$x < L \tag{5.2}$$

(2) 双侧规格限情形

同时给定下、上规格限 L, U 时

$$x > U \text{ 或 } x < L \tag{5.3}$$

2. 不合格品率

假设被检质量特征值 X 服从均值为 μ，标准差为 σ 的正态分布，即 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$。则该特征值的规格限与不合格品率之间的关系如下所述。

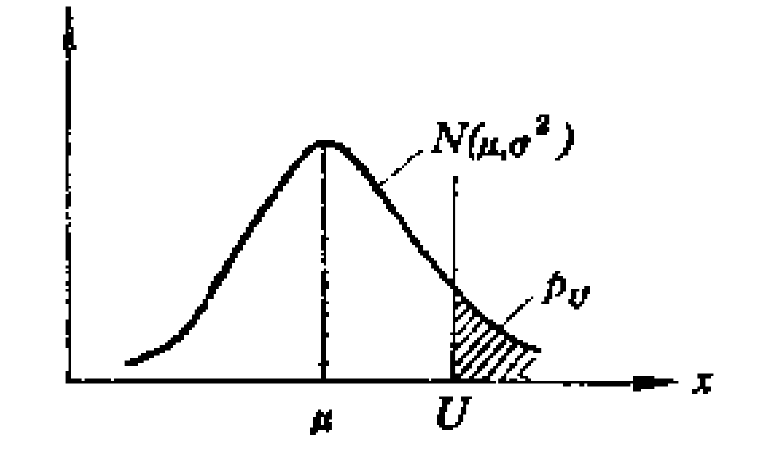


图 5.1 单侧上规格限的不合格品率

(1) μ 和 σ 已知

a. 单侧上规格限 U 情形

当 μ, σ 已知时，相对于上规格限 U 的不合格品率 p_U 为

$$p_U = P(X > U) = 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) \tag{5.4}$$

$\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数(图 5.1)。

b. 单侧下规格限 L 情形

$$p_L = P(X < L) = \Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right) \tag{5.5}$$

见图 5.2。

c. 双侧规格限 (L, U) 情形

$$p = p_U + p_L = P(X > U) + P(X < L)$$
$$= 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right) \tag{5.6}$$

见图 5.3。

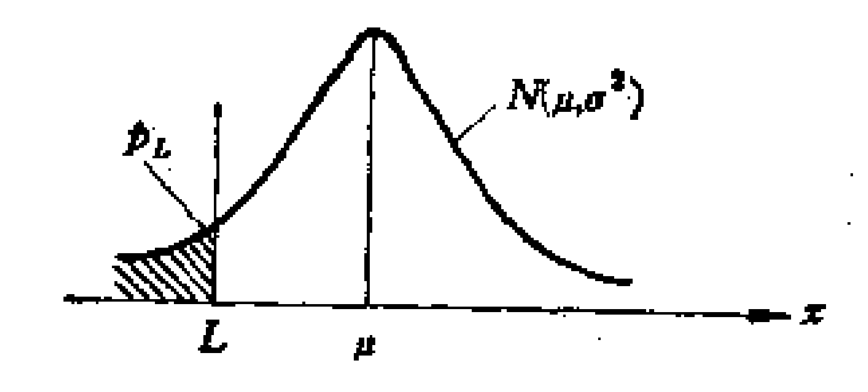


图 5.2 单侧下规格限的不合格品率

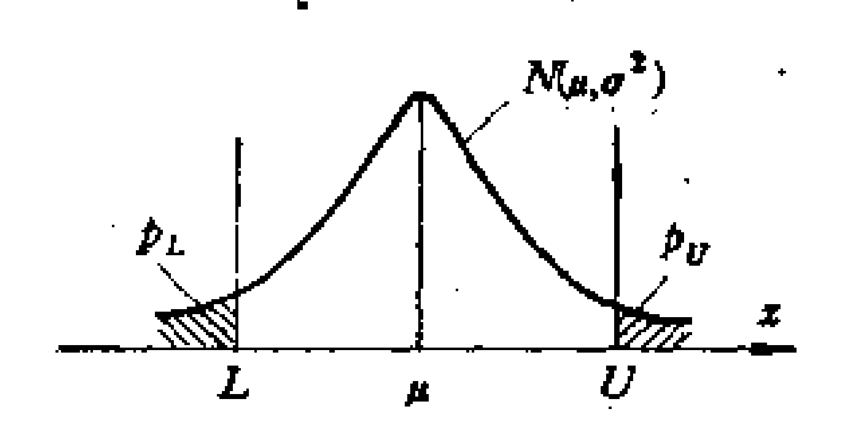


图 5.3 双侧规格限的不合格品率

给定 μ, σ, L (或 U) 或 (L, U), 应用 (5.4)—(5.6) 就可计算出质量特征的不合格品率。

(2) μ 未知, σ 已知

当总体 μ 未知时,为了估计总体的不合格品率,可用样本大小为 n 的样本均值 $\bar{x}$ 代替 μ,来估计总体的不合格品率。

a. 对于单侧上规格限情形,可以证明[12]不合格品率 p_U 的最小方差无偏估计 (MVUE) 为

$$\hat{p}_U = 1 - \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}}\,\frac{U-\bar{x}}{\sigma}\right] \tag{5.7}$$

b. 对于单侧下规格限情形,不合格品率 p_L 的 MVUE 为

$$p_L = \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \frac{L-\bar{x}}{\sigma}\right] \tag{5.8}$$

c. 对于双侧规格限情形，不合格品率 p 的 MVUE 为

$$\begin{aligned} p &= p_U + p_L \\ &= 1 - \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{U-\bar{x}}{\sigma}\right] \\ &\quad + \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{L-\bar{x}}{\sigma}\right] \end{aligned} \tag{5.9}$$

例 5.1 已知工序标准差 $\sigma = 33.471\text{g}$，某产品制成后要求其净重不少于 5030g。现从工序中随机抽取 7 个产品，测得其净重均值为 $\bar{x} = 5134.0$。求该工序净重不合格品率的估计值。

已知：$L = 5030\text{g}$，$\sigma = 33.471\text{g}$，$n = 7$，$\bar{x} = 5134.0\text{g}$，因此

$$p_L = \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \frac{L-\bar{x}}{\sigma}\right] = \Phi\left[\sqrt{\frac{7}{7-1}} \cdot \frac{5030-5134}{33.471}\right] = \Phi(-3.36) = 0.04\%$$

(3) μ 和 σ 均未知

当总体 μ 和 σ 均未知时，可用样本大小为 n 的样本均值 $\bar{x}$ 和样本标准差 s 分别代替总体的 μ 和 σ，来估计总体的不合格品率。

a. 对于单侧上规格限情形，可以证明[22]不合格品率 p_U 的 MVUE 为

$$p_U = \int_0^{\max\left[0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\frac{U-\bar{x}}{s}\right]} g(z)dz \tag{5.10}$$

其中

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$g(z) = \frac{\Gamma(n-1)}{\Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)} z^{\left(\frac{n}{2}-1\right)-1}(1-z)^{\left(\frac{n}{2}-1\right)-1}$$

$$(0 \leqslant z \leqslant 1) \tag{5.11}$$

这是参数为 $\left(\frac{n}{2}-1\right)$ 的对称 $B\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)$ 分布的密度函数。

b. 对于单侧下规格限情形，不合格品率 p_L 的 MVUE 为

$$\hat{p}_L = \int_0^{\max\left[0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)} \cdot \frac{\bar{x}-L}{s}\right]} g(z)dz \tag{5.12}$$

c. 对于双侧规格限情形，不合格品率 p 的 MVUE 为

$$\begin{aligned} \hat{p} &= \hat{p}_U + \hat{p}_L \\ &= \int_0^{\max\left[0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)} \cdot \frac{U-\bar{x}}{s}\right]} g(z)dz \\ &\quad + \int_0^{\max\left[0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)} \cdot \frac{\bar{x}-L}{s}\right]} g(z)dz \end{aligned} \tag{5.13}$$

假如例 5.1 中的 σ 未知，现根据 7 个样品测得其标准差为 $s = 60$g，则该工序净重不合格品率的估计值为

$$\begin{aligned} \hat{p}_L &= \int_0^{\max\left[0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)} \cdot \frac{\bar{x}-L}{s}\right]} g(z)dz \\ &= \int_0^{\max\left[0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2(7-1)} \cdot \frac{5134-5030}{60}\right]} g(z)dz \\ &= \int_0^{0.12} g(z)dz \end{aligned}$$

该对称 B 分布的参数为 $\frac{n}{2} - 1 = \frac{7}{2} - 1 = 2.5$，查有

关 B 分布函数表，可得到 $p_L = 2.4\%$。

(4) 不合格品率 p 与 μ 和 σ 的关系

我们讨论在双侧规格限情形下，总体不合格品率与总体参数 μ 和 σ 之间的关系。

由 (5.6) 式可知，当 σ 固定时，p 是 μ 的可微函数。对 μ 求导

$$\frac{dp}{d\mu} = \frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) - \frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(U-\mu)^2\right]$$

$$-\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(L-\mu)^2\right]$$

令

$$\frac{dp}{d\mu} = 0$$

则有

$$(U-\mu)^2 = (L-\mu)^2$$

解得

$$\mu = \frac{1}{2}(U+L)$$

当 $L < \mu < U$ 时

$$\frac{d^2p}{d\mu^2} = \frac{1}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}(U-\mu)\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(U-\mu)^2\right]$$

$$+\frac{L-\mu}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(L-\mu)^2\right]$$

在 $\mu = \frac{1}{2}(U+L)$ 时，$\frac{d^2p}{d\mu^2} = 0$

这说明 p 在 $\mu = \frac{1}{2}(U+L)$ 处有极小值（图 5.4），此

时 $p_L = p_U$ 成立。

显然，当 μ 固定 $(L < \mu < U)$ 时，σ 愈大，p 就愈大．当 $\mu = L$，或 $\mu = U$ 时，至少有 50%的不合格品率(图 5.5)。

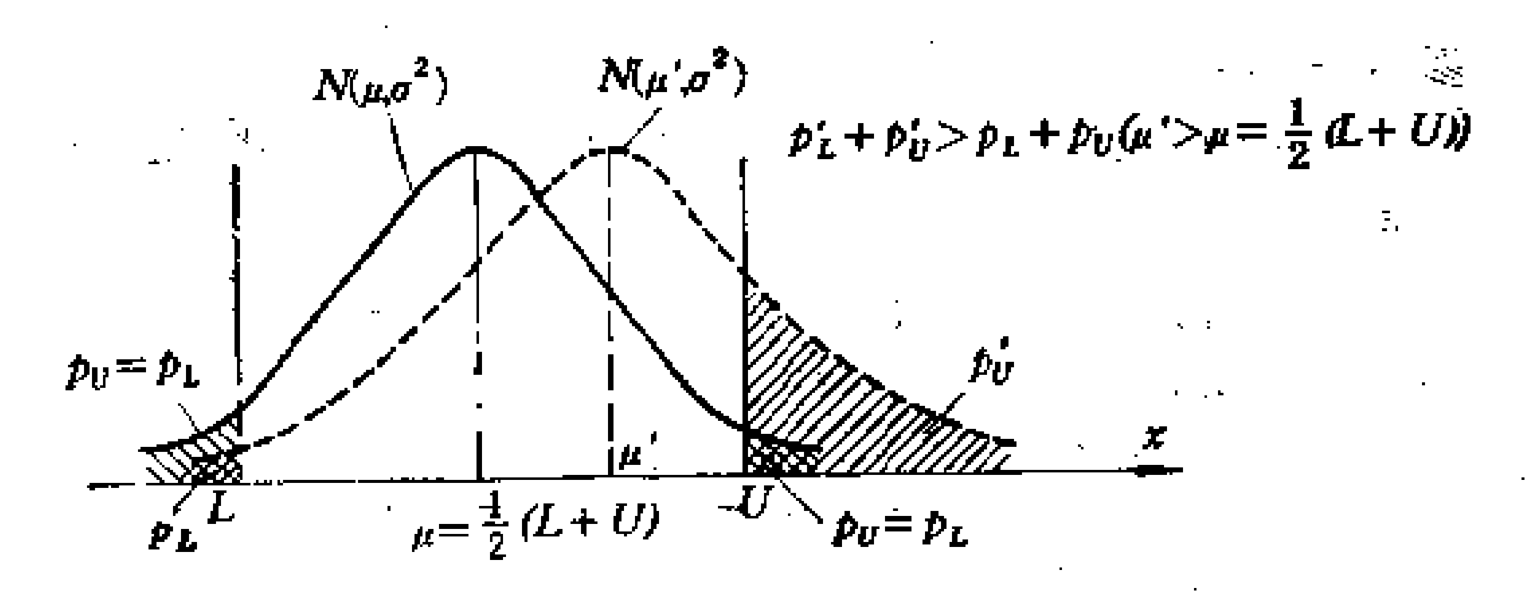


图 5.4 $\mu = \frac{1}{2}(L+U)$ 时，p 有极小值

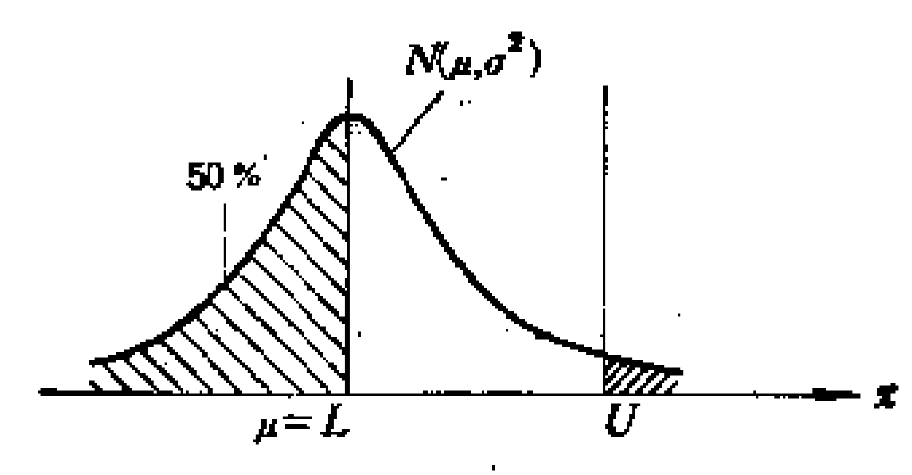


图 5.5 $\mu = L$ 时，$p \geqslant 50\%$

当 μ 不在 $\frac{L+U}{2}$ 位置而靠近某一侧规格限(比如下规格限 L)时，在一定条件下，不合格品率主要取决于 p_L 值，p_U 值可忽略不计。

例如，我们假定 $U - L = 4\sigma$，而 $\mu = U - 2.58\sigma$，则

$$p = 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= 1 - \Phi(2.58) + \Phi(-1.42)$$

$$= 1 - 0.995 + 0.078$$

$= 0.083 = 8.3\%$

如果忽略 $p_U = 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi(2.58) = 0.005$，则 $p \approx 7.8\%$，在某些情况下 0.5%的不合格品率是可以忽略不计的。这样做，就可以把双侧规格限的问题变成单侧规格限的问题了，这对以后建立抽样方案是有好处的。

(5) 不合格品率的估计 $\hat{p}$ 与 $\bar{x}$ 和 s 的关系

我们讨论在双侧规格限情形下，总体不合格品率估计值与其样本均值和标准差之间的关系。

我们对 (5.11) 式求导

$$\frac{dg}{dz} = \frac{\Gamma(n-2)}{\Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)} \cdot \left(\frac{n}{2} - 2\right) \cdot z^{\left(\frac{n}{2}-3\right)}$$

$$\cdot (1-z)^{\left(\frac{n}{2}-3\right)} \cdot (1-2z)$$

当 $n > 4$ 时可以得出

$$\frac{dg}{dz}\begin{cases} > 0, & 当\ 0 < z < \frac{1}{2}\ 时 \\ = 0, & 当\ z = \frac{1}{2}\ 时 \\ < 0, & 当\ \frac{1}{2} < z < 1\ 时 \end{cases}$$

即当 $z \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 时，$g(z)$ 是单调上升的，当 $z \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 时，$g(z)$ 是单调下降的。

对 (5.13) 关于 $\bar{x}$ 求导

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \bar{x}} = \left\{-g\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)} \frac{\bar{x}-L}{s}\right)\right.$$

$$+g\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\cdot\frac{U-\bar{x}}{s}\right)\Bigg]\cdot\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)s}$$

$$=\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)s}g\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\frac{U-\bar{x}}{s}\right)$$

$$\cdot\left[1-\frac{\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\cdot\frac{\bar{x}-L}{s}\right)}{g\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\frac{U-\bar{x}}{s}\right)}\right]$$

根据上述结论，当 $n>4$ 时，得到

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{x}}\begin{cases}<0, & 当\ L\leqslant\bar{x}<\frac{U+L}{2}\ 时\\ =0, & 当\ \bar{x}=\frac{1}{2}(U+L)\ 时\\ >0, & 当\ \frac{U+L}{2}<\bar{x}\leqslant U\ 时\end{cases}$$

就是说：对于固定的 s 值，当 $n>4$ 时，p 在 $\bar{x}=\frac{1}{2}\cdot(U+L)$ 处达到最小值。

利用对称的 $B(p,p)$ 函数关于 p 的对称性，我们还可以证明，当 $\bar{x}<L$ 或 $\bar{x}>U$ 时，有 $p>\frac{1}{2}$ 的结论。

3. 计量抽样检查的检查方式

计量抽样检查按其所用的衡量批（或过程）的指标的不同，分为以下一些检查方式。

（1）用均值衡量产品质量的情况

有些产品的生产过程的质量或批的质量用计量特征 x 的分布均值 μ 来表示。对于单侧上规格限 U，通常要求 μ 愈小

愈好；对于单侧下规格限 L，则 μ 愈大愈好；对于双侧规格限 (L, U)，通常要求 μ 在 $\frac{L+U}{2}$ 处或在 (L, U) 区域内某个较小的范围内变化。根据总体标准差已知和未知，及是否用样本极差 R 代替样本标准差 s 来作为方案的判断准则，均值的计量抽样检查可分为以下几种检查方式

σ 已知时（“σ”法）：
- 上规格限
- 下规格限
- 双侧规格限

σ 未知时（“s”法）：
- 上规格限
- 下规格限
- 双侧规格限

σ 未知时（“R”法）：
- 上规格限
- 下规格限
- 双侧规格限

（2）用不合格品率衡量产品质量的情况

有些产品的生产过程的质量或批的质量用计量特征 x 的不合格品率来表示。我们总是希望不合格品率越小越好。对于双侧规格限，如果希望 p_L 和 p_U 分别不超过预先指定的某个值，则我们称之为分立双侧规格限；如果希望 $p = p_L + p_U$ 不超过预先指定的某个值，则我们称之为综合双侧规格限。类似于（1），不合格品率的计量抽样检查可分为以下几种检查方式

σ 已知时（“σ”法）：
- 上规格限
- 下规格限
- 分立双侧规格限
- 综合双侧规格限

σ 未知时（"s"法）
- 上规格限
- 下规格限
- 分立双侧规格限
- 综合双侧规格限

σ 未知时（"R"法）
- 上规格限
- 下规格限
- 分立双侧规格限
- 综合双侧规格限

（3）以标准差衡量产品质量的情况

当用计量特征的标准差来衡量产品质量时，总是希望标准差越小越好。因此，标准差的计量抽样方案只有一种检查方式。

本章只讨论上述检查方式中最常用的几种。

二、以均值衡量产品质量的计量方案

我们只讨论质量特征 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的情况。本节只介绍单侧规格限情形下均值方案的制定问题。

类似于计数抽样检查场合，我们先规定两个均值 μ_0 和 μ_1。μ_0 是"优质批"的界限，μ_1 是"劣质批"的界限。对于上规格限场合，我们希望总体均值 $\mu \leqslant \mu_0$ 时，以不低于 $1-\alpha$ 的高概率接收，当 $\mu \geqslant \mu_1$ 时，以不大于 β 的低概率接收。也就是说，μ_0 是供货方质量水平(PQL)，α 是供货方风险；μ_1 是购货方质量水平（CQL），β 是购货方风险。对于给定的 μ_0，μ_1，α，β，我们希望所求的方案满足

$$
\begin{cases}
P_a(\mu) \geqslant 1-\alpha & \begin{cases} \text{对于 } U: \mu \leqslant \mu_0 \\ \text{对于 } L: \mu \geqslant \mu_0 \end{cases} \\
P_a(\mu) \leqslant \beta & \begin{cases} \text{对于 } U: \mu \geqslant \mu_1 \\ \text{对于 } L: \mu \leqslant \mu_1 \end{cases}
\end{cases}
\tag{5.14}
$$

其中，对于上规格限 $\mu_1 > \mu_0$，对于下规格限 $\mu_1 < \mu_0$。

1. σ 已知时的方案

一个自然的想法是用样本均值 $\bar{x}$ 来作为方案接收准则的度量。对于上规格限，方案的接收准则为 $\bar{x} \leqslant \lambda$（图 5.6），对于下规格限，方案的接收准则为 $\bar{x} \geqslant \lambda$。两种方案都记为 (n, λ)。

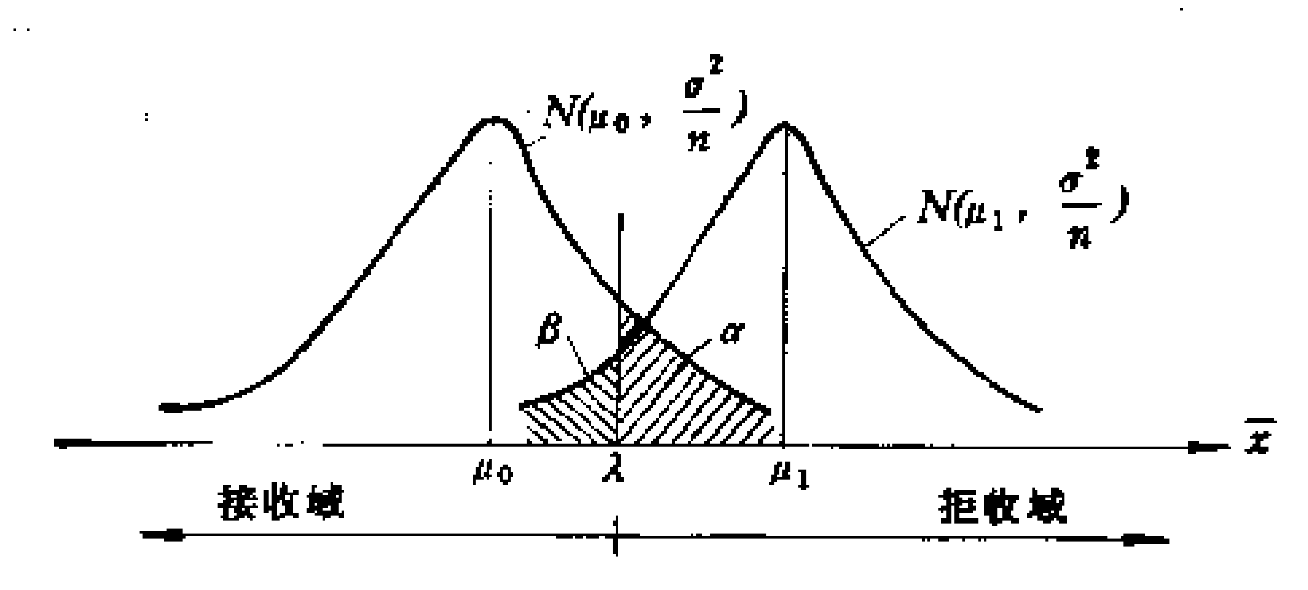


图 5.6　方案 (n, λ) 的接收准则（上规格限）

下面以上规格限情形为例，讨论 (n, λ) 的计算。

由于 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，因而 $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$，对于方案 (n, λ)，其接收概率为

$$P_a(\mu) = P(\bar{X} \leqslant \lambda) = \Phi\left(\frac{\lambda - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \tag{5.15}$$

这是 μ 的降函数。由 $P_a(\mu)$ 的单调性，可知方程组(5.14)等价于

$$\begin{cases} P_a(\mu_0) = 1 - \alpha \\ P_a(\mu_1) = \beta \end{cases} \quad (\mu_1 > \mu_0) \tag{5.16}$$

即

$$\begin{cases} \Phi\left(\dfrac{\lambda - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \\ \Phi\left(\dfrac{\lambda - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \beta \end{cases} \tag{5.17}$$

记 $\Phi^{-1}(y)$ 为 $\Phi(x)$ 的反函数，解 (5.17) 式可得

$$\begin{cases} n = \left[\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}{\mu_1 - \mu_0}\right]^2 \sigma^2 \\ \lambda = \dfrac{\mu_0 \Phi^{-1}(\beta) + \mu_1 \Phi^{-1}(\alpha)}{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)} \end{cases} \tag{5.18}$$

对于单侧下规格限，要求 $\mu_1 < \mu_0$，其方案 (n, λ) 的 n 和 λ 的表达式与 (5.18) 式完全相同。

从 (5.18) 式可以看出：样本大小与 σ^2 成正比，与 $(\mu_1 - \mu_0)^2$ 成反比。即标准差越大，$|\mu_1 - \mu_0|$ 越小，所需的样本大小越大。而 λ (我们称之为接收常数)与标准差无关，它只取决于 μ_0，μ_1，α 和 β。

方案 (n, λ) 的 OC 曲线为：对于单侧上规格限

$$P_a(\mu) = \Phi\left(\frac{\lambda - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \tag{5.19}$$

对于单侧下规格限

$$P_a(\mu) = 1 - \Phi\left(\frac{\lambda - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \tag{5.20}$$

它们的一般形状如图 5.7、图 5.8 所示。

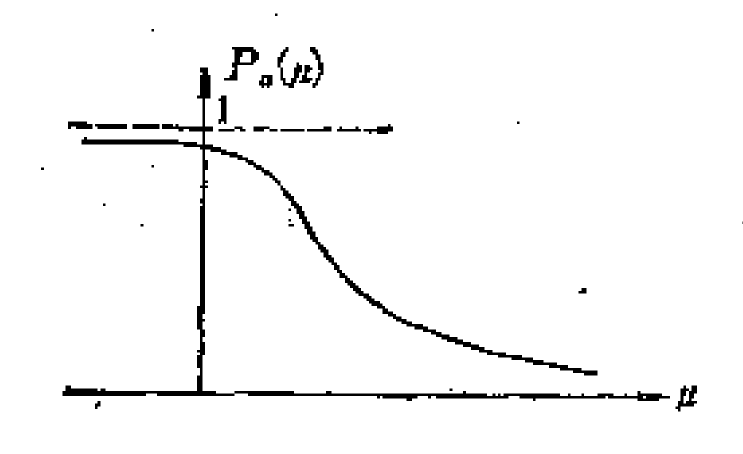


图 5.7 方案 (n, λ) 的 OC 曲线(单侧上规格限)

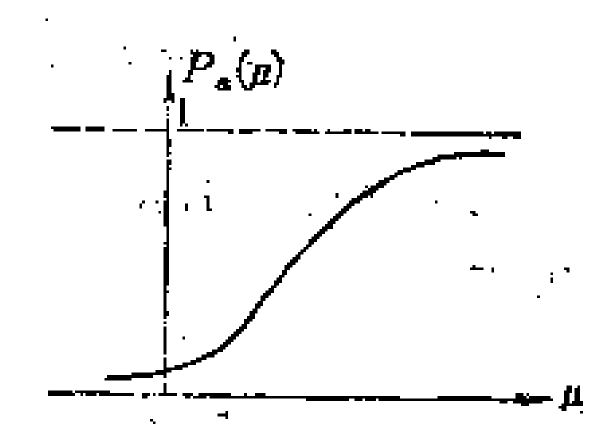


图 5.8 方案 (n, λ) 的 OC 曲线(单侧下规格限)

例 5.3 某原料中某种化学成分的含量服从正态分布。已知 $\sigma = 0.01$。规定 $\mu_0 = 0.42$，$\mu_1 = 0.41$，$\alpha = \beta = 0.05$，求

计量一次抽样方案 (n, λ).

当 $\alpha=\beta$ 时,(5.18) 式为

$$\begin{cases} n=\left(\dfrac{2\Phi^{-1}(\alpha)}{\mu_1-\mu_0}\sigma\right)^2 \\ \lambda=\dfrac{\mu_1+\mu_0}{2} \end{cases} \quad (\alpha=\beta) \tag{5.21}$$

于是

$$n=\left(\frac{2\Phi^{-1}(0.05)}{0.41-0.42}\times 0.01\right)^2$$

$$=\left(\frac{-2\times 1.64}{-0.01}\times 0.01\right)^2=10.8\approx 11$$

$$\lambda=\frac{0.41+0.42}{2}=0.415=41.5\%$$

所求方案为:从批中随机抽取 11 个单位产品,计算它们的平均含量 $\bar{x}$. 如果 $\bar{x}\geqslant 41.5\%$,则接收;如果 $\bar{x}<41.5\%$,则拒收.

2. σ 未知时的方案

当 σ 未知时,我们采用如下的接收准则

$$\begin{cases} \bar{x}-ts\leqslant\mu_0, & \text{对于单侧上规格限} \\ \bar{x}-ts\geqslant\mu_0, & \text{对于单侧下规格限} \end{cases} \tag{5.22}$$

其中 $\bar{x}$ 和 s 是样本均值和标准差. 把方案记为 (n, t).

下面以单侧上规格限情形为例,讨论 (n, t) 的计算.

方案 (n, t) 应满足

$$\begin{cases} P_\mu(\bar{X}-ts\leqslant\mu_0)=1-\alpha, & \text{当 } \mu=\mu_0 \text{ 时} \\ P_\mu(\bar{X}-ts\leqslant\mu_0)=\beta, & \text{当 } \mu=\mu_1 \text{ 时 } (\mu_1>\mu_0) \end{cases} \tag{5.23}$$

即

$$\begin{cases} P_a\left(\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{s} \leqslant \sqrt{n}\,t\right) = 1-\alpha, & \text{当 } \mu = \mu_0 \text{ 时} \\ P_a\left(\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{s} \leqslant \sqrt{n}\,t\right) = \beta, & \text{当 } \mu = \mu_1 \text{ 时} \end{cases} \tag{5.24}$$

当 $\mu = \mu_0$ 时，$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{s}$ 服从自由度为 $(n-1)$ 的 t 分布，当 $\mu = \mu_1$ 时，$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{s}$ 服从自由度为 $(n-1)$、非中心参数为 $(\mu_1-\mu_0)/(\sigma/\sqrt{n})$ 的非中心 t 分布。因此，以 (5.24) 式直接解出 (n, t) 是很麻烦的。下面介绍当 n 较大时的一种近似解法。

当 n 较大时，样本标准差 s 近似于正态分布，s 的均值和标准差分别为 $a\sigma$ 和 $b\sigma/\sqrt{2(n-1)}$，其中

$$a = \frac{\sqrt{\dfrac{2}{n-1}}\,\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{n-1}{2}\right)}, \quad b = \sqrt{2(n-1)\cdot(1-a)^2}$$

a 和 b 的数值稍小于 1。当 n 增大时，a 和 b 将更趋近于 1。例如，当 $n=5$ 时，$a=0.940$，$b=0.965$。因此，在一般情况下，可假定 a 和 b 为 1，这样可把 s 看作为

$$s \sim N\left(\sigma, \frac{\sigma^2}{2(n-1)}\right)$$

而随机变量 $(\bar{X}-ts)$ 可看作为

$$\bar{X}-ts \sim N\left(\mu - t\sigma, \left(\frac{1}{n}+\frac{t^2}{2(n-1)}\right)\sigma^2\right) \tag{5.25}$$

这样 (5.24) 式就变为

$$
\begin{cases}
\Phi\left(\dfrac{\mu_0-(\mu_0-t\sigma)}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{t^2}{2(n-1)}}}\right)=1-\alpha \\
\Phi\left(\dfrac{\mu_1-(\mu_1-t\sigma)}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{t^2}{2(n-1)}}}\right)=\beta
\end{cases}
\tag{5.26}
$$

即

$$
\begin{cases}
\dfrac{t}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{t^2}{2(n-1)}}}=\Phi^{-1}(1-\alpha) \\
\dfrac{\mu_0-\mu_1+t\sigma}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{t^2}{2(n-1)}}}=\Phi^{-1}(\beta)
\end{cases}
\tag{5.27}
$$

令 $\dfrac{n+1}{n}\approx 1$，解(5.27)式，得

$$
\begin{cases}
n=\left(\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)}{\mu_1-\mu_0}\sigma\right)^2+\dfrac{[\Phi^{-1}(\alpha)]^2}{2} \\
t=\dfrac{(\mu_1-\mu_0)\Phi^{-1}(\alpha)}{\sigma(\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta))}
\end{cases}
\tag{5.28}
$$

方案 (n, t) 的 OC 函数为：上规格限时

$$
\begin{aligned}
P_a(\mu)&=P(\overline{X}-t_s\leqslant\mu_0) \\
&=\Phi\left(\dfrac{\mu_0-(\mu-t\sigma)}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{t^2}{2(n-1)}}}\right)
\end{aligned}
\tag{5.29}
$$

对于单侧下规格限情形，方案 (n, t) 的 n 和 t 的表达式与(5.28)式完全相同，而其 OC 函数为：下规格限时

$$
\begin{aligned}
P_a(\mu)&=P(\overline{X}-t_s\geqslant\mu_0) \\
&=1-\Phi\left(\dfrac{\mu_0-(\mu-t_\sigma)}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{t^2}{2(n-1)}}}\right)
\end{aligned}
\tag{5.30}
$$

n，t 及 $P_a(\mu)$ 公式中的 σ 值可用历史数据估计，也可以用一个较小的预备样本估计，而接收准则中的 $\bar{x}$ 和 s 值必须用正在检查的这些产品的样本来计算。

比较 (5.18) 与 (5.28) 式可知，σ 未知时的样本大小比 σ 已知时的样本大小大了 $(\Phi^{-1}(\alpha))^2/2$.

例 5.4 假定在例 5.3 中标准差 σ 是未知的。根据过去的资料 ($n > 50$) 得到 σ 的一个估计值为 0.01($\alpha = \beta = 5\%$)。

当 $\alpha = \beta$ 时，式(5.28) 为

$$\begin{cases} n = \left(\dfrac{2\Phi^{-1}(\alpha)}{\mu_0 - \mu_1}\sigma\right)^2 + \dfrac{[\Phi^{-1}(\alpha)]^2}{2} \\ t = \dfrac{(\mu_1 - \mu_0)}{2\sigma} \end{cases} \tag{5.31}$$

于是

$$n = \left(\frac{-2 \times 1.64}{-0.01} \times 0.01\right)^2 + \frac{(-1.64)^2}{2} = 12.1 \approx 13$$

$$t = \frac{0.41 - 0.42}{2 \times 0.01} = -0.5$$

因此，所求方案为(13，-0.5)，即从批中随机抽取 13 个单位产品(比 σ 已知情形多了 2 个样品)，计算它们的均值 $\bar{x}$ 和样本标准差 s，如果 $\bar{x} + 0.5s \geqslant 42\%$，则接收；如果 $\bar{x} + 0.5s < 42\%$，则拒收。

三、以不合格品率衡量产品质量的计量方案

以不合格品率衡量产品质量的计量抽样检查方案的制定与计数抽样检查情况一样，都从下述方程组出发

$$\begin{cases} P_a(p_0) = 1 - \alpha \\ P_a(p_1) = \beta, \quad p_1 > p_0 \end{cases}$$

p_0 (即 PQL) 是供货方质量水平，p_1 (即 CQL) 是购货

方质量水平，α 是供货方风险，β 是购货方风险。它们的意义与计数检查场合完全相同。

1. σ 已知的场合（“σ” 法）

（1）单侧上规格限 U 情形

由（5.4）式知，相对于 U 的不合格品率 p_U 与 μ 和 σ 存在下列关系

$$p_U = 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right)$$

即

$$\mu = U + \sigma\Phi^{-1}(p_U) \tag{5.32}$$

当 σ 已知时，由于 $\Phi^{-1}(x)$ 是严格单调函数，所以 p_U 与 μ 一一对应。这样，我们就可以通过（5.32）式把不合格品率问题转化为均值问题，从而可以利用前面介绍过的内容。

令

$$\begin{cases} \mu_0 = U + \sigma\Phi^{-1}(p_0) \\ \mu_1 = U + \sigma\Phi^{-1}(p_1) \end{cases} \tag{5.33}$$

这样就可应用(5.16)式了。由（5.16）式可以得到（5.18）式，从而得到（n，λ）方案。把（5.33）式代入（5.18）式，即得到不合格品率的计量方案（n，λ）如下

$$\begin{cases} n = \left[\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_1)-\Phi^{-1}(p_0)}\right]^2 \\ \lambda = U + \dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)\Phi^{-1}(p_1)+\Phi^{-1}(\beta)\Phi^{-1}(p_0)}{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)}\cdot\sigma \end{cases} \tag{5.34}$$

接收准则为 $\bar{x} \leqslant \lambda$。我们称（$n$，$\lambda$）为“$\lambda$”型方案。

设

$$k = -\frac{\Phi^{-1}(\alpha)\Phi^{-1}(p_1)+\Phi^{-1}(\beta)\Phi^{-1}(p_0)}{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)} \tag{5.35}$$

则（5.34）式中第二式为

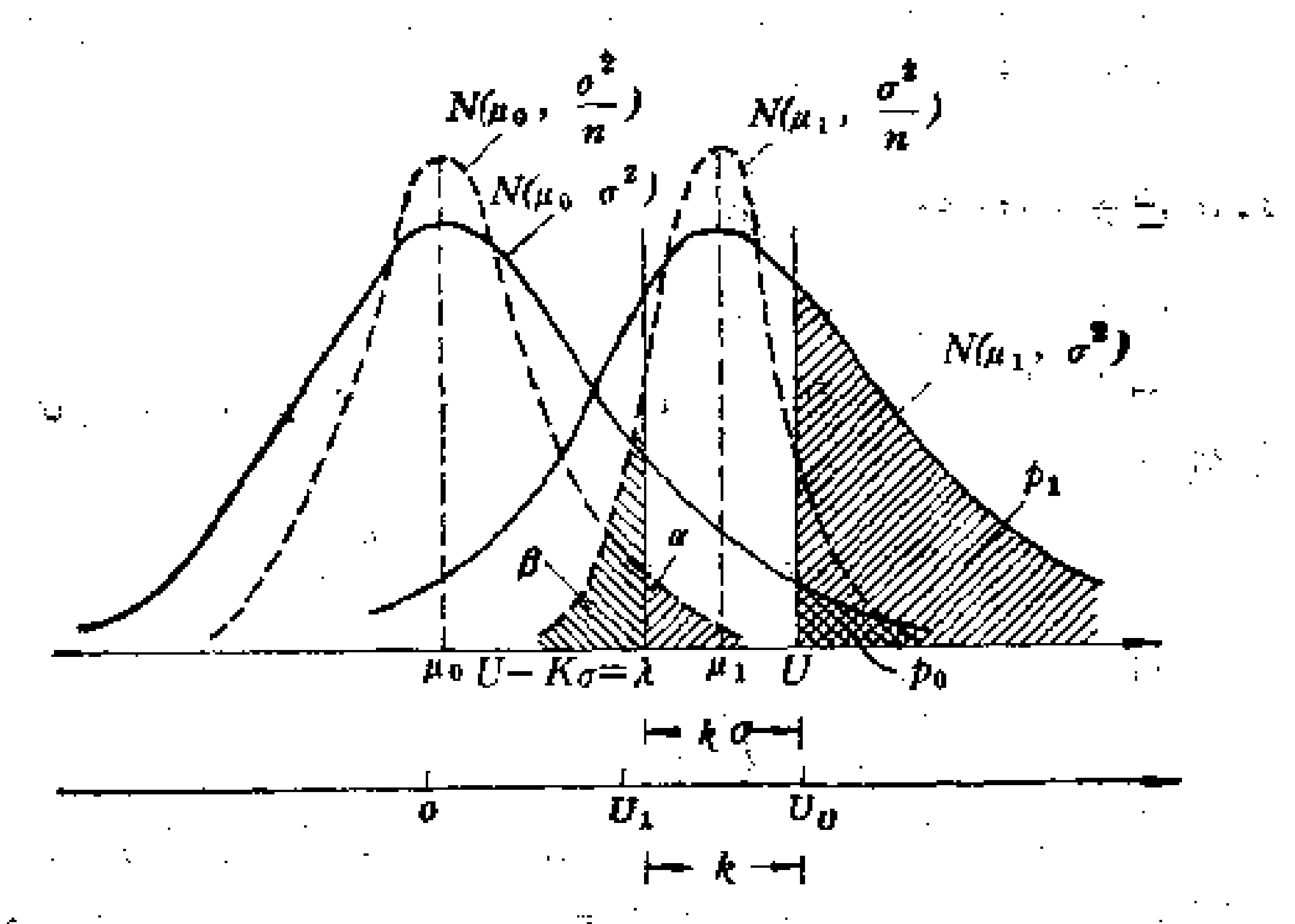


图 5.9 "λ" 型方案与 "k" 型方案比较

$$\lambda = U - k\sigma$$

$$k = \frac{U - \lambda}{\sigma} = \frac{U - \mu + \mu - \lambda}{\sigma}$$

$$= \frac{U - \mu}{\sigma} - \frac{\lambda - \mu}{\sigma} = U_U - U_\lambda \tag{5.36}$$

其中 U_U 和 U_λ 分别是正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 在 U 和 λ 处的标准化变换值。

令

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{\sigma} \tag{5.37}$$

Q_U 称为上质量统计量，"λ" 型方案的接收准则 $\bar{x} \leqslant \lambda$ 可等价地写成：$Q_U \geqslant k$。得到称为"k"型方案 (n, k) 的接收准则为

$$Q_U \geqslant k, \quad 接收; \quad Q_U < k, \quad 拒收。$$

其中，Q_U 由 (5.37) 式确定，k 由 (5.35) 式确定。

"λ"型与"k"型方案的直观比较如图 5.9 所示。

由"λ"型方案的接收概率表达式(5.19)可得到"k"型方案的接收概率表达式

$$P_a(\mu)=\Phi\left(\frac{\lambda-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$=\Phi\left(\frac{U-k\sigma-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \tag{5.38}$$

利用关系式(5.32),可进一步得到以 p_U 为自变量的接收概率表达式

$$P_a(p_U)=\Phi\left(\frac{U-k\sigma-U-\sigma\Phi^{-1}(p_U)}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$=\Phi\left(-\sqrt{n}\,(k+\Phi^{-1}(p_U))\right) \tag{5.39}$$

如果令 K_p 为满足下列方程的一个值

$$p=\int_{K_p}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

则(5.39)式为

$$P_a(p)=\Phi[\sqrt{n}\,(K_p-k)] \tag{5.40}$$

其中 $p=p_U$。

从(5.40)式我们可以得到 k 的另一个表达式。令(5.40)式中 $p=p_0$，注意：$\Phi^{-1}(P_a(p_0))=\Phi^{-1}(1-\alpha)=K\alpha$，则得到

$$k=K_{p_0}-\frac{K\alpha}{\sqrt{n}}$$

这样,我们得到 (n, k) 的计算公式为

$$\begin{cases} n=\left[\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_1)-\Phi^{-1}(p_0)}\right]^2 \\ k=K_{p_0}-\dfrac{K\alpha}{\sqrt{n}} \end{cases} \tag{5.41}$$

国际标准 ISO 3951—81 和国家标准 GB 6378—86 "不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）"采用的是"k"型方案。"λ" 型方案不常用。美国军用标准 MIL-STD-414 中还用到另一种型式的方案，即所谓"M"型方案。

由 (5.7) 式知：p_U 的最小方差无偏估计为

$$\hat{p}_U = 1 - \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{U-\bar{x}}{\sigma}\right]$$

现在我们把接收准则改为 $\hat{p}_U \leqslant M$，M 称为最大允许不合格品率。

$$\hat{p}_U \leqslant M$$

$$1 - \Phi\left[\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{U-\bar{x}}{\sigma}\right] \leqslant M$$

$$\Phi\left[\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}}Q_U\right] \geqslant 1 - M$$

$$Q_U \geqslant \sqrt{\frac{n-1}{n}}\Phi^{-1}(1-M)$$

因为与"k"型方案等价的 k 为

$$k = \sqrt{\frac{n-1}{n}}\ \Phi^{-1}(1-M)$$

从而得到

$$M = \Phi\left(-\sqrt{\frac{n}{n-1}}k\right) \tag{5.42}$$

即"M"型方案 (n, M) 的计算公式为

$$\begin{cases} n = \left[\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_1)-\Phi^{-1}(p_0)}\right]^2 \\ M = \Phi\left[-\sqrt{\dfrac{n}{n-1}}K_{p_0} + \dfrac{K\alpha}{\sqrt{n-1}}\right] \end{cases} \tag{5.43}$$

接收准则为

$$\hat{p}_U \leqslant M,\quad \text{接收;}\quad \hat{p}_U > M,\quad \text{拒收。}$$

接收概率为

$$P_a(p) = \Phi[\sqrt{n}K_p - \sqrt{n-1}\Phi^{-1}(1-M)] \quad (5.44)$$

例 5.5 设有某种产品,规定单位产品的某个特征值不超过 150 为合格品。已知 $\sigma = 5$,规定 $p_0 = 0.01$,$p_1 = 0.10$,$\alpha = 0.05$,$\beta = 0.10$.

则 $\Phi^{-1}(\alpha) = \Phi^{-1}(0.05) = -1.64$,$\Phi^{-1}(\beta) = \Phi^{-1}(0.10) = -1.28$,$\Phi^{-1}(p_0) = \Phi^{-1}(0.01) = -2.33$,$\Phi^{-1}(p_1) = \Phi^{-1}(0.10) = -1.28$

$$n = \left(\frac{-1.64 - 1.28}{-1.28 + 2.33}\right)^2 = 7.7 \approx 8$$

"λ" 型方案的

$$\lambda = 150 + \frac{(-1.64)(-1.28) + (-1.28)(-2.33)}{-1.64 - 1.28} \times 5$$

$$= 150 - 1.74 \times 5$$

$$= 150 - 8.70 = 141.3$$

"k" 型方案的

$$k = 1.74$$

或

$$k = K_{p_0} - \frac{K\alpha}{\sqrt{n}} = 2.33 - \frac{1.64}{\sqrt{7.7}} = 1.74$$

"M" 型方案的

$$M = \Phi\left(-\sqrt{\frac{7.7}{7.7-1}} \times 1.74\right) = \Phi(-1.87)$$

$$= 0.0307 = 3.07\%$$

因此,(n,λ)方案为(8,141.3),当样本大小为 8 的样本均值 $\bar{x} \leqslant 141.3$ 时,接收该批;当 $\bar{x} > 141.3$ 时,拒收该批.(n,k)

方案为 $(8, 1.74)$，当样本大小为 8 的上质量统计量 $Q_U = \frac{U-\bar{x}}{\sigma} = \frac{150-\bar{x}}{5} \geq 1.74$ 时，接收该批；当 $\frac{150-\bar{x}}{5} < 1.74$ 时，拒收该批。(n, M) 方案为 $(8, 3.07\%)$，当样本大小为 8 的 $\hat{p} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{U-\bar{x}}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{8}{7}}\frac{150-\bar{x}}{5}\right)$ 小于等于 3.07% 时接收，当 $\hat{p} > 3.07\%$ 时拒收。

比如，现从某批中抽得 8 个样品；其均值为 142，由于 $142 > \lambda$，或 $Q_U = 1.6 < k$，或 $\hat{p} = 4.36\% > M$，因而拒收该批。

如果总体均值为 142，则总体不合格品率为 $p = 1 - \Phi\left(\frac{150-142}{5}\right) = 5.48\%$。此时，在方案 $(n, k) = (8, 1.74)$ 下的接收概率为

$$
\begin{aligned}
P_a(5.48\%) &= \Phi[\sqrt{8}(K_{5.48\%} - 1.74)] \\
&= \Phi[\sqrt{8}(1.6 - 1.74)] \\
&= \Phi(-0.40) = 34.46\%
\end{aligned}
$$

如果要使接收概率达到 90% 以上，问总体均值至少应不超过多少？

$$
\begin{aligned}
K_p &= k + \Phi^{-1}(P_a(p))/\sqrt{n} \\
&= 1.74 + \Phi^{-1}(0.90)/\sqrt{n} \\
&= 1.74 + \frac{1.28}{\sqrt{8}} = 2.19
\end{aligned}
$$

$$p = 0.0143 = 1.43\%$$

$$
\begin{aligned}
\mu &= U + \sigma\Phi^{-1}(p) \\
&= 150 + 5 \times \Phi^{-1}(1.43\%) \\
&= 150 - 5 \times 2.19 = 139.05
\end{aligned}
$$

因此，当交验批的均值小于等于 139.05 时，用方案(8,1.74)验收，至少有 90% 的接收概率。

(2) 单侧下规格限情形

由式 (5.5) 可知

$$\mu = L - \sigma\Phi^{-1}(p_L)$$

因而有

$$\mu_0 = L - \sigma\Phi^{-1}(p_0)$$
$$\mu_1 = L - \sigma\Phi^{-1}(p_1)$$

在预先规定 p_0, p_1, α, β 的情况下，可得到 (n, λ) 方案为

$$\begin{cases} n = \left(\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_0) - \Phi^{-1}(p_1)}\right)^2 \\ \lambda = L - \dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)\Phi^{-1}(p_1) + \Phi^{-1}(\beta)\Phi^{-1}(p_0)}{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}\sigma \end{cases} \tag{5.45}$$

接收准则为

$$\bar{x} \geqslant \lambda$$

如记

$$k = -\frac{\Phi^{-1}(\alpha)\Phi^{-1}(p_1) + \Phi^{-1}(\beta)\Phi^{-1}(p_0)}{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}$$

则

$$\lambda = L + k\sigma$$

即

$$k = \frac{\lambda - L}{\sigma}$$

令 $Q_L = \dfrac{\bar{x} - L}{\sigma}$，称它为下质量统计量。则 (n,λ) 的接收准则 $\bar{x} \geqslant \lambda$，可等价地改写成 $Q_L \geqslant k$. 这个接收准则与单侧上规格限在形式上是一样的.

由"λ"型方案的接收概率表达式 (5.20)，可得到"k"型

方案的接收概率表达式

$$P_a(\mu) = 1 - \Phi\left(\frac{\lambda - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{L - k\sigma - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

进一步可得到

$$P_a(p_L) = 1 - \Phi\left(\frac{L + k\sigma - L + \sigma\Phi^{-1}(p_L)}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= 1 - \Phi[\sqrt{n}(k + \Phi^{-1}(p_L))]$$

$$= \Phi[-\sqrt{n}(k + \Phi^{-1}(p_L))]$$

即

$$P_a(p) = \Phi[\sqrt{n}(K_p - k)] \qquad (5.46)$$

其中 $p = p_L$.

这样，对于单侧下规格限的方案 (n, k) 得到与单侧上规格限 (5.41) 式完全一致的计算公式。同样，单侧下规格限的 (n, M) 方案的计算公式及接收概率也完全与单侧上规格限 (5.43)、(5.44) 式一样。在此不再重述了。

（3）双侧规格限情形

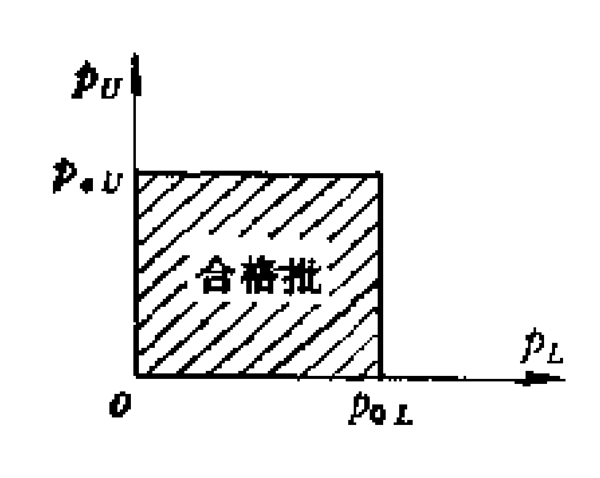


图 5.10 分立双侧规格限的含义

在双侧规格限情形下有两种检查方式：分立双侧规格限和综合双侧规格限。

a. 分立双侧规格限。对上、下规格限分别规定 p_0 值，记为 p_{0U} 和 p_{0L}，其含义为：仅当 $p_L \leqslant p_{0L}$ 且 $p_U \leqslant p_{0U}$ 时才为合格批(图 5.10)。

由于是抽样检查，因此一定存在两类风险。如预先规定：上规格限为 p_{0U}，p_{1U}，α_U，β_U；下规格限为 p_{0L}，p_{1L}，α_L，β_L。则可利用前述单侧规格限的原理分别求出上规格限方案 (n_U, k_U)（或 (n_U, λ_U)，$(n_U,$

M_U))和下规格限方案 (n_L, k_L) (或 (n_L, λ_L), (n_L, M_L)). 接收准则为

$$Q_L \geqslant k_L \text{ 且 } Q_U \geqslant k_U \tag{5.47}$$

其中

$$Q_L = \frac{\bar{x}_L - L}{\sigma}, \quad Q_U = \frac{U - \bar{x}_U}{\sigma}$$

样本均值 $\bar{x}_L$ 用样本大小为 n_L 的样本求出. 样本均值 $\bar{x}_U$ 用样本大小为 n_U 的样本求出. 实际上,这两个样本是一起抽出可共用的,因此应尽量使 $n_L = n_U$, 以免给实施带来困难.

对于"λ"型方案,分立双侧的接收准则为

$$\bar{x}_L \geqslant \lambda_L \text{ 且 } \bar{x}_U \leqslant \lambda_U \tag{5.48}$$

对于"M"型方案,分立双侧的接收准则为

$$\hat{p}_L \leqslant M_L \text{ 且 } \hat{p}_U \leqslant M_U \tag{5.49}$$

分立双侧规格限方案实际上是两个单侧规格限方案的组合,所有计算完全类似于单侧规格限情形.

例 5.6 已知某产品某计量质量特征 $L = 100$, $U = 200$, 并且已知 $\sigma = 13$,规定 $p_{0L} = 0.5\%$, $p_{1L} = 3\%$, $p_{0U} = 1\%$, $p_{1U} = 8\%$, $\alpha_U = \alpha_L = 0.05$, $\beta_U = \beta_L = 0.10$.

我们以"k"型方案为例. 按照(5.41)式可求出

$$n_L = \left(\frac{-1.64 - 1.28}{-1.88 + 2.58}\right)^2 = 17.4 \approx 18$$

$$k_L = 2.58 - \frac{1.64}{\sqrt{17.4}} = 2.19$$

从而得到下规格限方案为(18,2.19). 又

$$n_U = \left(\frac{-1.64 - 1.28}{-1.41 + 2.33}\right)^2 = 10.1 \approx 11$$

$$k_U = 2.33 - \frac{1.64}{\sqrt{10.1}} = 1.81$$

从而得到上规格限方案为(11,1.81).

先从批中随机抽取 11 个样品,计算其样本均值,假如为 $\bar{x}_U = 140$,再从批中抽取 7 个样品,连同原先的 11 个,计算这 18 个样品的均值,假如为 $\bar{x}_L = 138$,则

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}_U}{\sigma} = \frac{200 - 140}{13} = 4.62 > k_U = 1.81$$

$$Q_L = \frac{\bar{x}_L - L}{\sigma} = \frac{138 - 100}{13} = 2.92 > k_L = 2.19$$

故接收该批.

为了实施方便,可取 $n_U = n_L = 18$,为此,可调整上规格限的质量要求或风险要求. 如取 $n_U = 18$,但又希望能保持原有的 p_{0U} 和 α_U 值,则

$$k_U = K_{p_{0U}} - \frac{K_{\alpha U}}{\sqrt{n_U}} = 2.33 - \frac{1.64}{\sqrt{18}} = 1.94$$

从而得到方案 $(n_U, k_U) = (18, 1.94)$. 它与下规格限方案具有同样大小的样本,且在 $p_{0U} = 1\%$ 处约有 95% 的接收概率. 但此时在 $p_{1U} = 8\%$ 处,β 不再为原定的 10%,而为

$$\begin{aligned}\beta &= \Phi[\sqrt{n}(K_{p_{1U}} - k_U)] = \Phi[\sqrt{8}(K_{8\%} - 1.94)] \\ &= \Phi[\sqrt{18}(1.41 - 1.94)] = \Phi(-2.25) \\ &= 1.2\%\end{aligned}$$

由于 n 必定取正整数,再加上计算中的舍入误差,所以所求方案的 OC 曲线不会刚好穿过设计方案时所规定的两点. 为得到保守值,n 的小数部分一般向上进 1 取整数.

σ 已知时分立双侧规格限的接收准则可以用图来表示. 把接收准则 $Q_L \geqslant k_L$ 且 $Q_U \geqslant k_U$ 改写成

$$\bar{x}_L \geqslant L + k_L\sigma \text{ 且 } \bar{x}_U \leqslant U - k_U\sigma$$

以标准差 σ 为横坐标,样本均值 $\bar{x}$ 为纵坐标,如图 5.11 所

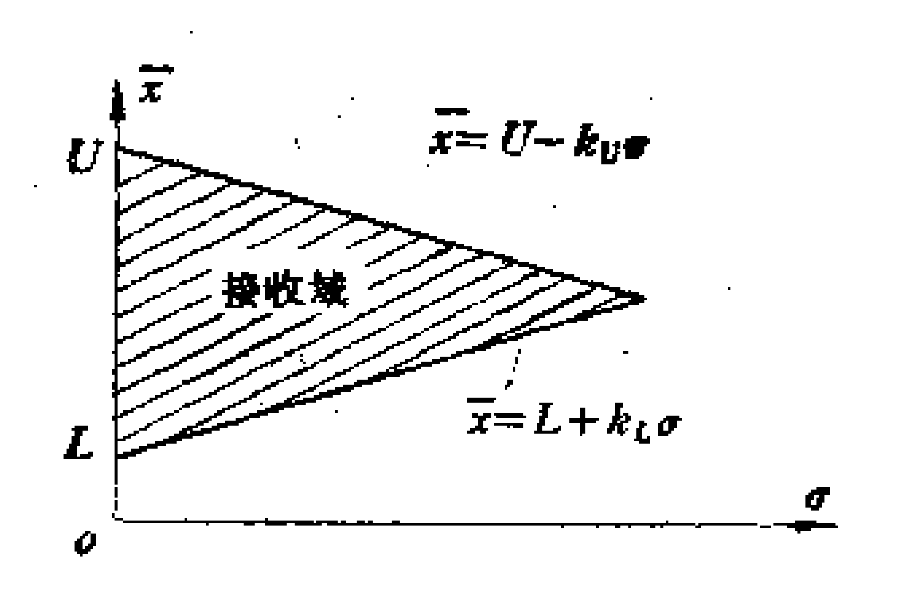


图 5.11　分立双侧规格限的接收域（"σ" 法）

示，画出一个接收区域（包括边界点），如果 $\bar{x}_L$ 和 $\bar{x}_U$ 都落在这个接收区域内，则接收该批，否则拒收该批．方案已知后，就可以预先画好图，实施时就可避免较多的计算了．

b. 综合双侧规格限情形．对上、下规格限规定一个总的 p_0 值，其含义为：仅当 $p=p_L+p_U\leqslant p_0$ 时才为合格批（图 5.12）．

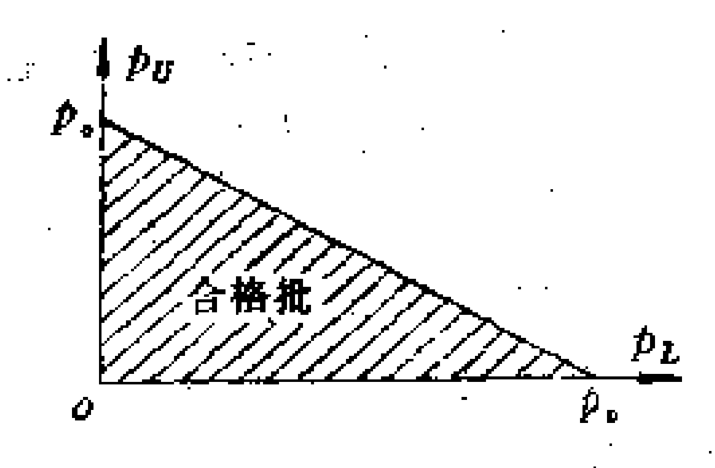


图 5.12　综合双侧规格限的含义

我们在本章第一节中已得到，在双侧规格限场合，对于固定的 σ，当 $\mu=\frac{L+U}{2}$ 时，总体不合格品率 p 取最小值

$$p=\Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right)+\Phi\left(\frac{\mu-U}{\sigma}\right)$$

当 $\mu=\frac{L+U}{2}$ 时，不合格品率为：$p^*=2\left[1-\Phi\right.$ $\left.\times\left(\frac{U-L}{2\sigma}\right)\right]$．对于任意 $\mu\neq\frac{L+U}{2}$ 的 p，都有 $p>p^*$．我们记满足 $p=p_0$ 的最大 σ 值为 σ_M．即满足 $p^*=p_0$ 的那个 σ 值为 σ_M，这时有

$$2\left[1-\Phi\left(\frac{U-L}{2\sigma_M}\right)\right]=p_0$$

$$\sigma_M=\frac{U-L}{2\Phi^{-1}\left(1-\frac{1}{2}p_0\right)} \tag{5.50}$$

记

$$f_\sigma=\frac{1}{2\Phi^{-1}\left(1-\frac{1}{2}p_0\right)}$$

则

$$\sigma_M=f_\sigma(U-L) \tag{5.51}$$

显然，当总体标准差 σ 值大于 σ_M 时，不管 μ 在何处，必有 $p>p_0$，因而此时肯定拒收该批。我们称 σ_M 为最大总体标准差。而对于 A 型检查，称为最大批标准差；对于 B 型检查，称为最大过程标准差。

在 σ 已知的情况下抽样检查时，当确定的 σ 值比规定的 p_0 相应的 σ_M 大，则不必进行抽样检查，应立即拒收该批。

例 5.7 规定 $p_0=1.5\%$。即当 $p\leqslant p_0$ 时，认为这些批是可接收的；当 $p>p_0$ 时，认为这些批是不可接收的。则

$$\sigma_M=\frac{U-L}{2\Phi^{-1}\left(1-\frac{1}{2}\times1.5\%\right)}=0.206(U-L)$$

即 $\dfrac{\sigma_M}{U-L}=0.206$。

这说明，为了满足总体不合格品率不超过 1.5% 的要求，总体标准差不能超过规格限宽度的 0.206 倍。如果 $U-L=3$，则 $\sigma_M=0.618$；即总体标准差如超过 0.618，则总体不合格品率相对于宽度为 3 的双侧规格限肯定会超过 1.5%。当

然，这种情况下也就用不着抽样检查了.

综合双侧规格限情形下的方案只有"M"型的(n,M)一种形式。接收准则为

$$\hat{p}=\hat{p}_L+\hat{p}_U\leqslant M$$

方案(n,M)的接收概率为

$$\begin{aligned}P_a(p)&=P(\hat{p}\leqslant M\mid p)\\&=P\left\{\Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\cdot\frac{L-\bar{x}}{\sigma}\right)+\Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\cdot\frac{\bar{x}-U}{\sigma}\right)\leqslant M\mid p\right\}\\&=P\left\{\Phi\left[\frac{\sqrt{n}\,\Phi^{-1}(p_L)-\bar{y}}{\sqrt{n-1}}\right]+\Phi\left[\frac{\sqrt{n}\,\Phi^{-1}(p_U)+\bar{y}}{\sqrt{n-1}}\right]\leqslant M\mid p\right\}\end{aligned}\tag{5.52}$$

其中 $y=\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}$ 服从 $N(0,1)$.

对于同一个p，满足 $p=p_L+p_U$ 的 p_L 和 p_U 有多种分解，就是说对于确定的双侧规格限，满足同一p值可以有不同的σ和μ值。例如，设 $L=0$, $U=1$，则当 $\mu=0.1$，$\sigma=0.043$；$\mu=0.9$，$\sigma=0.043$；$\mu=0.2$，$\sigma=0.086$；$\mu=0.8$，$\sigma=0.086$……时总体不合格品率都为1%。因而式(5.52)是个多值函数，在$p\in[0,1]$内同一方案有多条 OC 曲线，利用从给定 OC 曲线上两点解出(n,M)的方法已不可能。为此，我们用单侧规格限情形求(n,M)的方法来求综合双侧规格限情形的(n,M)方案。作这种近似后，对实际应用没有实质性的影响[22].

在给定p_0，p_1，α，β，L，U，并且σ已知的情况下，综

合双侧规格限的“M”型方案由下式求得

$$\begin{cases} n = \left(\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_1) - \Phi^{-1}(p_0)}\right)^2 \\ M = \Phi\left[-\sqrt{\dfrac{n}{n-1}}K_{p_0} + \dfrac{K_\alpha}{\sqrt{n-1}}\right] \end{cases} \tag{5.53}$$

判断准则为

$\hat{p} \leqslant M$ 接收；$\hat{p} > M$ 拒收．其中

$$\hat{p} = \Phi^{-1}\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \frac{L-\bar{x}}{\sigma}\right) + \Phi^{-1}\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{\bar{x}-U}{\sigma}\right)$$

例 5.8 已知 $L = 122$，$U = 150$，$p_0 = 1\%$，$p_1 = 10\%$，$\sigma = 5$，$\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$.

由例 5.5 可知 $n = 8$，$M = 3.07\%$．先要验证 σ 是否大于相应于 $p_0 = 1\%$ 的 σ_M 值．当 $p_0 = 1\%$时

$$f_\sigma = \frac{1}{2\Phi^{-1}\left(1 - \dfrac{1}{2} \times 1\%\right)} = 0.194$$

$$\sigma_M = 0.194 \times (150 - 122) = 5.43$$

由于 $\sigma < \sigma_M$，因此抽样是有意义的．现假如某一大小为 8 的样本均值为 $\bar{x} = 138$，则批不合格品率的估计为

$$\hat{p} = \hat{p}_L + \hat{p}_U = \Phi\left(\sqrt{\frac{8}{8-1}} \cdot \frac{122-138}{5}\right) + \Phi\left(\sqrt{\frac{8}{8-1}} \cdot \frac{138-150}{5}\right)$$

$$= \Phi(-3.42) + \Phi(-2.57)$$

$$= 0.03\% + 0.51\% = 0.54\% < 3.07\%(= M)$$

故接收该批。

如果所用的 σ 值大于 5.43，比如说 $\sigma=6$ 则立即拒收该批，根本用不着抽样检查。

(n, M) 接收准则的另一种等价形式是图示法。

如果取 $0<a<1$，则接收准则

$$\hat{p}=\hat{p}_U+\hat{p}_L \leqslant M$$

可等价变换成

$$\begin{cases}\hat{p}_U \leqslant aM \\ \hat{p}_L \leqslant (1-a)M\end{cases} \tag{5.54}$$

其中

$$\hat{p}_U=1-\Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{U-\bar{x}}{\sigma}\right),$$

$$\hat{p}_L=\Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\frac{L-\bar{x}}{\sigma}\right).$$

对于 $\hat{p}_U \leqslant aM$，用单侧规格限的方法，由 (5.42) 式可求得

$$k_a=-\sqrt{\frac{n-1}{n}}\Phi^{-1}(aM) \tag{5.55}$$

与 $\hat{p}_U \leqslant aM$ 等价的不等式为

$$\frac{U-\bar{x}}{\sigma} \geqslant k_a \text{ 或 } \bar{x} \leqslant U-k_a\sigma.$$

类似地对于 $\hat{p}_L \leqslant (1-a)M$，由 (5.42) 式求得

$$k_{(1-a)}=-\sqrt{\frac{n-1}{n}}\Phi^{-1}((1-a)M) \tag{5.56}$$

与 $\hat{p}_L \leqslant (1-a)M$ 等价的不等式为

$$\frac{\bar{x}-L}{\sigma} \geqslant k_{1-a} \text{ 或 } \bar{x} \geqslant L+k_{1-a}\sigma.$$

对于 (0, 1) 区间内所有可能的 a 值，以方程组 (5.57) 的

解在 σ 为横轴、$\bar{x}$ 为纵轴的坐标上可绘出一条曲线。显然，这条曲线是判断接收与拒收的临界线(图 5.13)。即有

$$\begin{cases} \bar{x} = U - k_a\sigma \\ \bar{x} = L + k_{1-a}\sigma \end{cases} \tag{5.57}$$

该曲线与 $\bar{x}$ 轴围成的区域是接收区域，曲线上的点也是接收的。接收区域关于 $\bar{x} = \dfrac{L+U}{2}$ 对称。该曲线称为接收曲线。

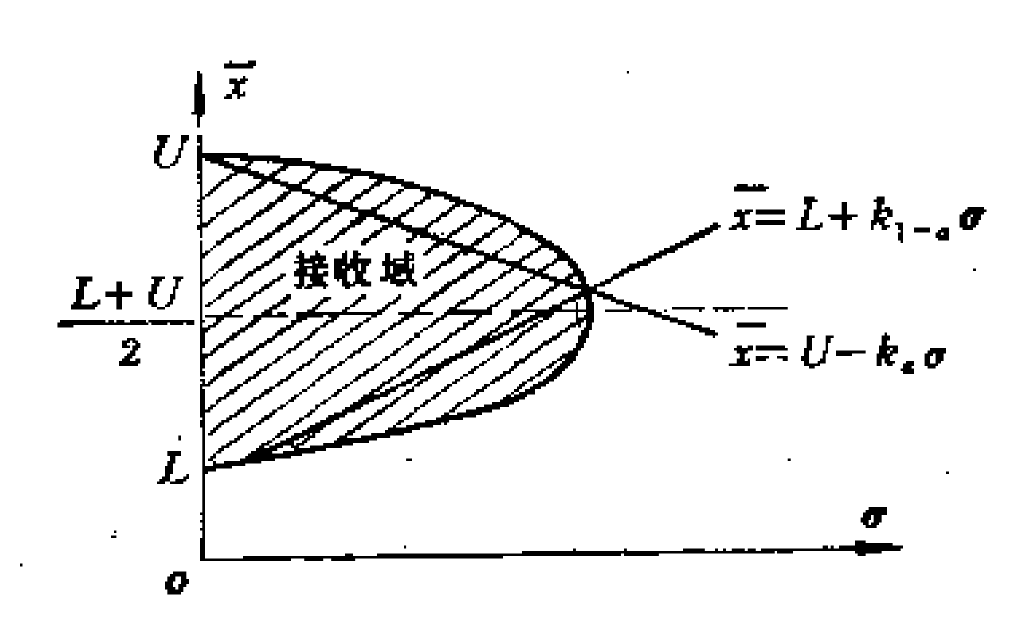


图 5.13　综合双侧规格限接收曲线的绘制("σ"法)

如以 $\dfrac{\sigma}{U-L}$ 为横坐标，$\dfrac{\bar{x}-L}{U-L}$ 为纵坐标，把 (5.55)、(5.56)代入(5.57)式，经整理可得绘制接收曲线的方程组

$$\begin{cases} \dfrac{\bar{x}-L}{U-L} = \dfrac{\Phi^{-1}((1-a)M)}{\Phi^{-1}((1-a)M)+\Phi^{-1}(aM)} \quad (0<a<1) \\ \dfrac{\sigma}{U-L} = \dfrac{-\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}\,[\Phi^{-1}((1-a)M)+\Phi^{-1}(aM)]} \end{cases} \tag{5.58}$$

曲线形状为(图 5.14)。

令(5.57)式 $\bar{x} = \dfrac{L+U}{2}$，则 $\dfrac{L+U}{2} = U - k_a\sigma$，

$$\sigma = \frac{U-L}{2k_a}.$$

又

$$U - k_a\sigma = L + k_{1-a}\sigma$$

$$U - L = k_a\sigma + k_{1-a}\sigma$$

把 $U - L = 2k_a\sigma$ 代入上式得到：$k_a = k_{1-a}$，即有 $a = \frac{1}{2}$。

因此图 5.13 接收域最右端点的横坐标 σ_0 为

$$\sigma_0 = \frac{U-L}{2k_{\frac{1}{2}}} = \frac{U-L}{2\sqrt{\frac{n-1}{n}}\,\Phi^{-1}\left(1-\frac{1}{2}M\right)} \tag{5.59}$$

如果在抽样检查中 $\sigma_M < \sigma_0$，则接收域应切去一块，变成图 5.15 中的阴影部分。

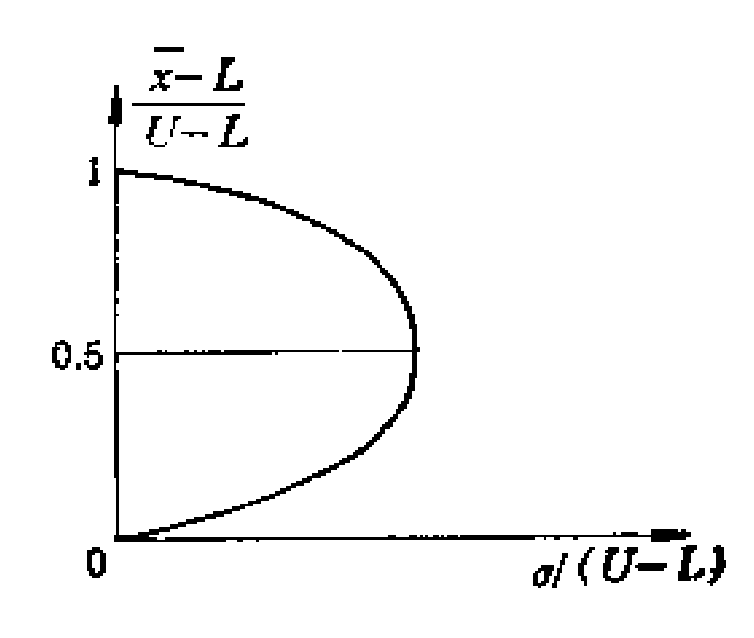


图 5.14 综合双侧规格限接收曲线(标准化)("σ" 法)

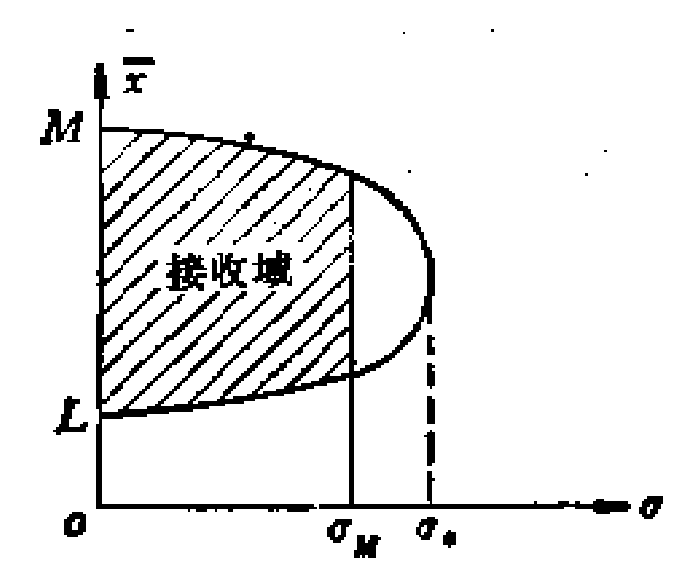


图 5.15 综合双侧规格限的接收曲线($\sigma_M<\sigma_0$)("σ" 法)

把方案(n，M)的接收准则形象地用图形来表示，这在实际应用上很方便．事先把接收曲线画好，根据方案所给的样本大小抽取样本并计算 $\bar{x}$，当点 $\left(\frac{\sigma}{U-L}, \frac{\bar{x}-L}{U-L}\right)$ 落在接收域(包括边界线)内，就接收该批，否则拒收该批。

例 5.9 给定 $p_0 = 0.15\%$，$\alpha = 1\%$，$p_1 = 0.763\%$，$\beta = 10\%$，则得到 $n = 45$，接收曲线如图 5.16 所示。$f_\sigma = 0.158$。

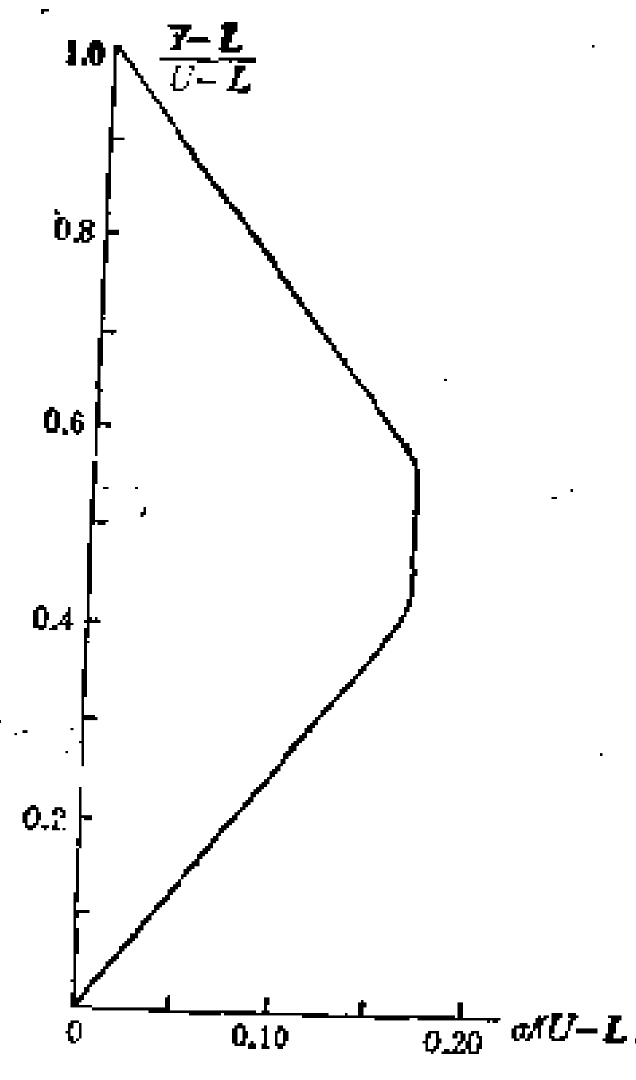


图 5.16 双侧规格限接收曲线

2. σ 未知的场合（"s" 法）

（1）单侧上规格限 U 情形

我们介绍"k"型方案的计算。对于接收准则

$$Q_U = \frac{U-\bar{x}}{s} \geqslant k$$

的 (n, k) 方案，其接收概率为

$$P_a(p) = P\left(\frac{U-\bar{x}}{s} \geqslant k\right) = P\left(\frac{\sqrt{n}(U-\bar{x})}{s} \geqslant \sqrt{n}k\right) \tag{5.60}$$

$\sqrt{n}(U-\bar{x})/s$ 服从自由度为 $n-1$，非中心参数 $\delta = \frac{U-\mu}{\sigma}\sqrt{n}$ 的非中心 t 分布。由于 $\frac{U-\mu}{\sigma} = \Phi^{-1}(1-p)$，故 $\delta = \sqrt{n}\Phi^{-1}(1-p)$。记 $\sqrt{n}(U-\bar{x})/s = T(n-1, \delta)$。$T(n-1, \delta)$ 表示自由度为 $n-1$，非中心参数为 δ 的非中心 t 变量。

对于给定的 p_0，p_1，α，β，可由下列方程组解出 (n, k)

$$\begin{cases} P[T(n-1, \sqrt{n}\Phi^{-1}(1-p_0)) \geqslant \sqrt{n}k] = 1-\alpha \\ P[T(n-1, \sqrt{n}\Phi^{-1}(1-p_1)) \geqslant \sqrt{n}k] = \beta \end{cases} \tag{5.61}$$

直接解上式是困难的，我们利用 (5.25) 式的近似关系来

求解(5.61)式。

注意，$\mu = U + \sigma\Phi^{-1}(p)$ $(p = p_U)$

$$P\left(\frac{U-\bar{x}}{s} \geqslant k\right) = P(\bar{x} + ks \leqslant U)$$

$$\approx \Phi\left(\frac{U-(\mu+k\sigma)}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{U-(U+\sigma\Phi^{-1}(p)+k\sigma)}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{-k-\Phi^{-1}(p)}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}}\right)$$

于是(5.61)式可近似地看作

$$\begin{cases} \dfrac{-k-\Phi^{-1}(p_0)}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}} = \Phi^{-1}(1-\alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha) \\ \dfrac{-k-\Phi^{-1}(p_1)}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}} = \Phi^{-1}(\beta) \end{cases} \tag{5.62}$$

即

$$\frac{-k-\Phi^{-1}(p_0)}{-k-\Phi^{-1}(p_1)} = -\frac{\Phi^{-1}(\alpha)}{\Phi^{-1}(\beta)}$$

于是

$$k = -\frac{\Phi^{-1}(\alpha)\Phi^{-1}(p_1)+\Phi^{-1}(\beta)\Phi^{-1}(p_0)}{\Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)} \tag{5.63}$$

另一方面，由(5.62)式可得

$$\frac{\Phi^{-1}(p_0)-\Phi^{-1}(p_1)}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}} = \Phi^{-1}(\alpha)+\Phi^{-1}(\beta)$$

当 n 较大时，可以认为 $\frac{n}{n-1} \approx 1$，解上式得

$$n = \left(\frac{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_0) - \Phi^{-1}(p_1)}\right)^2 \left(1 + \frac{k^2}{2}\right) \tag{5.64}$$

由 (5.63) 和 (5.64) 式确定的方案 (n, k) 的接收概率为

$$P_a(p) = \Phi\left(-\frac{k + \Phi^{-1}(p)}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2(n-1)}}}\right) \tag{5.65}$$

如果预先给定样本大小 n，p_0 和 α，那么 (n, k) 方案也就确定了。此时 k 的表达式可直接从 (5.65) 获得。

令 (5.65) 式中 $p = p_0$，则 $P_a(p_0) = 1 - \alpha$，(5.65)式为

$$\Phi^{-1}(P_a(p_0)) = -\frac{k + \Phi^{-1}(p_0)}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2(n-1)}}}$$

注意到 $\Phi^{-1}(P_a(p_0)) = \Phi^{-1}(1-\alpha) = K_\alpha$，$-\Phi^{-1}(p_0) = K_{p_0}$，从而得到

$$k = K_{p_0} - K_\alpha \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2(n-1)}} \tag{5.66}$$

解上式得到：

$$k = \frac{K_{p_0} \pm \sqrt{K_{p_0}^2 - \left(K_{p_0}^2 - \frac{K_\alpha^2}{n}\right)\left(1 - \frac{K_\alpha^2}{2(n-1)}\right)}}{\left(1 - \frac{K_\alpha^2}{2(n-1)}\right)} \tag{5.67}$$

当 $\alpha < 0.5$ 时，取 k 式中的负号；当 $\alpha > 0.5$ 时，取 k 式中的正号。

例 5.10 假定 σ 未知，$U = 100$。规定 $p_0 = 0.01$，$p_1 = 0.10$，$\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$。

$$k = -\frac{(-1.64)(-1.28) + (-1.28)(-2.33)}{-1.64 - 1.28} = 1.74$$

$$n = \left(\frac{-1.64 - 1.28}{-2.33 + 1.28}\right)^2 \left(1 + \frac{(1.74)^2}{2}\right) = 19.4 \approx 20$$

所求方案为(20,1.74)。从批中随机抽取 20 个单位产品，测量它们的特征值，求出它们的均值 $\bar{x}$ 和标准差 S. 如 $\frac{U - \bar{x}}{s} = \frac{100 - \bar{x}}{s} \geqslant 1.74$，接收该批；如 $\frac{100 - \bar{x}}{s} < 1.74$，拒收该批.

如 $\bar{x} = 90$，$s = 3.5$，则 $(100-90)/3.5 = 2.86$，由于 $2.86 > 1.74$，故接收该批.

我们计算一下不合格品率为 3% 时的接收概率

$$P_a(p) = \Phi\left[-\frac{\Phi^{-1}(3\%) + 1.74}{\sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1.74^2}{2 \times (20 - 1)}}}\right] = \Phi(0.389)$$
$$= 65.17\%$$

如果预先规定 $n = 100$，$p_1 = 10\%$，$\alpha = 0.04$. 则可根据(5.67)(取负号)式得 $k = 1.05$.

(2) 单侧下规格限 L 情形

对于接收准则为 $\frac{\bar{x} - L}{s} \geqslant k$ 的"k"型方案，其中 n，k，$P_a(p)$ 的表达式完全与单侧上规格限 U 情形相同. 即

$$\begin{cases} n = \left(\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)}{\Phi^{-1}(p_0) - \Phi^{-1}(p_1)}\right)^2 \left(1 + \dfrac{k^2}{2}\right) \\ k = -\dfrac{\Phi^{-1}(\alpha)\Phi^{-1}(p_1) + \Phi^{-1}(\beta)\Phi^{-1}(p_0)}{\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(\beta)} \end{cases} \tag{5.68}$$

$$P_a(p) = \Phi\left(-\frac{\Phi^{-1}(p) + k}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2(n-1)}}}\right) \tag{5.69}$$

(3) 双侧规格限情形

与 σ 已知的场合一样，σ 未知时也有两种基本检查方式：

分立双侧规格限和综合双侧规格限。

a. 分立双侧规格限

完全类似于 σ 已知的场合。利用单侧规格限的原理，对于各自规定的 p_0，p_1，α 和 β，分别求出上规格限的方案 (n_U, k_U) 和下规格限的方案 (n_L, k_L)。当 $Q_U = \frac{U - \bar{x}_U}{s_U} \geq k_U$ 且 $Q_L = \frac{\bar{x}_L - L}{S_L} \geq k_L$ 时接收，否则拒收。$\bar{x}_U$，S_U 和 $\bar{x}_L$，S_L 分别为样本 n_U 和样本 n_L 的均值和标准差。

根据

$$\begin{cases} \bar{x}_U \leqslant U - k_U S_U \\ \bar{x}_L \geqslant L + k_L S_L \end{cases}$$

以 S 为横坐标，$\bar{x}$ 为纵坐标，如图 5.17 所示，画出一个接收区域(包括边界点)。当样本算得的 $(S_U, \bar{x}_U)$ 和 $(S_L, \bar{x}_L)$ 都落在这个接收域内时，就接收该批；否则拒收该批。

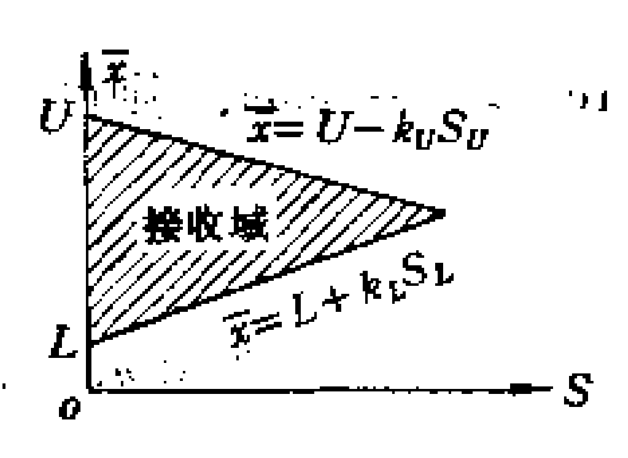


图 5.17 分立双侧规格限的接收曲线（"s" 法）

现在以单侧上规格限为例推导单侧规格限情形的(n, M)方案的计算公式。

记对称 $B\left(\frac{n}{2}-1, \frac{n}{2}-1\right)$(参见(5.11)式)分布的分布函数为 $G(x)$，则(5.10)式可改写成

$$\hat{p} = \hat{p}_U = G\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)} \cdot \frac{U - \bar{x}}{s}\right)$$

(n, M) 方案的接收准则为

$$\hat{p} = \hat{p}_U \leqslant M$$

即

$$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\cdot\frac{U-\bar{x}}{s}\leqslant G^{-1}(M)$$

$$Q_U=\frac{U-\bar{x}}{s}\geqslant\frac{2(n-1)}{\sqrt{n}}\left[\frac{1}{2}-G^{-1}(M)\right]$$

所以

$$k=\frac{2(n-1)}{\sqrt{n}}\left[\frac{1}{2}-G^{-1}(M)\right]=\frac{n-1}{\sqrt{n}}[1-2G^{-1}(M)]$$

(5.70)

或

$$M=G\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}k\right) \tag{5.71}$$

n 的表达式即为(5.64)式，k 由(5.63)式确定。

如果例 5.10 中"k"型方案为(20,1.74)，则

$$\frac{n}{2}-1=\frac{20}{2}-1=9,$$

$$M=G\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{20}}{2(20-1)}\times 1.74\right)=G(0.30),$$

查有关 B 分布表可得 $M=4.03\%$。

b. 综合双侧规格限

σ 未知时的综合双侧规格限，只有"M"型方案，其接收概率为

$$\begin{aligned}P_a(p)&=P(\hat{p}\leqslant M)\\&=P\left\{G\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\cdot\frac{\bar{x}-L}{s}\right)\right.\\&\qquad\left.+G\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\frac{U-\bar{x}}{s}\right)\leqslant M\right\}\end{aligned}$$

由于

$$\sqrt{n}\,\frac{\bar{x}-L}{s}\sim T[n-1,\sqrt{n}\,\Phi^{-1}(1-p_L)]$$

$$\sqrt{n}\,\frac{U-\bar{x}}{s}\sim T[n-1,\sqrt{n}\,\Phi^{-1}(1-p_U)]$$

所以

$$\begin{aligned}P_a(p)&=P(\hat{p}\leqslant M)\\&=P\Big\{G\Big[\frac{1}{2}-\frac{1}{2(n-1)}T(n-1,\sqrt{n}\ \Phi^{-1}(1-p_L))\Big]\\&\quad+G\Big[\frac{1}{2}-\frac{1}{2(n-1)}T(n-1,\\&\qquad\sqrt{n}\,\Phi^{-1}(1-p_U))\Big]\leqslant M\Big\}\end{aligned}\tag{5.72}$$

由于同一个 p，满足 $p=p_L+p_U$ 的 p_L 和 p_U 有多种组合，因此 (5.72) 式是个多值函数．在 $p\in[0,1]$ 内同一个方案有多条 OC 曲线．因此不可能利用给定 OC 曲线上两点解出 (n,M)．为此，可用单侧规格限情形求 (n,M) 的方法来求综合双侧规格限情形的 (n,M)．作这种近似后，对实际使用没有实质性的影响[12]．

在给定 p_0，p_1，α 和 β 的情况下，利用单侧情形的(5.68)式求出 (n,k)，再利用 (5.71) 式求出 (n,M)．

(n,M) 方案的接收准则为

$$\hat{p}=G\Big(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\,\frac{\bar{x}-L}{s}\Big)+G\Big(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\,\frac{U-\bar{x}}{s}\Big)\leqslant M\tag{5.73}$$

类似于 σ 已知的场合，我们可用图来表示 (n,M) 方案的接收准则．

$\hat{p}=\hat{p}_U+\hat{p}_L\leqslant M$ 的等价形式为

$$\begin{cases}\hat{p}_U\leqslant aM\\ \hat{p}_L\leqslant(1-a)M\end{cases}\qquad 0<a<1\tag{5.74}$$

$\hat{p}_U\leqslant aM$ 即为

$$G\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\frac{U-\bar{x}}{s}\right)\leqslant aM$$

因而

$$\frac{U-\bar{x}}{s}\geqslant\frac{2(n-1)}{\sqrt{n}}\left(\frac{1}{2}-G^{-1}(aM)\right)$$

令 $k_a=2(n-1)/\sqrt{n}\cdot\left(\frac{1}{2}-G^{-1}(aM)\right)$，则与 $p_U\leqslant aM$ 等价的不等式为

$$\frac{U-\bar{x}}{s}\geqslant k_a \text{ 或 } \bar{x}\leqslant U-k_a s$$

$$p_L\leqslant(1-a)M\text{，即为}$$

$$G\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}}{2(n-1)}\frac{\bar{x}-L}{s}\right)\leqslant(1-a)M$$

令 $k_{1-a}=\frac{2(n-1)}{\sqrt{n}}\left[\frac{1}{2}-G^{-1}((1-a)M)\right]$，则与 $p\leqslant(1-a)M$ 等价的不等式为

$$\frac{\bar{x}-L}{s}\geqslant k_{1-a}\text{ 或 }\bar{x}\geqslant L+k_{1-a}s$$

显然在以 S 为横坐标，$\bar{x}$ 为纵坐标的坐标上，由方程组(5.75)的解集(对于 $a\in(0,1)$)组成的曲线与 $\bar{x}$ 轴所围成的区域(包括边界)为接收域(图 5.18)。如果样本值 $(s,\bar{x})$ 落在这个接收域内，就接收该批，否则拒收该批。其边界方程为

$$\begin{cases}\bar{x}=U-k_a s\\ \bar{x}=L+k_{1-a}s\end{cases}\tag{5.75}$$

接收域关于 $\bar{x}=\frac{L+U}{2}$ 对称。记图 5.18 中接收域最右端顶点的横坐标为 S_M，其值为

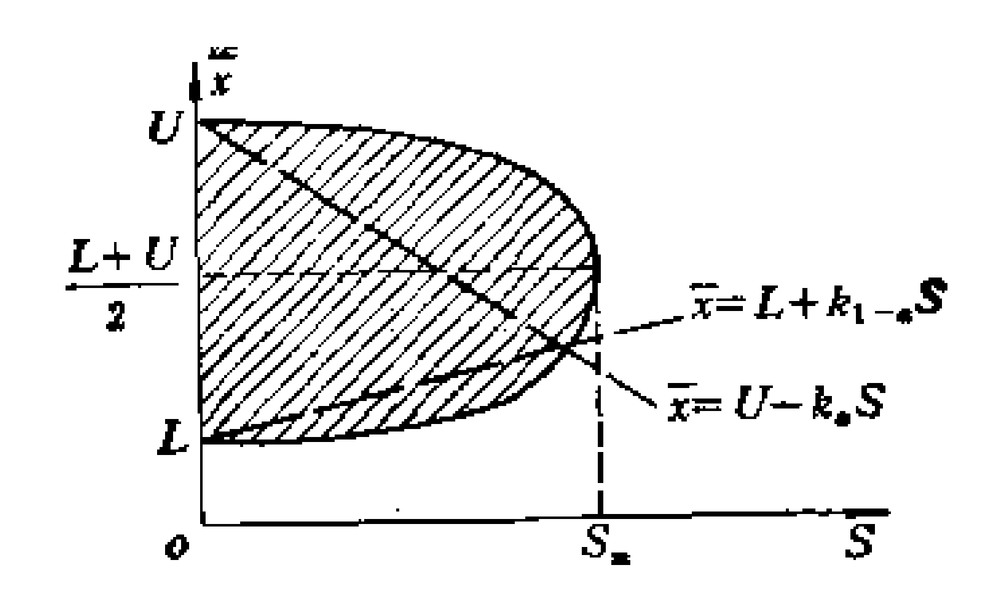


图 5.18 综合双侧规格限接收曲线的绘制（"s" 法）

$$s_M = \frac{\sqrt{n}(U-L)}{2(n-1)\left(1-2G^{-1}\left(\frac{M}{2}\right)\right)} = f_s(U-L) \quad (5.76)$$

其中

$$f_s = \frac{\sqrt{n}}{2(n-1)\left(1-2G^{-1}\left(\frac{M}{2}\right)\right)} \quad (5.77)$$

S_M 表示可能接收的最大样本标准差，如果 $s > S_M$，则肯定拒收。我们称 S_M 为最大样本标准差。

图 5.18 经标准化变换后成为图 5.19 的形式。

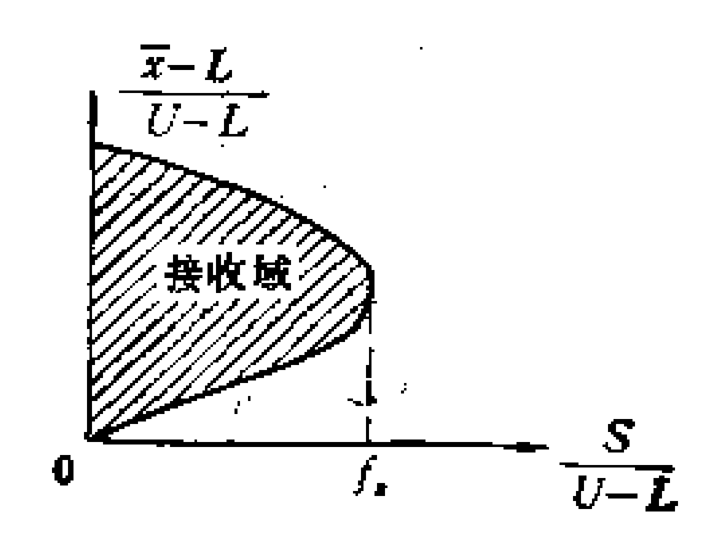


图 5.19 综合双侧规格限接收曲线（标准化）（"s" 法）

解(5.75)式，并把(5.70)式代入，即得到绘制标准化曲线的方程组(5.78)或(5.79)

$$\begin{cases}\dfrac{\bar{x}-L}{U-L}=\dfrac{1-2G^{-1}((1-\alpha)M)}{2(1-G^{-1}(\alpha M)-G^{-1}((1-\alpha)M))}\\[2ex]\dfrac{s}{U-L}=\dfrac{\sqrt{n}}{2(n-1)[1-G^{-1}(\alpha M)-G^{-1}((1-\alpha)M)]}\end{cases}\tag{5.78}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\bar{x}-L}{U-L}=\dfrac{k_{1-\alpha}}{k_\alpha+k_{1-\alpha}}\\[2ex]\dfrac{s}{U-L}=\dfrac{1}{k_\alpha+k_{1-\alpha}}\end{cases}\tag{5.79}$$

图5.20给出了方案$(n, M)=(10, 20.74\%)$的接收曲线(其中$p_0=10\%$，$\alpha=0.10$，$n=10$)。

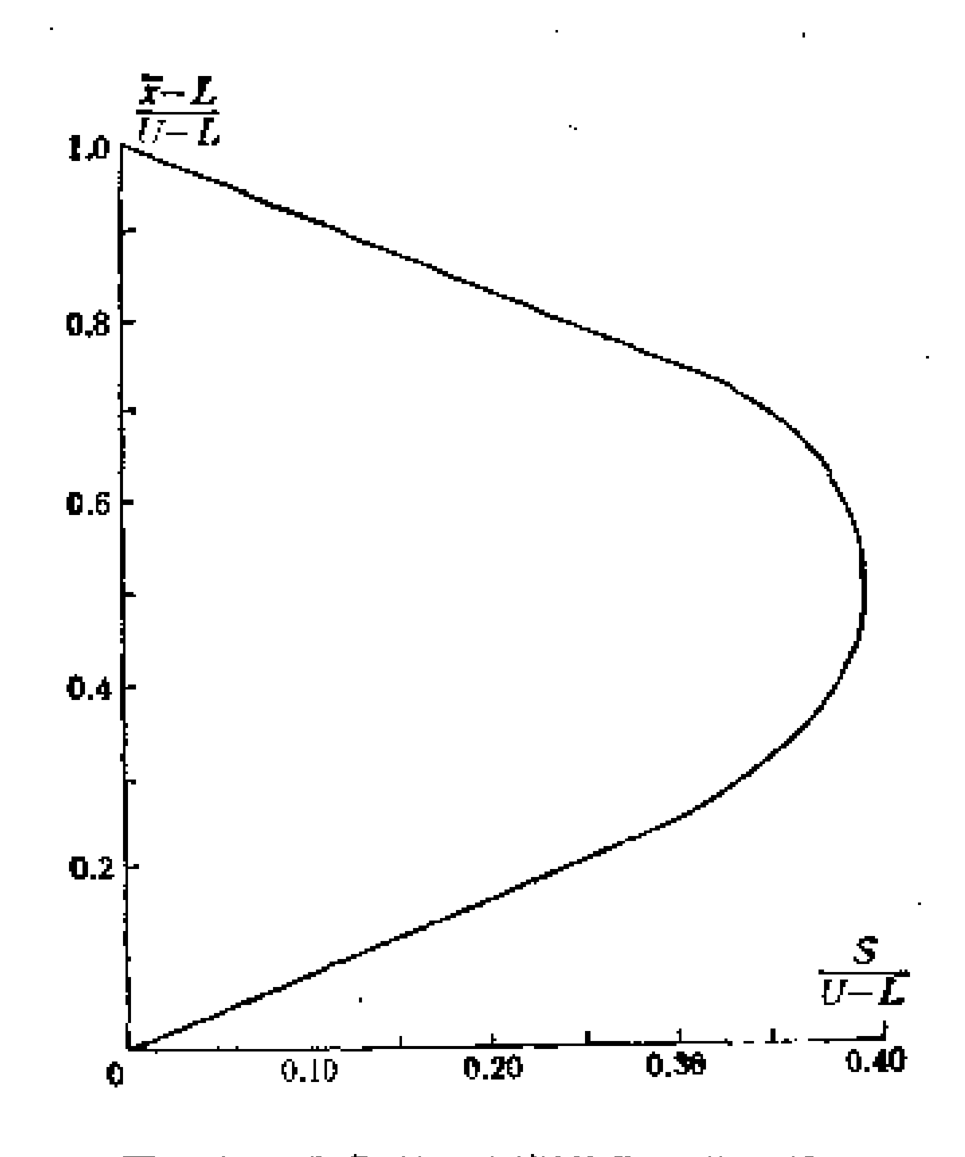


图5.20 "s"法双侧规格限接收曲线

从图 5.20 可以看出，接收曲线由二条几乎是直线的线段和一段弧型曲线组成，由于接收曲线是对称的，所以只需画出一半就行了。

令 $a\to 0$ 或 $a\to 1$，就得到二条直线段，这二条直线段方程近似为

$$\frac{\bar{x}-L}{U-L}=k\frac{s}{U-L} \quad 和 \quad \frac{\bar{x}-L}{U-L}=1-k\frac{s}{U-L}$$

其中 $k=\frac{n-1}{\sqrt{n}}(1-2G^{-1}(M))$。对于图 5.20，$k=0.828$。

再描出曲线段上的若干点，就可得到接收曲线。直线和曲线的接合点可由假定 $p_L\approx p_0, p_U\to 0$，或 $p_U\approx p_0, p_L\to 0$ 来求得。$a=\frac{1}{2}$ 时就得到 f_1 的值。

但要注意的是：当 $n\leqslant 4$ 时，"s" 法双侧规格限的接收曲线不是图 5.18 所示的形状。 而是图 5.21 所示的形状。这是由于本节第一段 2(5) 中所讨论的 $\frac{\partial p}{\partial \bar{x}}$ 的特性。 即只有当 $n>4$ 时才具有

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{x}}\begin{cases}<0，当\ L\leqslant\bar{x}<\frac{U+L}{2}\ 时\\ =0，当\ \bar{x}=\frac{L+U}{2}\ 时\\ >0，当\ \frac{U+L}{2}<\bar{x}\leqslant U\ 时\end{cases}$$

为了使用方便，习惯上把图 5.21 在 $s=s_M$ 处截平。这样做会略微增大一点供货方风险，但此时 s 已很大，从提高方案保护能力来说，双方会接收这种处理的。

这样，当 $n\leqslant 4$ 时，接收域近似由 $\bar{x}$ 轴，直线 $\bar{x}=U-ks$，

通过 S_M 与 $\bar{x}$ 轴平行的一条直线，直线 $\bar{x}=L+ks$ 这四条直线组成。k 值由(5.68)式求出。

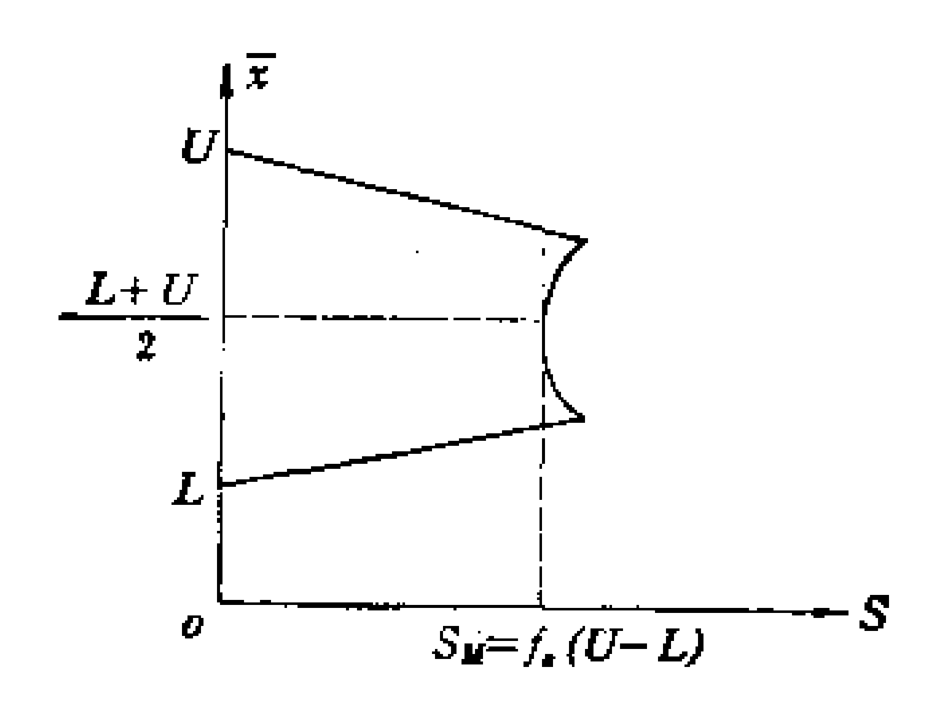


图 5.21 $n\leqslant4$ 的综合双侧规格限接收曲线("s"法)

第二节 计量标准型抽样方案

计量标准型抽样检查方案的计算是比较复杂的。为简化计算，便于应用，许多国家制定了有关标准。下面我们介绍日本工业标准 JIS-Z-9003 和 JIS-Z-9004。

一、日本工业标准 JIS-Z-9003

1. 检查程序

JIS-Z-9003-1979（简称"9003"）规定了已知标准差时保证批均值和批不合格品率的计量标准型一次抽样方案的决定方法和实施步骤。只适用于单侧规格限及分立双侧规格限的场合。

用批的均值衡量批的质量时，对质量特征值的正态性假设可以减弱，在实用上可以不要求。但用批不合格品率衡量

批的质量时，一定要假设质量特征值服从正态分布或非常近似于正态分布。

“9003”中用m表示批的均值，$L(m)$和$L(p)$表示接收概率，S_U和S_L表示上规格限和下规格限。采用均值检查时，可不必知道S_U或S_L。

“9003”的检查程序如表5.1所示。

表5.1　JIS-Z-9003的检查程序

次序	保证批的均位时	保证批的不合格品率时
1	具体地确定检查单位的特征值x的测定方法	同左。规定S_U，S_L中的一个或两个都规定。
2	双方协商确定m_0，m_1（$\alpha=0.05$，$\beta=0.10$）	双方协商确定p_0，p_1（$\alpha=0.05$，$\beta=0.10$）
3	把同一条件下生产出来的批形成检查批	同左
4	指定批的标准差σ	同左
5	查表5.2，求样本大小和接收判定值	同左（查表5.3）
6	从批内随机抽取方案指定的样本大小	同左
7	测定样品的特征值，计算均值$\bar{x}$	同左
8	对批作出接收与否的判断	同左
9	被判为接收的批或不接收的批，按预先规定的规则处理。但不能将不接收的批原封不动地再提交检查。	同左

2. 保证批均值时的检查

方案计算中所用σ值可由下列几种方式确定：

a. 根据技术分析得到。

b. 双方协商确定。

表 5.2 JIS-Z-9003 附表 1

($\alpha \approx 0.05$ $\beta \approx 0.10$)

$\frac{\lvert m_1 - m_0 \rvert}{\sigma}$	n	G_0
2.069以上	2	1.163
1.690—2.068	3	0.950
1.463—1.689	4	0.822
1.309—1.462	5	0.736
1.195—1.308	6	0.672
1.106—1.194	7	0.622
1.035—1.105	8	0.582
0.975—1.034	9	0.548
0.925—0.974	10	0.520
0.882—0.924	11	0.496
0.845—0.881	12	0.475
0.812—0.844	13	0.456
0.772—0.811	14	0.440
0.756—0.771	15	0.425
0.732—0.755	16	0.411
0.710—0.731	17	0.399
0.690—0.709	18	0.383
0.671—0.689	19	0.377
0.654—0.670	20	0.368
0.585—0.653	25	0.329
0.534—0.584	30	0.300
0.495—0.533	35	0.278
0.463—0.494	40	0.260
0.436—0.462	5	0.245
0.414—0.435	50	0.233

c. 用历史数据进行估计

用历史数据进行估计的方法是：收集最近10—20批的检查数据。设 x_{ij} 为第 i 批第 j 个数据，n_i 为第 i 个批的样

左下角为n，右上角为k

p_0(%) 代表值	p_0(%) 范围	p_1(%) 代表值 0.80	1.00	1.25	1.60	2.00	2.50	3.15
	p_1(%) 范围	0.71—0.90	0.91—1.12	1.13—1.40	1.41—1.80	1.81—2.24	2.25—2.80	2.81—3.55
0.100	0.090—0.112	2.71 / 18	2.66 / 15	2.61 / 12	2.56 / 10	2.51 / 8	2.40 / 7	2.40 / 6
0.125	0.113—0.140	2.68 / 23	2.63 / 18	2.58 / [illegible]	2.53 / 10	2.48 / 9	2.43 / 8	2.37 / 6
0.160	0.141—0.180	2.64 / 29	2.60 / 22	2.55 / 17	2.50 / 13	2.45 / 11	2.39 / 9	2.35 / 7
0.200	0.181—0.224	2.61 / 39	2.57 / 28	2.52 / 21	2.47 / 16	2.42 / 13	2.30 / 10	2.30 / 8
0.250	0.225—0.280	*	2.54 / 37	2.49 / 27	2.44 / 20	2.38 / 15	2.33 / 12	2.28 / 10
0.315	0.281—0.355	*	*	2.46 / 36	2.40 / 25	2.35 / 19	2.30 / 14	2.24 / 11
0.400	0.356—0.450	*	*	*	2.37 / 33	2.32 / 24	2.26 / 18	2.21 / 14
0.500	0.451—0.560	*	*	*	2.33 / 46	2.28 / 31	2.23 / 23	2.17 / 17
0.630	0.561—0.710	*	*	*	*	2.25 / 44	2.19 / 30	2.09 / 21
0.800	0.711—0.900	*	*	*	*	*	2.16 / 42	2.10 / 28
1.00	0.901—1.12		*	*	*	*	*	2.06 / 38
1.25	1.13—1.40			*	*	*	*	*
1.60	1.41—1.80				*	*	*	*
2.00	1.81—2.24					*	*	*
2.50	2.25—2.80						*	*
3.15	2.81—3.55							*
4.00	3.56—4.50							
5.00	4.51—5.60							
6.30	5.61—7.10							
8.00	7.11—9.00							
10.0	9.01—11.2							

4.00	5.00	6.30	8.00	10.0	12.5	16.0	20.0	25.0	31.5
3.56 — 4.50	4.51 — 5.60	5.61 — 7.10	7.11 — 9.00	9.01 — 11.2	11.3 — 14.0	14.1 — 18.0	18.1 — 22.4	22.5 — 28.0	28.1 — 35.5
2.34 5	2.28 4	2.30 4	2.14 3	2.08 3	1.99 2	1.91 2	1.84 2	1.75 2	1.66 2
2.31 5	2.25 5	2.19 4	2.11 3	2.05 3	1.96 2	1.88 2	1.80 2	1.72 2	1.62 2
2.28 6	2.22 5	2.15 4	2.09 4	2.01 3	1.94 3	1.84 2	1.77 2	1.68 2	1.59 2
2.25 7	2.19 6	2.12 5	2.05 4	1.98 3	1.91 3	1.81 2	1.73 2	1.65 2	1.55 2
2.21 8	2.15 6	2.09 5	2.02 4	1.95 4	1.87 3	1.80 3	1.70 2	1.61 2	1.52 2
2.18 9	2.12 7	2.06 6	1.99 5	1.92 4	1.84 3	1.76 3	1.66 2	1.57 2	1.48 2
2.15 11	2.08 8	2.02 7	1.95 6	1.89 5	1.81 4	1.72 3	1.64 3	1.53 2	1.44 2
2.11 13	2.05 10	1.99 8	1.92 6	1.85 5	1.77 4	1.68 3	1.60 3	1.50 2	1.40 2
2.08 15	2.02 12	1.95 9	1.89 7	1.81 6	1.74 5	1.65 4	1.56 3	1.46 2	1.36 2
2.04 20	1.93 15	1.91 11	1.84 8	1.78 7	1.70 5	1.61 4	1.52 3	1.44 3	1.32 2
2.00 26	1.94 18	1.88 14	1.81 10	1.74 8	1.66 6	1.58 5	1.50 4	1.42 3	1.30 3
1.97 36	1.91 24	1.84 17	1.77 12	1.70 9	1.63 7	1.54 6	1.45 4	1.37 3	1.26 3
*	1.86 34	1.80 23	1.73 16	1.66 12	1.59 9	1.50 6	1.41 5	1.32 4	1.21 3
*	*	1.76 31	1.69 20	1.62 14	1.54 10	1.46 8	1.37 6	1.28 5	1.16 3
*	*	1.72 46	1.65 28	1.58 19	1.50 13	1.42 9	1.33 7	1.24 5	1.13 4
*	*	*	1.60 42	1.53 26	1.46 17	1.37 11	1.29 8	1.19 6	1.09 5
*	*	*	*	1.49 39	1.41 24	1.33 15	1.24 10	1.14 7	1.04 5
	*	*	*	*	1.37 35	1.28 20	1.19 13	1.10 9	0.99 6
		*	*	*	*	1.23 30	1.14 18	1.05 12	0.94 8
			*	*	*	*	1.09 27	1.00 16	0.89 10
				*	*	*	1.03 44	0.94 23	0.83 14

本大小。计算每批的方差

$$V_i=\frac{\sum\limits_{j=1}^{n_i}x_{ij}^2-\left[\sum\limits_{j=1}^{n_i}x_{ij}\right]^2/n_i}{n_i-1}\quad(i=1,\cdots h)\tag{5.80}$$

计算 V_i 的均值

$$\overline{V}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{h}(n_i-1)V_i}{\sum\limits_{i=1}^{h}(n_i-1)}\tag{5.81}$$

计算 $\overline{V}\cdot F_{(n_i-1),\infty}(0.01)$ 值。$F_{(n_i-1),\infty}(0.01)$ 值见表 5.4。如果对于所有的 i $(1,2,\cdots,h)$都成立 $\overline{V}\cdot F_{(n_i-1),\infty}(0.01)\geqslant V_i$，则认为批的质量是稳定的，此时用$\sqrt{\overline{V}}$ 作为方案计算中的 σ 值。继续采用这个方案时，要不断考察批标准差的稳定性，如果长期连续使用这个方案，则要依据 20 个以上的批的检查数据，求 σ 估计值，将 σ 值进行更新。

表 5.4 $F_{(n-1),\infty}(0.01)$ 值

$n-1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_{(n-1),\infty}(0.01)$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32
$n-1$	12	15	20	24	30	40	60	120		
$F_{(n-1),\infty}(0.01)$	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32		

样本大小和接收判定值可如下求得。

a. 计算 $\frac{|m_1-m_0|}{\sigma}$，保留 3 位小数。

b. 根据算得的 $\frac{|m_1-m_0|}{\sigma}$，从表 5.2 中查出 n 和 G_0。

c. 对于均值越小越好的场合计算

$$\bar{x}_U = m_0 + G_0\sigma$$

对于均值越大越好的场合计算

$$\bar{x}_L = m_0 - G_0\sigma$$

$\bar{x}_U$，$\bar{x}_L$ 为接收判定值(接收常数)。

方案的接收准则为：设样本均值为 $\bar{x}$. 则当均值越小越好时：$\bar{x} \leqslant \bar{x}_U$；当均值越大越好时：$\bar{x} \geqslant \bar{x}_L$.

例 5.11 对某钢材的抗拉强度规定为 $m_0 = 46\text{kgf/mm}^2$，$m_1 = 43\text{kgf/mm}^2$，$\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$，已知 $\sigma = 4\text{kgf/mm}^2$. 计算 $\frac{|m_0 - m_1|}{\sigma} = \frac{46 - 43}{4} = 0.750$，查表 5.2 得到 $n = 16$，$G_0 = 0.411$。$\bar{x}_L = m_0 - G_0\sigma = 46 - 0.411 \times 4 = 44$，所以方案为 $(n, \bar{x}_L) = (16, 44)$. 此处 $\bar{x}_L$ 相当前述的 λ，即 $(n, \bar{x}_L)$ 是 λ 型方案。

3. 保证批不合格品率时的检查

σ 的确定与均值场合相同。

样本大小和接收判定值(接收常数)如下求得。

从表 5.3 中查出包括被指定的 p_0 的横行与包括指定的 p_1 的竖行相交的栏。栏内左下角为样本大小 n，右上角为计算接收判定值所用的系数 k. 对于上规格限 S_U 计算

$$\bar{x}_U = S_U - k\sigma$$

对于下规格限 S_L 计算

$$\bar{x}_L = S_L + k\sigma$$

设样本均值为 $\bar{x}$，则对于上规格限接收准则为：$\bar{x} \leqslant \bar{x}_U$；对于下规格限接收准则为：$\bar{x} \geqslant \bar{x}_L$. 这是"$k$"型方案。

例 5.12 对某金属板的洛氏硬度规定为 $U = 68$ 度，$p_0 = 0.5\%$，$p_1 = 4\%$，$\alpha = 0.05$，$\beta = 0.10$，已知 $\sigma = 3$ 度。

表 5.5 JIS-Z-9004

左下角为 n，右上角为 k

p_1(%) 代表值		0.80	1.00	1.25	1.60	2.00	2.50	3.15
p_1(%) 范围		0.71—0.90	0.91—1.12	1.13—1.40	1.41—1.80	1.81—2.24	2.25—2.80	2.81—3.55
p_0(%) 代表值	范围							
0.100	0.090—0.112	2.71 87	2.67 68	2.62 54	2.57 42	2.52 34	2.47 28	2.42 23
0.125	0.113—0.140		2.64 80	2.59 62	2.54 48	2.49 38	2.44 31	2.39 25
0.160	0.141—0.180		2.60 98	2.56 74	2.50 56	2.46 44	2.40 35	2.35 28
0.200	0.181—0.224			2.53 90	2.47 66	2.43 51	2.37 40	2.32 31
0.250	0.225—0.280				2.44 79	2.39 59	2.34 46	2.28 35
0.315	0.281—0.355				2.41 98	2.36 71	2.31 54	2.25 41
0.400	0.356—0.450					2.32 89	2.27 65	2.22 48
0.500	0.451—0.560						2.23 80	2.18 57
0.630	0.561—0.710							2.14 71
0.800	0.711—0.900							2.10 92
1.000	0.901—1.120							
1.250	1.130—1.400							
1.600	1.410—1.800							
2.000	1.810—2.240							
2.500	2.250—2.800							
3.150	2.810—3.550							
4.000	3.560—4.500							
5.000	4.510—5.600							
6.300	5.610—7.100							
8.000	7.110—9.000							
10.000	9.010—11.200							

($\alpha \approx 0.05$ $\beta \approx 0.10$)

4.00	5.00	6.30	8.00	10.00	12.50	16.00	20.00	25.00	31.50
3.56—4.50	4.51—5.60	5.61—7.10	7.11—9.00	9.01—11.20	11.30—14.00	14.10—18.00	18.10—22.40	22.50—28.00	28.10—35.50
2.36 19	2.31 16	2.24 13	2.19 11	2.11 9	2.07 8	1.95 6	1.87 5	1.87 5	1.77 4
2.32 20	2.28 17	2.21 14	2.16 12	2.10 10	2.02 8	1.97 7	1.90 6	1.82 5	1.72 4
2.30 23	2.23 18	2.18 15	2.10 12	2.04 10	2.00 9	1.91 7	1.85 6	1.77 5	1.67 4
2.26 25	2.20 20	2.14 16	2.08 13	2.02 11	1.95 9	1.86 7	1.80 6	1.72 5	1.63 4
2.23 28	2.17 22	2.12 18	2.04 14	1.99 12	1.93 10	1.86 8	1.75 6	1.67 5	1.53 4
2.19 31	2.14 25	2.07 19	2.00 15	1.94 12	1.88 10	1.80 8	1.75 7	1.62 5	1.53 4
2.16 36	2.10 28	2.04 22	1.98 17	1.92 14	1.85 11	1.78 9	1.69 7	1.64 6	1.47 4
2.12 42	2.07 32	2.00 24	1.94 19	1.88 15	1.81 12	1.72 9	1.64 7	1.58 6	1.51 5
2.08 50	2.03 37	1.97 28	1.90 21	1.83 16	1.77 13	1.69 10	1.62 8	1.52 6	1.45 5
2.05 62	1.99 44	1.92 32	1.86 24	1.79 18	1.72 14	1.65 11	1.56 8	1.51 7	1.39 5
2.01 79	1.95 54	1.89 38	1.83 28	1.76 21	1.69 16	1.62 12	1.53 9	1.45 7	1.33 5
	1.91 69	1.85 47	1.78 32	1.72 24	1.65 18	1.57 13	1.50 10	1.39 7	1.26 6
	1.87 95	1.80 60	1.74 40	1.67 28	1.60 20	1.53 15	1.45 11	1.35 8	1.33 6
		1.76 81	1.69 50	1.63 34	1.56 24	1.48 17	1.40 12	1.32 9	1.19 6
			1.65 67	1.59 43	1.52 29	1.43 19	1.36 14	1.27 10	1.17 7
			1.61 96	1.54 57	1.47 36	1.39 23	1.31 16	1.22 11	1.13 8
				1.49 83	1.42 48	1.34 29	1.25 19	1.17 13	1.08 9
					1.37 69	1.29 38	1.20 23	1.11 15	1.02 10
						1.23 53	1.15 30	1.07 19	0.97 12
						1.18 87	1.10 44	1.00 24	0.89 14
							1.04 68	0.95 34	0.84 18

对于 $p_0=0.5\%$，$p_1=4\%$ 查表 5.3 得到 $n=13$，$k=2.11$. $\bar{x}_U=S_U-k\sigma=68-2.11\times3=61.67$. 故所求方案为 $(n,\bar{x}_U)=(13,61.67)$ 或 $(n,k)=(13,2.11)$.

二、日本工业标准 JIS-Z-9004

JIS-Z-9004（简称"9004"）规定了单侧规格限场合，σ 未知时保证批不合格品率的计量标准型一次抽样方案的决定方法和实施步骤. 该标准只适用于特征值为正态分布的场合.

对于规定的 p_0，p_1，$\alpha=0.05$，$\beta=0.10$，从表 5.5 中查出 n 和 k 值. n 为栏内左下角的值，k 为栏内右上角的值.

对于上规格限 S_U，如果 $\bar{x}+ks\leqslant S_U$ 则接收；否则拒收. 对于下规格限 S_L，如果 $\bar{x}-ks\geqslant S_L$ 则接收；否则拒收. 此处

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\qquad s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}.$$

例 5.13 对某金属板的厚度规定 $L=2.3\text{mm}$，$p_0=1\%$，$p_1=9\%$，$\alpha=0.05$，$\beta=0.10$.

从表 5.5 中查得 $n=28$，$k=1.83$. 因而接收准则为 $\bar{x}-1.83s\geqslant2.3$.

"9004"的方案是"k"型方案. 因为可把接收准则改写为

$$\frac{S_U-\bar{x}}{s}\geqslant k \text{ 或 } \frac{\bar{x}-S_L}{s}\geqslant k.$$

第三节 计量调整型抽样方案组

一、ISO3951 概 况

计量调整型抽样检查方法标准，有美国军用标准 MIL-

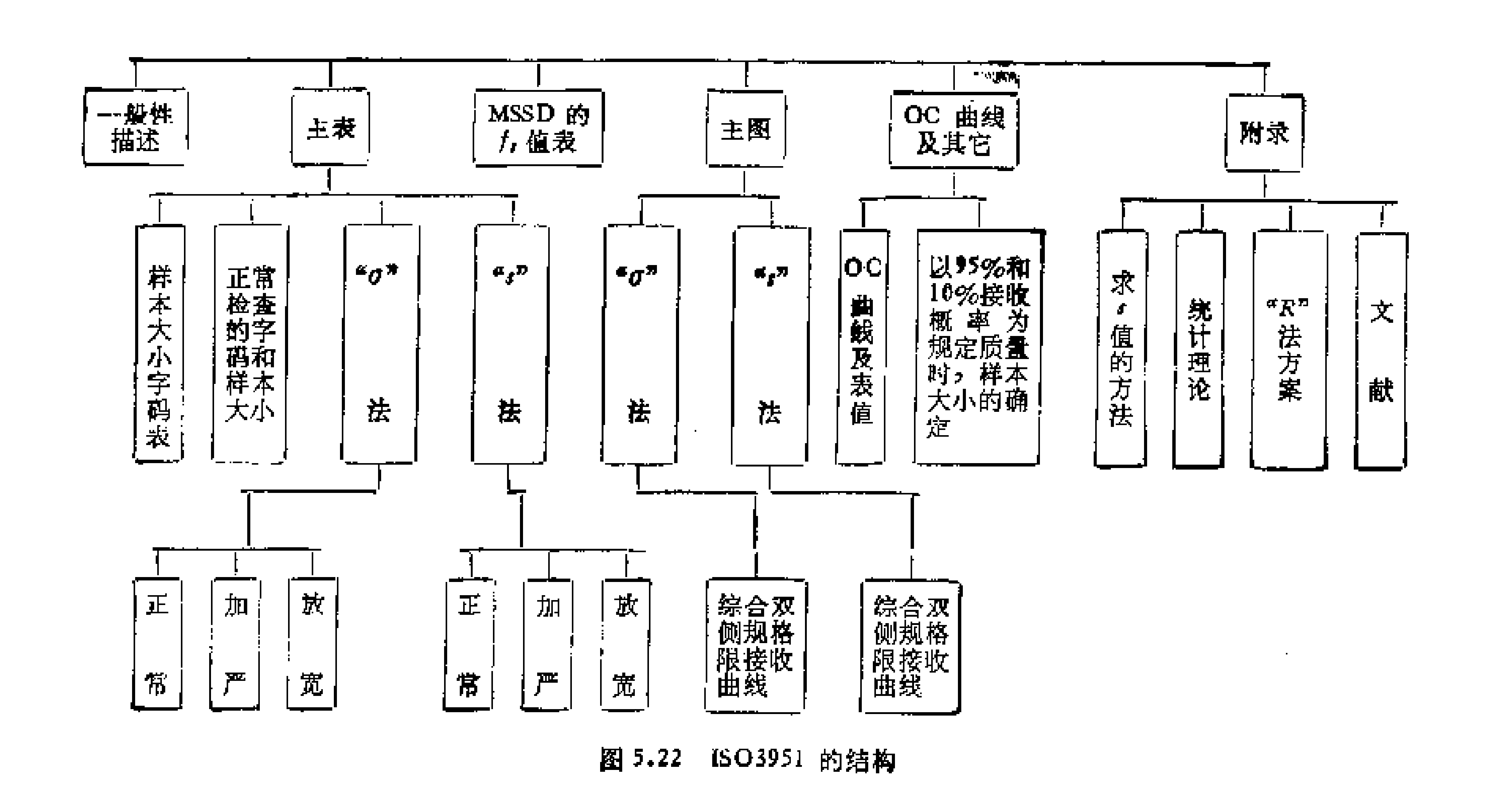


图 5.22 ISO3951 的结构

STD-414(1957)，英国国家标准 BS6002(1979) 和国际标准 ISO3951 (1981)"不合格品率的计量抽样检查程序及图表"等。

我们只介绍 ISO3951(1981)。ISO3951 的结构如图 5.22 所示。

ISO3951 与 ISO2859 是相辅相成的，它与 ISO2859 有相同的指导思想，有基本相同的术语和检查程序，都以 AQL 作为质量指标。不过 ISO3951 AQL 值只有 0.1%—10% 共 11 个不合格品率值。ISO3951 的转移规则与 ISO2859 基本相同。

ISO3951 只有一次抽样方案，并且只能用不合格品率来表示批的质量。它主要适用于连续批的检查，并假设被检计量质量特征值服从或近似服从正态分布。

ISO3951 有标准差 σ 已知时的"σ"法和 σ 未知时的"s"法，共有 8 种检查方式。如果加上附录中的极差 (R) 法(用极差 R 代替样本标准差 s 的抽样检查方法，称为极差法)，共有 12 种检查方式。"σ"法和"s"法的 8 种检查方式，如本章第一节所示。

一般情况下，优先使用"s"法，只有当 σ 可作为已知值看待时，并且在负责者同意的情况下，才能实行"σ"法。具有同一 OC 曲线的"σ"法抽样方案比"s"法所需的样本大小要小。ISO3951 中同一字码、同一 AQL 的"σ"法与"s"法的抽样方案其 OC 曲线是基本相同的。

使用 ISO3951 与使用 ISO2859 一样，要分清单个抽样方案、抽样方案组及抽样系统三个不同的概念。

ISO3951 的检查水平有五个 (见表 5.6)，它们的含义与 ISO2859 相同。

AQL 和样本大小字码一起用来检索 ISO3951 所规定的

抽样方案组。

在 ISO3951 中，综合双侧规格限的"σ"法和"s"法抽样方案是用图的形式给出的，即图解法程序。其余检查方式是用抽样表给出的，即数值法（"k"型方案）程序。

ISO3951 与 ISO2859 一样，有四种检查状态：正常、加严、放宽和暂停。

二、ISO3951 抽样方案组的求法

我们只介绍数值法程序。抽样方案用 (n, k) 的形式给出。n 为样本大小，k 为接收常数。$Q_U = \frac{U-\bar{x}}{\sigma}$ $\left(\text{或 } Q_U = \frac{U-\bar{x}}{s}\right)$ 称为上质量统计量；$Q_L = \frac{\bar{x}-L}{\sigma}$ $\left(\text{或 } Q_L = \frac{\bar{x}-L}{s}\right)$ 称为下质量统计量。

确定抽样方案组前，预先应确定以下几点。

(1) 被检质量特征是否服从或近似服从正态分布。

(2) AQL 值。

(3) 检查方式。

(4) 检查水平。

(5) 批量 N。

(6) 是正常检查、加严检查还是放宽检查。

(7) 是否允许放宽检查。

1."s" 法抽样方案组的求法

a. 单侧规格限

(1) 根据批量 N 和检查水平由表 5.6 查出样本大小字码。

表 5.6 样本大小字码

批量	特殊检查水平		一般检查水平		
	S-3	S-4	I	II	III
2—8	↓	↓	↓	↓	C
9—15	↓	↓	↓	B	D
16—25	↓	↓	B	C	E
26—50	↓	↓	C	D	F
51—90	↓	B	D	E	G
91—150	↓	C	E	F	H
151—280	B	D	F	G	I
281—500	C	E	G	H/I*	J
501—1200	D	F	H	J	K
1201—3200	E	G	I	K	L
3201—10000	F	H	J	L	M
10001—35000	G	I	K	M	N
35001—150000	H	J	L	N	P
150001—500000	I	K	M	P	↑
500001 以上	J	L	N	↑	↑

* 批量 281—400 时用 H，401—500 时用 I。

注：符号“↓”表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之上或之下的第一个抽样方案，即样本大小和接收常数 k。

(2) 根据查得的样本大小字码和 AQL 分别由表 5.7、5.8、5.9 查出正常方案、加严方案和放宽方案。

接收准则为

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{s} \geqslant k \text{（上规格限情形）}$$

$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{s} \geqslant k \text{（下规格限情形）}$$

$\bar{x}$ 和 s 分别是样本大小为 n 的样本均值和标准差。

表 5.7 “s” 法正常检查抽样方案

样本大小字码	样本大小	可接收质量水平（AQL）										
		0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00
		k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1.12	0.958	0.765	0.566
C	4	↓	↓	↓	↓	↓	1.45	1.34	1.17	1.01	0.814	0.617
D	5	↓	↓	↓	↓	1.65	1.53	1.40	1.24	1.07	0.874	0.675
E	7	↓	↓	2.00	1.88	1.75	1.62	1.50	1.33	1.15	0.955	0.755
F	10	↓	2.24	2.11	1.98	1.84	1.72	1.58	1.41	1.23	1.03	0.828
G	15	2.42	2.32	2.20	2.06	1.91	1.79	1.65	1.47	1.30	1.09	0.886
H	20	2.47	2.36	2.24	2.11	1.96	1.82	1.69	1.51	1.33	1.12	0.917
I	25	2.50	2.40	2.26	2.14	1.98	1.85	1.72	1.53	1.35	1.14	0.936
J	35	2.54	2.45	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.57	1.39	1.18	0.969
K	50	2.60	2.50	2.35	2.22	2.08	1.93	1.80	1.61	1.42	1.21	1.00
L	75	2.66	2.55	2.41	2.27	2.12	1.98	1.84	1.65	1.46	1.24	⇑ 1.03
M	100	2.69	2.59	2.43	2.29	2.14	2.00	1.86	1.67	1.48	⇑ 1.26	1.05
N	150	2.73	2.61	2.47	2.33	2.18	2.03	1.89	1.70	⇑ 1.51	1.29	1.07
P	200	2.73	2.62	2.47	2.33	2.18	2.04	1.89	⇑ 1.70	1.51	1.29	1.07

注：① 所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出.

② 符号“↓”表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之下的第一个抽样方案，即样本大小和接收常数 k.

③ 符号“⇑”表示该范围中给出的抽样方案样本大小太大，经负责部门同意，可以采用靠近箭头之上的抽样方案.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

b. 分立双侧规格限

分别对上、下规格限规定 AQL 值，对应上规格限的可接收质量水平记为 AQL_U，对应下规格限的可接收质量水平记

表 5.8 “s”法加严检查抽样方案

样本大小字码	样本大小	可接收质量水平（AQL）										
		0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00
		k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1.12	0.958	0.765
C	4	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1.45	1.34	1.17	1.01	0.814
D	5	↓	↓	↓	↓	↓	1.65	1.53	1.40	1.24	1.07	0.874
E	7	↓	↓	↓	2.00	1.88	1.75	1.62	1.50	1.33	1.15	0.955
F	10	↓	↓	2.24	2.11	1.98	1.84	1.72	1.58	1.41	1.23	1.03
G	15	2.53	2.42	2.32	2.20	2.06	1.91	1.79	1.65	1.47	1.30	1.09
H	20	2.58	2.47	2.36	2.24	2.11	1.96	1.82	1.69	1.51	1.33	1.12
I	25	2.61	2.50	2.40	2.26	2.14	1.98	1.85	1.72	1.53	1.35	1.14
J	35	2.65	2.54	2.45	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.57	1.39	1.18
K	50	2.71	2.60	2.50	2.35	2.22	2.08	1.93	1.80	1.61	1.42	1.21
L	75	2.77	2.66	2.55	2.41	2.27	2.12	1.98	1.84	1.65	1.46	⇑ 1.24
M	100	2.80	2.69	2.58	2.43	2.29	2.14	2.00	1.86	1.67	⇑ 1.48	⇑ 1.26
N	150	2.84	2.73	2.61	2.47	2.33	2.18	2.03	1.89	⇑ 1.70	⇑ 1.51	⇑ 1.29
P	200	2.85	2.73	2.62	2.47	2.33	2.18	2.04	⇑ 1.89	⇑ 1.70	⇑ 1.51	⇑ 1.29

注：① 所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出.

② 符号“↓”表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之下的第一个抽样方案，即样本大小和接收常数 k.

③ 符号“⇑”表示该范围中给出的抽样方案样本大小太大，经负责部门同意，可以采用靠近箭头之上的抽样方案.

为 AQL_L. AQL_U 和 AQL_L 可以相同，也可以不同. 根据规定的检查水平和各自的可接收质量水平，采用本节 a 的方法，分别查出上规格限的方案 (n_U, k_U) 和下规格限的方案 (n_L, k_L). 当 n_U 与 n_L 不相等时，为方便实施，我们可以规定取其中大者作为通用的样本大小，而接收常数不变.

接收准则为

$$Q_U \geqslant k_U \text{ 且 } Q_L \geqslant k_L.$$

表 5.9 “s”法放宽检查抽样方案

样本大小字码	样本大小	可接收质量水平（AQL）										
		0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00
		k	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*
B	3							1.12	0.958	0.765	0.566	0.341
C	3							1.12	0.958	0.765	0.566	0.341
D	3							1.12	0.958	0.765	0.566	0.341
E	3					↓	↓	1.12	0.958	0.765	0.566	0.341
F	4				↓	1.45	1.34	1.17	1.01	0.814	0.617	0.393
G	5		↓	↓	1.65	1.53	1.40	1.24	1.07	0.874	0.675	0.455
H	7	↓	2.00	1.88	1.75	1.62	1.50	1.33	1.15	0.955	0.755	0.536
I	10	2.24	2.11	1.98	1.84	1.72	1.58	1.41	1.23	1.03	0.828	0.611
J	15	2.32	2.20	2.06	1.91	1.79	1.65	1.47	1.30	1.09	0.886	0.664
K	20	2.36	2.24	2.11	1.96	1.82	1.69	1.51	1.33	1.12	0.917	0.695
L	25	2.40	2.26	2.14	1.98	1.85	1.72	1.53	1.35	1.14	0.936	0.712 ⇑
M	35	2.45	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.57	1.39	1.18	⇑ 0.969	0.745
N	50	2.50	2.35	2.22	2.08	1.93	1.80	1.61	1.42	1.21	1.00	0.774
P	75	2.55	2.41	2.27	2.12	1.98	1.84	1.65	⇑ 1.46	1.24	1.03	0.804

注：①所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出．

②符号“↓”表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之下的第一个抽样方案．即样本大小和接收常数 k．

③符号“⇑”表示该范围中给出的抽样方案样本大小太大，经负责部门同意，可以采用靠近箭头之上的抽样方案．

例 5.14 已知 $L=58$，$U=62$，$N=80$，检查水平 II，$AQL_L=0.25\%$，$AQL_U=1.0\%$，试求分立双侧规格限的计量一次抽样方案组．

由 $N=80$，检查水平 II，查表 5.6，得字码 E．分别查表 5.7，5.8，，5.9，得到如表 5.10 所示的方案．

加严检查和放宽检查时，上、下规格限的方案的样本大小不同．按照我们的规定，应分别改成表中带有“＊”的方案．

表 5.10　字码 E, $AQL_U = 1.0\%$, $AQL_L = 0.25\%$ 的抽样方案组（"s"法）

	正常方案	加严方案	放宽方案
上规格限 $AQL_U = 1.0\%$	(7, 1.62)	(10, 1.75)* (7, 1.75)	(7, 1.34)* (4, 1.34)
下规格限 $AQL_L = 0.25\%$	(7, 2.00)	(10, 2.24)	(7, 1.88)

假如我们现在执行加严检查。根据方案，应从批中随机抽取 10 件单位产品，并测得如下数据。

58.5，58.0，60.0，61.0，60.5，59.5，60.5，58.0，61.5，60.0。

计算

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 59.75$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = 1.23$$

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{s} = \frac{62 - 59.75}{1.23} = 1.83$$

$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{s} = \frac{59.75 - 58}{1.23} = 1.42$$

由于 $Q_L(=1.42) < k_L(=2.24)$，故拒收该批。 本例中 10 个样品全为合格品，但批被判为不合格，这一点与计数抽样检查不同，这种情况是计量抽样检查本身所固有的特点。

2. "σ" 法抽样方案的求法

a. 单侧规格限

(1) 根据批量和检查水平由表 5.6 查出样本大小字码.

(2) 根据查出的字码和 AQL 分别由表 5.11、5.12、5.13 查出正常、加严、放宽检查方案.

接收准则为

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{\sigma} \geqslant k \quad \text{(上规格限情形)}$$

$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{\sigma} \geqslant k \quad \text{(下规格限情形)}$$

如果事先已知道 σ 值，就用这个值作为表达式 Q_U、Q_L 中的 σ 值. 如果要从以往的最近的数据来估计，则可用下面的公式

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(n_i - 1)s_i^2}{\sum_{i=1}^{m}(n_i - 1)}} \tag{5.82}$$

一般要求 $m \geqslant 10$, $s_i(i = 1, 2\cdots, m)$ 来自于样本大小分别为 $n_i(i = 1, 2\cdots m)$ 的样本标准差. 这些 s_i 必须处于统计控制状态(用 s 控制图判断)，而且是最近的数据.

b. 分立双侧规格限

分别对上、下规格限规定 AQL_U 和 AQL_L 值. 根据 AQL_U, AQL_L 检查水平和批量查得抽样方案 (n_L, k_L) 和 (n_U, k_U)，当 $n_L \doteq n_U$ 时，用与"s"法一样的方法处理.

其接收准则为

$$Q_U \geqslant k_U \text{ 且 } Q_L \geqslant k_L.$$

例 5.15 已知 $L = 1.285$, $U = 1.365$, $N = 200$，检查水平 II，$AQL_L = 0.40\%$，$AQL_U = 0.65\%$，$\sigma = 0.0104$，试求分立双侧规格限的计量一次抽样方案组.

表 5.11 "σ" 法 正 常 检

样本大小字码	可接收质量											
	0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.00	
	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k
B	↓		↓		↓		↓		↓		↓	
C	↓		↓		↓		↓		↓		2	1.36
D	↓		↓		↓		↓		2	1.58	2	1.42
E	↓		↓		2	1.94	2	1.81	3	1.69	3	1.56
F	↓		3	2.19	3	2.07	3	1.91	4	1.80	4	1.69
G	4	2.39	4	2.30	4	2.14	5	2.05	5	1.88	6	1.78
H	5	2.46	5	2.34	6	2.23	6	2.08	7	1.95	7	1.80
I	6	2.49	6	2.37	7	2.25	8	2.13	8	1.96	9	1.83
J	8	2.54	9	2.45	9	2.29	10	2.16	11	2.01	12	1.88
K	11	2.59	12	2.49	13	2.35	14	2.21	16	2.07	17	1.93
L	16	2.65	17	2.54	19	2.41	21	2.27	23	2.12	25	1.97
M	22	2.69	23	2.57	25	2.43	27	2.29	30	2.14	33	2.00
N	31	2.72	34	2.62	37	2.47	40	2.33	44	2.17	49	2.03
P	42	2.73	45	2.62	49	2.48	54	2.34	59	2.18	65	2.04

注：①所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出。
②符号"↓"表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之下的第
③符号"↑"表示该范围中给出的抽样方案样本大小太大，经负责部门

由 $N = 220$，检查水平 II，查表5.6得字码 G，分别查表5.11，5.12，5.13 得表 5.14 所示的方案。

水 平 (AQL)

1.50		2.50		4.00		6.50		10.00	
n	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*
↓		↓		↓		↓		↓	
2	1.25	2	1.09	2	0.936	3	0.755	3	0.573
2	1.33	3	1.17	3	1.01	3	0.825	4	0.641
3	1.44	4	1.28	4	1.11	5	0.919	5	0.728
4	1.53	5	1.39	5	1.20	6	0.991	7	0.797
6	1.62	7	1.45	8	1.28	9	1.07	11	0.877
8	1.68	9	1.49	10	1.31	12	1.11	14	0.906
10	1.70	11	1.51	13	1.34	15	1.13	17	0.924
14	1.75	15	1.56	18	1.38	20	1.17	24	0.964
19	1.79	22	1.61	25	1.42	29	1.21	33	0.995
28	1.84	32	1.65	36	1.46	42	1.24	49	1.03 ⇑
36	1.86	42	1.67	48	1.48	55 ⇑	1.26	64	1.05
54	1.89	61	1.69	70	1.51	82	1.29	95	1.07
71	1.89	81 ⇑	1.70	93 ⇑	1.51	109	1.29	127	1.07

一个抽样方案，即样本大小和接收常数 *k*.
同意，可以采用靠近箭头之上的抽样方案.

加严检查时，上、下规格限的方案的样本大小不同，按照规定，应改成表中带有“＊”号的方案。

表 5.12 "σ"法加严检

样本大小字码	可接收质量											
	0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.00	
	n	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*
B	↓		↓		↓		↓		↓		↓	
C	↓		↓		↓		↓		↓		↓	
D	↓		↓		↓		↓		↓		2	1.58
E	↓		↓		↓		2	1.94	2	1.81	3	1.69
F	↓		↓		3	2.19	3	2.07	3	1.91	4	1.80
G	3	2.49	4	2.39	4	2.30	4	2.14	5	2.05	5	1.88
H	4	2.55	5	2.46	5	2.34	6	2.23	6	2.08	7	1.95
I	6	2.59	6	2.49	6	2.37	7	2.25	8	2.13	8	1.96
J	7	2.63	8	2.54	9	2.45	9	2.29	10	2.16	11	2.01
K	11	2.72	11	2.59	12	2.49	13	2.35	14	2.21	16	2.07
L	15	2.77	16	2.65	17	2.54	19	2.41	21	2.27	23	2.12
M	20	2.80	22	2.69	23	2.57	25	2.43	27	2.29	33	2.14
N	30	2.84	31	2.72	34	2.62	37	2.47	40	2.33	44	2.17
P	40	2.85	42	2.73	45	2.62	49	2.48	54	2.34	59	2.18

注：①所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出．
②符号"↓"表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之下的第
③符号"⇑"表示该范围中给出的抽样方案样本大小太大，经负责部门

假如我们现在执行正常检查，随机抽取的 5 个样品的测试数据为

查 抽 样 方 案

水　平　(AQL)

1.50		2.50		4.00		6.50		10.00	
n	k	n	k	n	k	n	k	n	k
↓		↓		↓		↓		↓	
2	1.36	2	1.25	2	1.09	2	0.936	3	0.755
2	1.42	2	1.33	3	1.17	3	1.01	3	0.825
3	1.56	3	1.44	4	1.28	4	1.11	5	0.919
4	1.69	4	1.53	5	1.39	5	1.20	6	0.991
6	1.78	6	1.62	7	1.45	8	1.29	9	1.07
7	1.80	8	1.68	9	1.49	10	1.31	12	1.11
9	1.83	10	1.70	11	1.51	13	1.34	15	1.13
12	1.88	14	1.75	15	1.56	18	1.38	20	1.17
17	1.93	19	1.79	22	1.61	25	1.42	29	1.21
25	1.97	28	1.84	32	1.65	36	1.46	42 ⇧	1.24
38	2.00	36	1.86	42	1.67	48	1.48 ⇧	55 ⇧	1.26
49	2.03	54	1.89	61 ⇧	1.69	70	1.51	82	1.29
65	2.04	71 ⇧	1.89	81	1.70	93	1.51	109	1.29

一个抽样方案．即样本大小和接收常数 k．
同意．可以采用靠近箭头之上的抽样方案．

1.327，1.333，1.336，1.330，1.341
计算

表5.13 "σ" 法 放 宽 检

样本大小字码	可接收质量											
	0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.00	
	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k
B		↓		↓		↓		↓		↓		↓
C												
D												
E												
F									2	1.36	2	1.25
G							2	1.58	2	1.42	2	1.33
H			2	1.94	2	1.81	3	1.69	3	1.56	3	1.44
I	3	2.19	3	2.07	3	1.91	4	1.80	4	1.69	4	1.53
J	4	2.30	4	2.14	5	2.05	5	1.88	6	1.78	6	1.62
K	5	2.34	6	2.23	6	2.08	7	1.95	7	1.80	8	1.68
L	6	2.37	7	2.25	8	2.13	8	1.96	9	1.83	10	1.70
M	9	2.45	9	2.29	10	2.16	11	2.01	12	1.88	14	1.75
N	12	2.49	13	2.35	14	2.21	16	2.07	17	1.93	19	1.79
P	17	2.54	19	2.41	21	2.27	23	2.12	25	1.97	28	1.84

注：①所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出。
②符号"↓"表示该范围中没有合适的抽样方案，应采用箭头之下的第
③符号"↑"表示该范围中给出的抽样方案样本大小太大．经负责部门

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.333$$

查 抽 样 方 案

水 平 (AQL)

1.50		2.50		4.00		6.50		10.00	
n	k	n	k	n	k	n	k	n	k
↓		↓		↓		↓		↓	
2	1.09	2	0.936	3	0.755	3	0.573	4	0.344
3	1.17	3	1.01	3	0.825	4	0.641	4	0.429
4	1.28	4	1.11	5	0.919	5	0.723	6	0.515
5	1.39	5	1.20	6	0.991	7	0.797	8	0.584
7	1.45	8	1.28	9	1.07	11	0.877	12	0.649
9	1.49	10	1.31	12	1.11	14	0.906	16	0.685
11	1.51	13	1.34	15	1.13	17	0.924	20	0.706 ⇑
15	1.56	18	1.38	20	1.17	24 ⇑	0.964	27	0.737
22	1.61	25	1.42	29 ⇑	1.21	33	0.995	38	0.770
32	1.65	36 ⇑	1.46	42	1.24	49	1.03	56	0.803

一个抽样方案，即样本大小和接收常数 k。
同意，可以采用靠近箭头之上的抽样方案。

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{\sigma} = \frac{1.365 - 1.333}{0.0104} = 3.08$$

表 5.14 字码 G，$AQL_U = 0.65\%$，$AQL_L = 0.40\%$ 的抽样方案组（"σ" 法）

	正常方案	加严方案	放宽方案
上规格限 $AQL_U = 0.65\%$	(5, 1.88)	(5, 2.05)	(2, 1.42)
下规格限 $AQL_L = 0.40\%$	(5, 2.05)	(5, 2.14)* (4, 2.14)	(2, 1.58)

$$Q_L = \frac{\bar{x} - L}{\sigma} = \frac{1.333 - 1.285}{0.0104} = 4.62$$

因 $Q_U(=3.08) > k_U(=2.05)$ 且 $Q_L(=4.62) > k_L(=1.88)$，故接收该批。

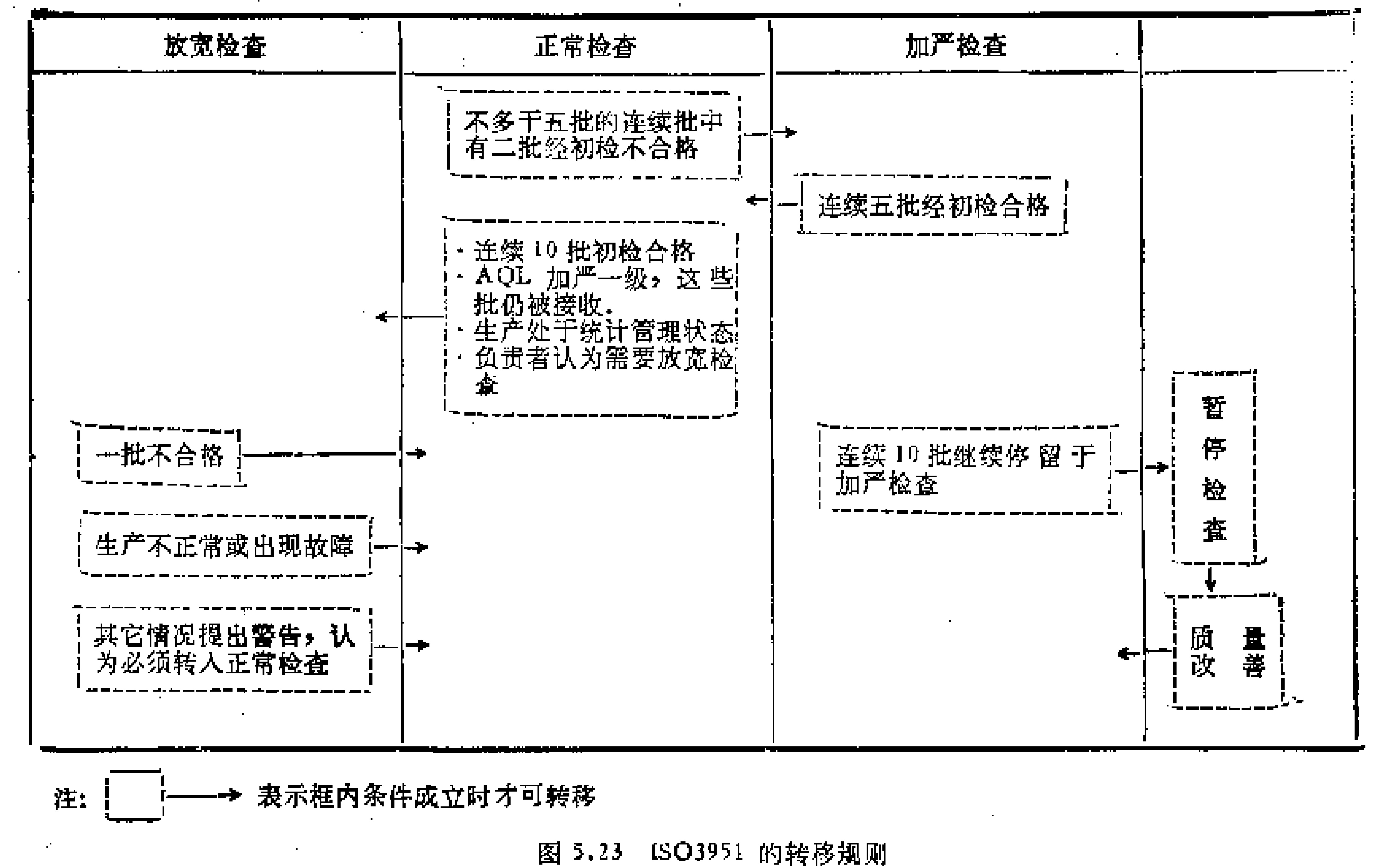
3. ISO3951的转移规则

"s"与"σ"法的转移规则见图 5.23。

开始时，一般使用"s"法，但当 s 控制图显示 s 处于控制状态时，经负责者同意，在适当的时候可从 "s" 法转换到"σ"法。

不能继续把标准差看作已知时，应从"σ"法转回到"s"法。

从正常检查转移到放宽检查的规则中"AQL 加严一级"是指：比指定的AQL小一级的AQL。例如，比 1.50% 小一级的 AQL 是1.00%，比 0.40% 小一级的 AQL 是 0.25%。当正常检查（"s" 法）字码为 H，AQL = 1.50% 时，抽样方案为 $(n, k) = (20, 1.69)$，而加严一级 AQL 的抽样方案为 (20, 1.82)。如果连续 10 批在 (20, 1.69) 的情况下接收，同时又



注：□——→ 表示框内条件成立时才可转移

图 5.23 ISO3951 的转移规则

表5.15 "s"法最大样本

样本大小	可接收质量水					
		0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
3						
4						
5						0.294
7				0.242	0.253	0.266
10			0.214	0.224	0.235	0.248
15	0.188	0.195	0.202	0.211	0.222	0.235
20	0.183	0.190	0.197	0.206	0.216	0.229
25	0.180	0.187	0.193	0.203	0.212	0.225
35	0.176	0.183	0.189	0.198	0.208	0.220
50	0.172	0.178	0.184	0.194	0.203	0.214
75	0.168	0.174	0.181	0.189	0.199	0.211
100	0.166	0.172	0.179	0.187	0.197	0.208
150	0.163	0.170	0.175	0.185	0.193	0.206
200	0.163	0.168	0.175	0.183	0.193	0.203
	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00
	可接收质量水					
			0.10	0.15	0.25	0.40
			可接收质			

注：MSSD $= f_s(U-L)$，在综合双侧或复合双侧规格限，当样本标准差大
的接收曲线判断该批是否接收。

标准差（MSSD）的 f_s 值

平（正常检查）						
1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00	
		0.436	0.453	0.475	0.502	0.538
0.339	0.353	0.374	0.399	0.432	0.472	0.528
0.308	0.323	0.346	0.372	0.408	0.452	0.511
0.280	0.295	0.318	0.345	0.381	0.425	0.485
0.261	0.276	0.298	0.324	0.359	0.403	0.460
0.248	0.262	0.284	0.309	0.344	0.386	0.442
0.242	0.255	0.277	0.302	0.336	0.377	0.432
0.238	0.251	0.273	0.297	0.331	0.372	0.426
0.232	0.245	0.266	0.291	0.323	0.364	0.416
0.227	0.241	0.261	0.284	0.317	0.356	0.408
0.223	0.235	0.255	0.279	0.310	0.348	0.399
0.220	0.233	0.253	0.276	0.307	0.345	0.395
0.216	0.230	0.249	0.271	0.302	0.341	0.388
0.215	0.228	0.248	0.269	0.302	0.338	0.386
1.50	2.50	4.00	6.50	10.00		
平（加严检查）						
0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00
量水平（放宽检查）						

于相应的 MSSD 时，立即拒收该批，当小于等于相应的 MSSD 时，必须用相应

在(20，1.82)的情况下也接收，而且生产处于统计管理状态，负责者同意放宽检查，则方可从第11批起执行放宽检查方案(7，1.33)。

ISO3951 中还有一张重要的表是求"*s*"法最大样本标准差 MSSD 的 f_s 值(见表 5.15)。

第四节　计量调整型抽样检查的国家标准

一、国家标准简介

国标 GB6378-86"不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查)"是参照 ISO3951-81 制定的，它是我国有关计量抽样检查方面的第一个标准，也是一个用途广泛，技术难度大，极其重要的基础标准。

国标的设计原则是：应具有先进性、科学性和实用性，即要与 ISO3951 尽量保持一致，以利于国际贸易，但还要符合我国国情，便于实际部门推广使用。

国标的设计方针是

a. 统计原理原则上参照 ISO3951。

b. 图表基本参照使用 ISO3951。

c. 标准结构与 GB2828-81"逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查)"尽量保持一致。

d. 文字说明部分结合我国工业部门具体情况重新编写。

e. 重新编写标准所涉及的统计原理，作为标准的宣贯教材。

国标的结构如图 5.24 所示。

国标仅适用于连续批的场合，以不合格品率表示批的质量，并用来控制过程不合格品率不超过某个指定值。标准规

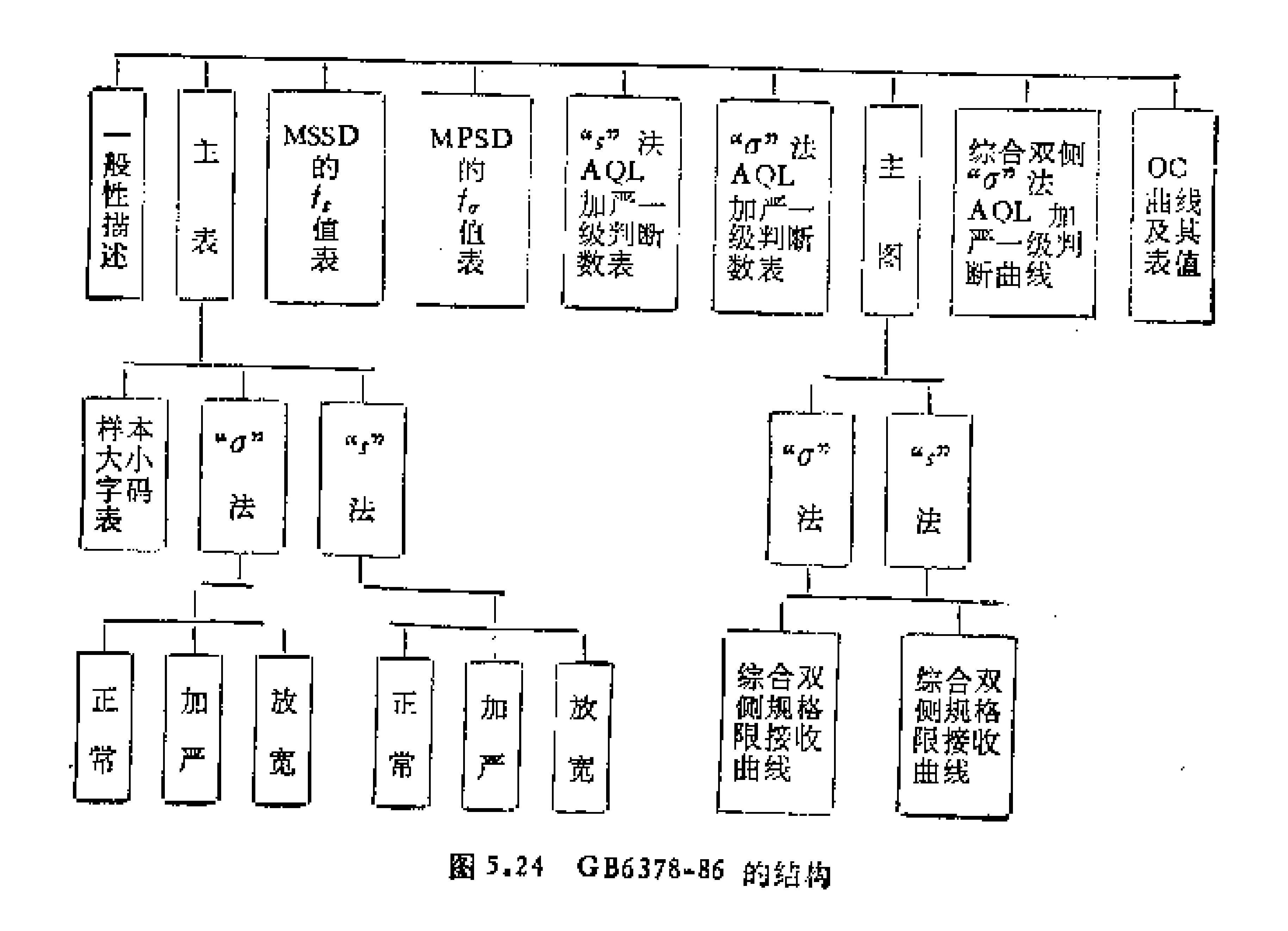


图 5.24 GB6378-86 的结构

表 5.16 "s" 法 放 宽 检 查

样本大小字码	可接收质量				
	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
	d	d	d	d	d
B	↓	↓	↓	↓	↓
C	↓	↓	↓	↓	↓
D	↓	↓	↓	↓	1.76
E	↓	↓	2.13	2.00	1.88
F	↓	2.35	2.24	2.11	1.98
G	2.53	2.42	2.32	2.20	2.06
H	2.58	2.47	2.36	2.24	2.11
I	2.61	2.50	2.40	2.26	2.14
J	2.65	2.54	2.45	2.31	2.18
K	2.71	2.60	2.50	2.35	2.22
L	2.77	2.66	2.55	2.41	2.27
M	2.80	2.69	2.58	2.43	2.29
N	2.84	2.73	2.61	2.47	2.33
P	2.85	2.73	2.62	2.47	2.33

注：①所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出。
②本表仅用来判断从正常检查转移到放宽检查的条件中"AQL 加严"
Q_L 与同一字码和 AQL 所对应的判断数 d 相比较，若大于等于 d 则

定了以可接收质量水平（AQL）为质量指标的一次计量抽样方案和检查程序。被检计量特征必须服从或近似服从正态分

AQL 加严一级判断数

水平 (AQL)					
1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00
d	d	d	d	d	d
↓	↓	1.27	1.12	0.958	0.765
1.54	1.45	1.34	1.17	1.01	0.814
1.65	1.53	1.40	1.24	1.07	0.874
1.75	1.62	1.50	1.33	1.15	0.955
1.84	1.72	1.58	1.41	1.23	1.03
1.91	1.79	1.65	1.47	1.30	1.09
1.96	1.82	1.69	1.51	1.33	1.12
1.98	1.85	1.72	1.53	1.35	1.14
2.03	1.89	1.76	1.57	1.39	1.18
2.08	1.93	1.80	1.61	1.42	1.21
2.12	1.98	1.84	1.65	1.46	1.24
2.14	2.00	1.86	1.67	1.48	1.26
2.18	2.03	1.89	1.70	1.51	1.29
2.18	2.04	1.89	1.70	1.51	1.29

一级" 后批是否仍被接收. 方法是: 将正常检查的接收批的质量统计量 Q_U 或
称该批经 AQL 加严一级接收. 否则称该批经 AQL 加严一级拒收.

布。抽样方案必须与转移规则一起使用，即必须以方案组的形式加以使用，不能以单个方案的形式加以使用。

表5.17 "σ"法放宽检查

样本大小字码	可接收质量				
	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
	d	d	d	d	d
B	↓	↓	↓	↓	↓
C	↓	↓	↓	↓	↓
D	↓	↓	↓	↓	1.81
E	↓	↓	2.02	1.94	1.84
F	↓	2.28	2.19	2.07	1.96
G	2.58	2.39	2.30	2.21	2.05
H	2.62	2.46	2.36	2.23	2.12
I	2.63	2.49	2.41	2.29	2.13
J	2.67	2.57	2.45	2.32	2.18
K	2.72	2.61	2.51	2.37	2.24
L	2.78	2.66	2.56	2.43	2.29
M	2.82	2.70	2.59	2.44	2.31
N	2.85	2.74	2.63	2.48	2.35
P	2.86	2.74	2.63	2.50	2.35

注：①所有的 AQL 值均以不合格品率(%)给出.

②本表仅用来判断从正常检查转移到放宽检查的条件中"AQL 加严 Q_L 与同一字码和 AQL 所对应的判断数 d 相比较，若大于等于 d，

单侧规格限及分立双侧规格限方案采用的是"k"型方案，综合双侧规格限采用的是图解法(接收准则用接收曲线表

AQL 加 严 一 级 判 断 数

水平 (AQL)					
1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00
d	d	d	d	d	d
↓ 1.58	↓ 1.36	↓ 1.25	↓ 1.09	↓ 0.980	↓ 0.755
1.58 1.69 1.80	1.42 1.56 1.69	1.35 1.46 1.60	1.17 1.28 1.39	1.01 1.16 1.25	0.917 0.919 1.03
1.93 1.95 1.99	1.78 1.83 1.86	1.66 1.71 1.72	1.48 1.51 1.55	1.31 1.35 1.37	1.11 1.14 1.15
2.03 2.08 2.13	1.91 1.95 1.99	1.76 1.82 1.86	1.59 1.63 1.67	1.40 1.44 1.48	1.20 1.23 1.26
2.16 2.19 2.19	2.01 2.04 2.05	1.88 1.91 1.91	1.69 1.71 1.72	1.50 1.53 1.53	1.28 1.31 1.31

一级"后批是否仍被接收．方法是：将正常检查的接收批的质量统计量 Q_U 或
则称该批经 AQL 加严一级接收，否则称该批经 AQL 加严一级拒收．

示)．AQL 的范围是：0.10%—10.0%共 11 个．

所有主表、OC 曲线及其表值、"s"法接收曲线完全与

ISO3951 相同。最大样本标准差 MSSD 的 f_s 值表与 ISO3951 的 MSSD 的 f_s 值表相同(见表 5.15)。其余部分国标或多或少地对 ISO3951 作了一些调整、补充及修改。

除结构与 ISO3951 大不相同以外，国标与 ISO3951 的主要不同点如下。

(1) 国标增加了二张 AQL 加严一级判断数表及一组"σ"法综合双侧规格限 AQL 加严一级判断曲线(参见图 5.22、5.24)。

ISO3951 规定由正常转移到放宽检查的条件之一为: AQL 加严一级时，这些批仍被接收(参见图 5.23)。这一条件在下述两种场合无法直接执行。

a. 单侧及双侧规格限情形下的"σ"法。

b. "σ"法和"s"法正常检查主表左上角的箭头区以及 AQL 系列中的最小者(参见表 5.7，表 5.11)。

为弥补 ISO3951 的这一不足，国标特增设了表 5.16(国标中表 8.11)——"s"法放宽检查 AQL 加严一级判断数；表 5.17(国标中表 8.12)——"σ"法放宽检查 AQL 加严一级判断数。

(2) 国标增加了"σ"法综合双侧规格限的最大过程标准差表。

在"σ"法综合双侧规格限检查时，当所用 σ 值大于 σ_M (见(5.50)式)时，批肯定拒收。此时抽样检查没有意义。国标中把 σ_M 记为 MPSD，最大样本标准差 s_M (见(5.76)式)记为 MSSD。ISO3951 中没有考虑 MPSD 是不妥的。引进 MPSD 值后，原 ISO3951 中"σ"法综合双侧规格限的接收曲线都要在相应的 f_σ 处截平。国标给出了"σ"法综合双侧规格限截平了的接收曲线，表 5.18 给出了国标中表 8.10"σ"法最大过程标准差(MPSD)的 f_σ 值。

(3) 国标修改了"暂停规则"。

表 5.18 “σ” 法最大过程标准差（MPSD）的 f_σ 值

AQL(%)	f_σ	AQL(%)	
正常检查		加严检查	放宽检查
	0.147	0.10	
0.10	0.152	0.15	
0.15	0.158	0.25	0.10
0.25	0.165	0.40	0.15
0.40	0.174	0.65	0.25
0.65	0.184	1.00	0.40
1.00	0.194	1.50	0.65
1.50	0.206	2.50	1.00
2.50	0.223	4.00	1.50
4.00	0.244	6.50	2.50
6.50	0.271	10.00	4.00
10.00	0.304		6.00
	0.347		10.00

注：MPSD $= f_\sigma(U-L)$. 在综合双侧或复合双侧规格限，当用于“σ”法的过程标准差值大于相应的 MPSD 时，立即拒收该批；当小于等于相应的 MPSD 时，必须用相应的接收曲线判断该批是否接收.

国标把加严至暂停的规则修改为：加严检查开始后，拒收的批数累计到五批时，暂时停止按本标准进行的检查.

如以 A_T 记加严检查批接收，R_T 记加严检查批拒收，则下列这些连续系列批在“〃”处将暂停检查：

* $R_TR_TR_TR_TR_T$″

* $A_TA_TA_TR_TA_TA_TR_TA_TA_TR_TA_TR_TA_TA_TA_TA_TR_T$″

* $A_TA_TA_TA_TR_TA_TA_TA_TA_TR_TA_TA_TA_TA_TR_TA_TA_TA_TA_TR_TA_TA_TA_TA_TR_T$″

作了这种修改后，整个转移规则就与 $GB2828$-81 相同了. 这就为两个标准在同一检查系统中交替使用或联合使用提供了方便.

（4）国标重新编写了“s”法与“σ”法之间的转换规则.

在 ISO3951 中，"s"法与"σ"法之间的转换规则写得不很清晰，甚至基本未提及，这给使用带来了困难。

国标的转换规则如下(符号、表号、图号，章节号为国标中的原编号)：

5.1 一般规定

检查开始时，一般采用"s"法。如有充足的理由说明过程标准差已知，经负责部门同意，也可从"σ"法开始。

"s"法与"σ"法各自独立使用转移规则。

5.2 从"s"法到"σ"法

如果在执行"s"法时，检查处于正常或放宽状态，且s控制图和质量分析报告表明样本标准差s值已处于统计控制状态，则由负责部门指定，从适当的时候起使用"σ"法。此时从"σ"法的正常检查开始。

当所确定的过程标准差σ值大于第 8 章中表 10 相应的最大过程标准差 MPSD 值时，不得从"s"法转向"σ"法。"σ"法所用的过程标准差σ值的确定方法见 7.7.2。

5.3 从"σ"法到"s"法

5.3.1 当执行"σ"法时，若出现下列情况之一，则立即执行"s"法。

① s控制图出现异常。

②有理由说明过程标准差已发生变化。

③ s控制图虽未显示异常，但某点超过相应的最大过程标准差 MPSD，且用该点及相邻的连续九点对应的样本标准差，所估算的过程标准差仍大于上述最大过程标准差 MPSD。

5.3.2 当s控制图显示出过程标准差变小时，可继续使用"σ"法。

当转换前的"σ"法处于正常检查或放宽检查时，转换后的"s"法从正常检查开始。

当转换前的“σ”法处于加严检查，或估算出的新的过程标准差超过加严一级 AQL 的最大过程标准差时，转换后的“s”法须从加严检查开始。

(5) 国标增加了复合双侧规格限的检查方式。

复合双侧规格限是综合双侧规格限和单侧规格限的复合形式，即对上、下规格限规定一个总的 AQL，又对其中一侧规格限单独规定一个 AQL 的方案。其接收区域如图 5.25 所示。

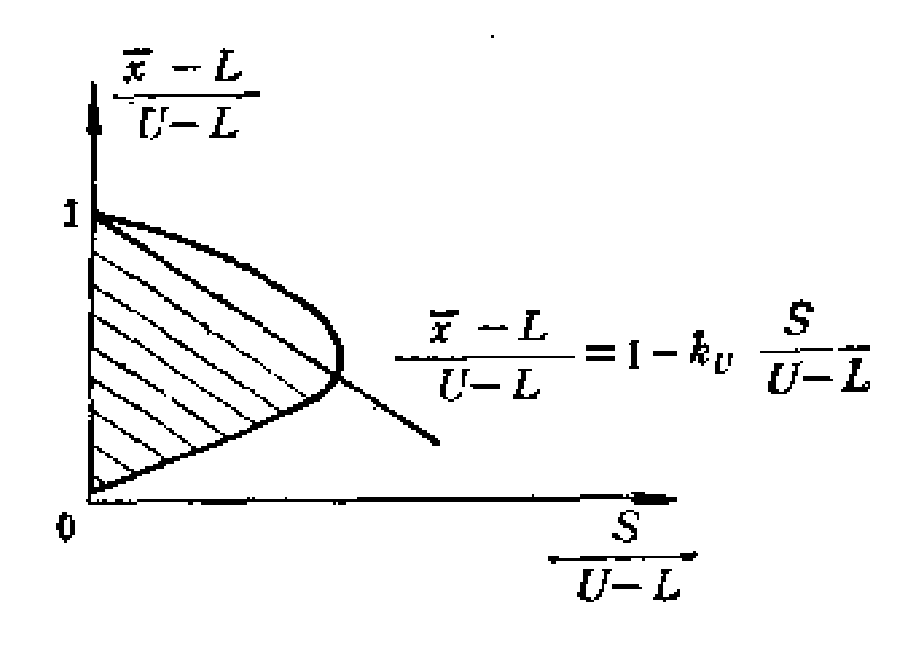


图 5.25 国际“s”法复合双侧规格限接收域

二、国家标准的实施

1. 实施国标的程序如下。

a. 选择检查方式。

b. 规定检查水平。

c. 规定可接收质量水平。

d. 规定抽样方案的严格性。

e. 提交产品。

f. 检索抽样方案。

g. 抽取样本。

h. 检查样本。

i. 判断批接收与否。

j. 处理检查批。

2. 检查方式的选择

(1) 规格限的选取

单侧或双侧规格限的选择，取决于技术标准、订货合同及其它文件中对计量质量特征规格限的规定。

对于双侧规格限，当需要分别控制超出上规格限和低于下规格限的不合格品率时，采用分立双侧规格限；当只需要控制总的不合格品率时，采用综合双侧规格限；如果不仅要控制总的不合格品率，而且特别要控制其中一侧规格限的不合格品率时，采用复合双侧规格限。

(2) "s" 法与 "σ" 法的选取

当过程标准差已知时用 "σ" 法，未知时用 "s" 法。一般应从 "s" 法开始。"s" 法与 "σ" 法之间的转换见前述的转换规则。

应用 "σ" 法时，要事先确定过程标准差的具体值。确定方法参见本章第二节中介绍的方法。

在 OC 曲线基本相同的情况下，使用 "σ" 法所抽取的样本大小比 "s" 法要小。

3. 检查水平的规定

国家标准规定了三个一般检查水平 I, II, III 和二个特殊检查水平 S-3 和 S-4。在没有特别要求的情况下，通常使用检查水平 II；当可以降低抽样方案对批质量的判别力时，采用检查水平 I；当需要提高抽样方案对批质量的判别力时，采用检查水平 III。

特殊检查水平 S-3 和 S-4，主要用于即使增加误判的风

险，仍希望尽量减少样本大小的场合。

检查水平高时对批质量的鉴别力比检查水平低时对批质量的鉴别力高。同一批量检查水平变化时对供货方风险 α 有一定影响，但影响较小，而对订货方风险 β 影响却较大。因此，检查水平的确定，应根据具体问题由负责者指定或由双方协商解决。

在确定一般检查水平时可参考下面几点。

a. 产品的构造复杂性与价格：结构简单，价格便宜的产品应比构造复杂，价格较高的产品的检查水平高。

b. 检查费用：每个样品的平均检查费用大于每个不合格品的平均处理费用时应用较低的检查水平。

c. 生产稳定性：断续性生产应比稳定的连续性生产的检查水平高，新产品也多用较高的检查水平。

d. 各批之间质量的差异性：各批之间质量较均匀可用较低的检查水平。

e. 批内各产品间的质量差异性：批内的质量波动幅度小可用较低的检查水平。

f. 产品使用上的要求：如降低了批质量鉴别力和稍增大了订货方的风险而对实际使用无妨碍时，可用较低的检查水平。如果产品使用上有特殊要求则应用高检查水平。

在下列场合可考虑使用特殊检查水平。

a. 破坏性检查的价格昂贵的产品。

b. 检查费用昂贵。

c. 检查试验时间长。

d. 批内质量波动极小。

4. 可接收质量水平的规定

应对各种不合格类的计量质量特征规定合适的 AQL，并

在产品技术标准或订货合同等文件中明确规定。如选用国标以外的其它值，则国标的各图表均不适用。

对各质量特征规定可接收质量水平前，要首先对各质量特征进行不合格分类。按照不合格的严重程度，可把不合格分成若干类，一般可以分为 *A*，*B*，*C* 三类，但不包含要求 AQL 为零的计量质量特征。

A 类不合格对于产品的质量有着最严重的影响。在抽样检查中，应使用非常小的可接收质量水平 AQL 值。

B 类不合格对于产品的质量有着较严重的影响。在抽样检查中，可使用比 *A* 类大，而较 *C* 类为小的可接收质量水平 AQL 值。

C 类不合格对于产品的质量只有较轻微的影响。在抽样检查中，可使用比 *A* 类和 *B* 类都大的可接收质量水平 AQL 值。

对单侧规格限，只对需要控制的规格限规定可接收质量水平 AQL 值；对分立双侧规格限，应分别对上、下规格限规定可接收质量水平 AQL 值，这两个可接收质量水平值可以相同，也可以不同；对综合双侧规格限，应对上、下规格限规定一个总的可接收质量水平 AQL 值；对复合双侧规格限，除必须对上、下规格限规定一个总的可接收质量水平 AQL 值以外，还要对需要控制的某一侧规格限规定可接收质量水平 AQL 值。

规定可接收质量水平，并不意味着供货方有权提供任何已知的不合格品。

制定 AQL 的一个重要依据是过程平均。如果过程平均比订货方愿意容忍的质量要好，特别是，如果这个过程平均是许多供货方的最低数值，则使所选的 AQL 略高于这个过程平均；如果过程平均比双方能合理接收和使用的值大，则使所

选的 AQL 应小于这个过程平均。

一些特殊考虑可不管过程平均而确定 AQL，比如，有时，不合格品引起的损失很大，以致大于某个不合格品率，这样产品的价值将低于产品所花费的成本。在这种情况下，可要求把 AQL 设置在等于或小于盈亏平衡点上，即使此时提交批的大部分被拒收也如此。

如果不合格产品将导致在以后的加工和装配中的材料和时间的显著浪费，则 AQL 应选得更小一些。

如果供货方提供的产品质量比较坏而又不能有准备地加以改善，但购货方又十分需要这种产品，那么 AQL 可定得大一些。

5. 产品的提交

单位产品按批的形式提交，提交次序应按生产次序。检查批可以与交验批、销售批、运输批相同或不同。必要时，供货方要提供足够适用的储存场地、设备及人员等必要条件，以便于对批的管理、取样和测试。

6. 方案的检索及对批接收与否的判断

方案的检索及对批接收与否的判断，其方法完全与 ISO3951 相同。

7. 样本的抽取

抽样一般在批组成之后，但也可以在批的形成过程中。样本应从整批中随机抽取。

8. 样本的检查

样本的检查要按规定的测量、试验或其他方法，对样本中

的单位产品逐个进行，并把检查结果完整准确地记录在专用的记录图表中。

这些图表一般包括下述内容。

a．样本观察值及统计处理。

b．本批产品的处理意见。

c．生产过程质量控制原始资料的记录。

d．本批产品质量分析报告。

e．执行转移规则和方法转换所需的各种记录。

9. 批的处理

对判为接收的批，订货方应整批接收，但样本中的不合格品应予以剔除或替换．判为不合格的批，未经订货方同意，供货方不能不加任何处理重新整批或部分地或与其它新批混合在一起再次提交检查。

按照产品技术标准或订货合同等文件中的规定，把已判为不接收的批，可以进行筛选、修复或降价等处理，特殊产品也可以作报废处理．但在可能的条件下，也允许剔除不合格品而替换成合格品或将不合格品修复后，再次提交检查。再次提交批的检查项目、复查次数及其抽检方法等按技术文件或订货合同等文件中的规定执行。

提交检查已被判为接收的批中，再发现不合格品时，不影响原来的批的判断结论．但不合格品的处理由供货方与订货方协商处理。

10. 样本大小大于或等于批量时的规定

当所用抽样方案的样本大小大于或等于批量时，进行百分之百检查，并按照下述方法对批的接收与否作出判断：当所得的批不合格品率大于规定的可接收质量水平 AQL 时，

则拒收该批；否则接收该批。全检批参与严格性调整，对判断结果要作记录。

11. 异常数据的判断与处理

对异常数据的判断，首先必须查找产生异常数据的技术原因或物理原因。当无法查找时，经负责部门同意，可按GB4883-85“数据的统计处理和解释正态样本异常值的判断和处理”执行。

从样本中剔除异常数据后，一般应从整批中再随机抽取若干个单位产品，补充至原有的样本大小。如果无法补足，批的处理由供货方与订货方协商解决。一般情况下，这些批仍参与严格性调整。

12. 控制图的应用

无论采用“s”法还是“σ”法，都要用控制图记录样本均值 $\bar{x}$ 和样本标准差 s。s 控制图是“s”法与“σ”法之间互相转换的依据。

在使用综合双侧规格限和复合双侧规格限的“s”法时，要同时把最大样本标准差 MSSD 值(参看表 5.15)标在 s 控制图上，作为批不接收的一个标志值。

控制图的使用按 GB4091.1-83“常规控制图总则”及 GB 4091.2-83“平均值-标准差控制图($\bar{x}$-s 图)”执行。

控制图主要用来查明质量特征的变化趋向，批接收与否的判断不取决于控制图。

第六章　正交设计与参数设计

1920年英国学者费歇耳（R. A. Fisher）创造了“试验设计”并首先应用在农业生产中。二次世界大战期间，英美等国将试验设计应用于兵工生产中，取得了丰硕的成果。五十年代日本田口玄一博士发展了英美的试验设计，推广了用“正交表”来安排试验和分析结果，这就是“正交设计”。日本的正交设计较之英美的试验设计更便于普及和推广，且更加适用。正交设计对于改革旧工艺，设计新产品是一种行之有效的科学方法，它能在众多的试验条件中，选出代表性强的少数次试验条件，并通过少数次试验找到最佳工艺条件或最优设计方案。六十年代，田口玄一博士把正交试验设计用于新产品的设计，创造了以参数设计为核心的产品优化设计方法。

在日本，称生产过程中的质量控制为线内质量控制，称生产过程外的质量控制(主要指产品设计中的质量控制)为线外质量控制。线内、线外质量控制技术在日本的大量应用，是日本工业飞速发展的主要原因之一。在日本，一个工程师如果不具备线内、线外质量控制技术，据说只能算半个工程师。

本章共分六节，前两节介绍正交设计，后四节介绍参数设计。

第一节　正交表简介

在讲述正交表以前，首先让我们介绍正交设计中几个常用的基本概念。

一、指标、因素和水平

每当我们进行一次试验时，首先要明确试验的目的是什么？用什么指标来衡量试验的效果？例如某光学厂使用超声波清洗机，清洗出的玻璃质量时好时坏，很不稳定。我们的目的是为了提高清洗质量，寻找超声波清洗的最优工艺条件。每次试验都用 16 块合格玻璃清洗，试验考核的指标是清洗后光洁度合格的玻璃数量，越多越好。因此，所谓指标，就是用来衡量试验效果的一个质量特征值。

在超声波清洗试验中，根据试验目的和指标，我们发现清洗温度、清洗时间、加碱量、超声波频率、电压、车间内温度、湿度、清洗溶液配方等都对试验指标产生影响。我们称影响试验指标的原因为因素。有一类因素在试验中可以人为加以调节和控制，称为可控因素。例如清洗温度、清洗时间、加碱量等。另一类因素，由于自然、技术和设备等条件的限制，暂时还不能人为调节和控制，称为不可控因素。例如超声波频率（因清洗机是固定频率的），车间内温、湿度（车间内没有恒温、空调设备）等是不可控因素。正交试验中所考察的因素都是可控因素，因此今后提到的因素均为可控因素。

只考察一个因素的试验称为单因素试验，考察两个以上因素的试验称为多因素试验。正交设计法是一个适用于考察多因素试验的方法。因素越多，越能显示出正交设计法的优越性。

因素在试验中所处的各种状态称为因素的水平。若某个因素在试验中要考察 t 种状态，就称为 t 水平的因素。例如清洗温度取三种状态：50℃，55℃，60℃，则清洗温度就是一个三水平因素。

二、正 交 表

正交表是已经制作好的一套规格化的表格，是正交设计的基本工具。

正交表按其类型划分，有水平数相等的正交表与水平数不等的正交表(亦称为混合水平正交表)，现分别介绍如下。

1. 水平数相等的正交表

水平数相等的正交表，按水平数的多少又分为二水平正交表，如：$L_4(2^3)$、$L_8(2^7)$、$\cdots$；三水平正交表，如：$L_9(3^4)$、$L_{27}(3^{13})$、$\cdots$；等。下面以 $L_8(2^7)$ 为例说明水平数相等的正交表的共同特点。

表 6.1　正交表 $L_8(2^7)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

正交表 $L_8(2^7)$，L 表示正交表；8 为表的行数；2 为水平个数，意指该表为二水平正交表，表中值由数码 1 和 2 组成；7 为表的列数。由正交表记号 $L_8(2^7)$ 可以一目了然地看出，该表有 8 行，用它来安排试验共需做八次；该表为二水平正交

表，只能安排二水平因素；该表有 7 列，最多可以安排七个因素。

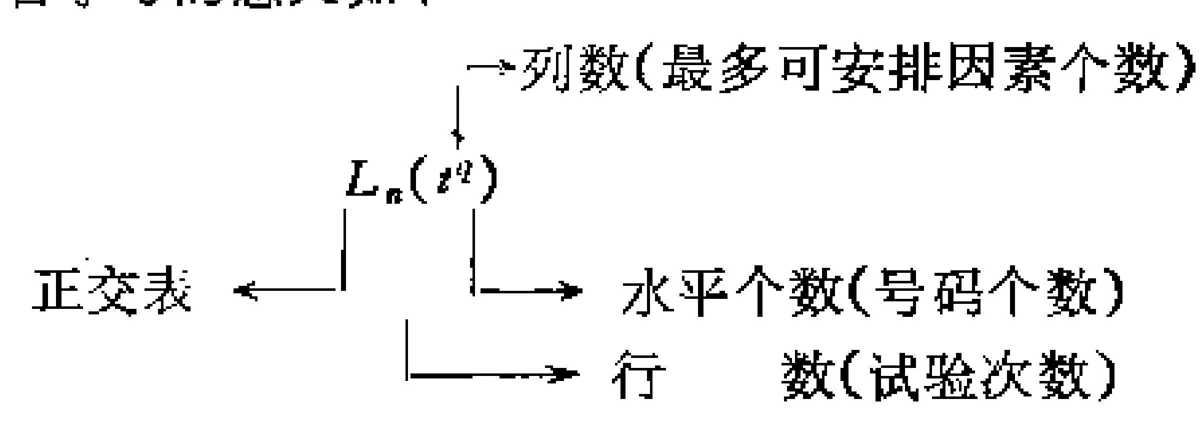
观察表 6.1，不难看出正交表 $L_8(2^7)$ 有如下两个特点。

(1) 每一列都恰有四个 1 和四个 2，这说明每一列各水平记号重复次数相等。

(2) 任两列同一横行形成的八个有序数字对中，(1, 1)、(1, 2)、(2, 1)、(2, 2) 这四种组合方式各出现两次。这说明任意两列水平的各种组合方式重复次数也相等。

以上两个特点，是所有正交表的共性，称为正交表的正交性。正是由于正交表的正交性才使得用正交表安排的试验，具有均衡分散、整齐可比，进而具有很强的代表性。

一般的水平数相等的正交表，可以用记号 $L_n(t^q)$ 表示，其中各字母的意义如下



另一方面，水平个数 t 只能为素数或素数的幂，且一般情况下 n, t, q 满足下面的关系式

$$n-1=q(t-1) \tag{6.1}$$

$n-1$ 称为正交表的总自由度，$t-1$ 是每一列的自由度。(6.1) 式表明，正交表的总自由度等于各列自由度之和。

2. 交互作用表

每一张水平数相等的正交表，均附有一张交互作用表。例如，$L_8(2^7)$ 的交互作用表为表 6.2。

在多因素试验中，当考虑交互作用时，可以利用交互作用

表来设计表头和安排试验。例如，若用 $L_8(2)^7$ 安排试验，如因素 A 排在第 1 列，因素 B 排在第 2 列，则从交互作用表可以查出因素 A 与 B 的交互作用 $A \times B$ 必须安排在第 3 列。

表 6.2 $L_8(2^7)$ 两列间交互作用表

列号＼列号	1	2	3	4	5	6	7
	(1)	3	2	5	4	7	6
		(2)	1	6	7	4	5
			(3)	7	6	5	4
				(4)	1	2	3
					(5)	3	2
						(6)	1

3. 水平数不等的正交表

所谓水平数不等的正交表，是指正交表各列水平的个数不完全相同。下面以 $L_8(4^1 \times 2^4)$ 为例，说明水平数不等的正交表的特点。

表 6.3 正交表 $L_8(4^1 \times 2^4)$

试验号＼列号	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	4	1	2	2	1
8	4	2	1	1	2

正交表 $L_8(4^1 \times 2^4)$ 的第一列为四水平列，其余四列均为二水平列。它共有八行，需做八次试验。

读者不难验证，$L_8(4^1 \times 2^4)$ 也有前面所述的正交性。类似公式(6.1)，其自由度分解公式为

$$8 - 1 = (4 - 1) \times 1 + (2 - 1) \times 4$$

需要说明的是，有些特殊的正交表不满足自由度分解公式，例如本书附表中的 $L_{18}(3^7 \times 2^1)$、$L_{16}(3^{13})$，这类正交表称为不完备的正交表。此外，对于水平数不等的正交表，也没有相应的交互作用表。

第二节　正交设计的基本方法

本节用一个实例说明正交设计的一般步骤和基本原理。

例 6.1　乙酰胺苯磺化反应的正交设计。

乙酰胺苯是一种药品原料，希望通过正交设计来提高它的收率。

一、试验方案的设计

试验方案的设计可分为以下几个步骤。

1. 明确目的、确定指标

试验目的：提高收率，收率越大越好。

试验指标：收率 y（y 用百分率表示）。

2. 制定因素水平表

在试验指标选定以后，就可以着手分析影响指标的各种因素。排除那些对指标影响不大或已经掌握得较好的因素

(即让它们固定在适当的水平上)，挑选那些对指标可能影响较大，但又没有把握的因素进行考察；特别是注意不能把重要因素固定，否则由于重要因素固定在不适当的水平，使试验得不到应有的效果。通过分析，在集思广益的基础上，本试验决定考察下面四个因素：A(反应温度)、B(反应时间)、C(硫酸浓度)、D(操作方法)。又由过去的经验知道，反应温度与反应时间的组合方式对收率也有影响，于是还考虑了因素A与因素B的交互作用$A\times B$，其它的交互作用均可忽略。

对于选出的因素，根据生产经验或专业知识，定出它们的变化范围；在此范围内选出每个因素的水平，水平的间隔要适当。因素水平选定以后，列成因素水平表。本例，每个因素选取两个水平，其因素水平表如表6.4。

表6.4 乙酰胺苯磺化反应因素水平表

因素 水平	A(反应温度)	B(反应时间)	C(硫酸浓度)	D(操作方法)
1	50℃	1小时	17%	搅拌
2	70℃	2小时	27%	不搅拌

必须注意，因素水平表的制定，应当由试验者按照实际情况，根据专业知识和生产经验来确定。这一步是安排试验方案的重要环节，直接关系到试验的成败，应由有关人员认真商定。

3. 设计试验方案

正交设计是利用正交表来设计试验方案的，可以按如下程序进行。

(1) 选表

首先根据水平数选表的类型，本例各因素均取二水平，故选用二水平正交表；其次根据因素个数及交互作用个数选表的大小。本例共有四个因素及一个交互作用，故选用的表应至少有五列。综上所述，选用 $L_8(2^7)$ 来设计试验方案。

(2) 表头设计

由于选用 $L_8(2^7)$ 来设计试验方案，故必须用 $L_8(2^7)$ 相应的交互作用表进行设计表头。不失一般性，可按下述方法设计表头：

列号	1	2	3	4	5	6	7
因素	A	B	$A\times B$	C			D

(3) 设计试验方案

在正交表 $L_8(2^7)$ 中，将排有因素的各列(即 1，2，4，7 列)中的水平记号，换成各因素的具体水平，抽去其它列，经过这样填写以后，正交表就变成一张试验方案表了。

表 6.5　乙酰胺苯磺化反应试验方案表

因素列号 / 水平 / 试验号	A (1)	B (2)	C (4)	D (7)	试验结果收率 y_i(%)
1	1(50℃)	1(1小时)	1(17%)	1(搅拌)	65
2	1	1	2(27%)	2(不搅拌)	74
3	1	2(2小时)	1	2	71
4	1	2	2	1	73
5	2(70℃)	1	1	2	70
6	2	1	2	1	73
7	2	2	1	1	62
8	2	2	2	2	67

从表 6.5 可以看出，第 1 号试验的试验条件是：反应温度为 50℃，反应时间为 1 小时，硫酸浓度为 17%，采用搅拌的操作方法，按此工艺进行试验，得到收率为65%。

试验方案一经确定，其试验的先后顺序可以任意，不必按表中的试验号为序，有条件的还可以将各号试验同时进行。

二、试验结果的直观分析

所谓直观分析是指不必运用数理统计方法，而只要进行简单的计算，便能得到较为满意的结论。直观分析按下述步骤进行。

1. 看一看找出已做试验中的最好方案

从表 6.5 可见，第 2 号试验的收率最大为 74%。因此，在已做的八次试验中最好的方案为第 2 号试验，其相应的试验条件为 $A_1B_1C_2D_2$。

2. 算一算找出最优水平组合

(1) 计算总和 T

$$T = \sum_{i=1}^{n} y_i \qquad (6.2)$$

本例算得 $T = 555\%$。

(2) 对每一列计算部分和 I、II。

例如，第一列 I_A 表示对应于因素 A 的 1 水平的四个试验结果（即 y_1, y_2, y_3, y_4）之和；II_A 表示对应于因素 A 的 2 水平的四个试验结果（即 y_5, y_6, y_7, y_8）之和。

不难看出，对每一列均有

$$I + II = T \qquad (6.3)$$

这些计算均可以在正交表 $L_8(2^7)$ 上进行(见表 6.6),不仅排有因素的各列需要计算部分和 I, II, 而且排有交互作用的列以及空列也要进行同样的计算.

表 6.6 乙酰胺苯磺化反应试验直观分析表

	A (1)	B (2)	A×B (3)	C (4)	(5)	(6)	D (7)	收率 y_i (%)
1	1	1	1	1	1	1	1	65
2	1	1	1	2	2	2	2	74
3	1	2	2	1	1	2	2	71
4	1	2	2	2	2	1	1	73
5	2	1	2	1	2	1	2	70
6	2	1	2	2	1	2	1	73
7	2	2	1	1	2	2	1	62
8	2	2	1	2	1	1	2	67
I	283	282	268	268	276	275	273	$T=555$
II	272	273	287	287	279	280	282	
R	11	9	19	19	3	5	9	

(3) 对每一列计算极差 R

每一列的极差等于该列部分和的最大值减部分和的最小值. 由于本例各列均为二水平,所以

$$R = |I - II| \tag{6.4}$$

(4) 确定因素的主次顺序

排有因素(或交互作用)的列的极差 R 的大小反映该因素(或交互作用)水平变化时试验指标的变化范围; 空列的极差 R 的大小反映了试验中随机误差引起的试验指标的变化范围. 所以, 凡是因素(或交互作用)的极差超过空列极差之均值,则均是显著性因素(或显著性交互作用),否则是不显著因

素(或不显著交互作用)。此外，还可以根据极差R的大小判别因素(或交互作用)的主次顺序。

从表6.6可见，本例的主次顺序为

主 ——————→ 次

$A\times B$　C　A　B　D

(5) 确定最优水平组合

确定最优水平的原则是：对显著性因素（或显著性交互作用)选取其最优水平；对不显著因素(或不显著交互作用)或者选其最优水平，或者兼顾其它条件(如考虑便于操作或降低成本等)选取。

本例$A\times B$取第2水平最佳，故取A_1B_2或A_2B_1；C取最优水平C_2；A取最优水平A_1；B取水平B_2。因为当A取A_1时，水平组合A_1B_2最优；D取最优水平D_2。

综上所述，算一算以后，最优水平组合为：$A_1B_2C_2D_2$。该方案不在已做的八次试验中。

三、试验结果的方差分析

为了对正交设计的结果作进一步分析，可以用数理统计中的方差分析法。其具体做法如下

1. 计算修正项 CT

$$CT=\frac{T^2}{n} \tag{6.5}$$

本例 $CT=\frac{T^2}{8}=38503.125$。

2. 计算各列波动平方和及自由度

以第一列为例，因素A引起的收率波动平方和及自由度

为

$$\begin{cases} S_A = \dfrac{I_A^2 + II_A^2}{r_A} - CT \\ f_A = t_A - 1 \end{cases} \tag{6.6}$$

式中 r_A 为因素 A 各水平的重复次数，t_A 为因素 A 的水平个数。本例

$$\begin{cases} S_A = \dfrac{283^2 + 272^2}{4} - 38503.125 = 15.125 \\ f_A = 2 - 1 = 1 \end{cases}$$

另一方面，对于二水平列还可以采用下面的等价公式计算波动平方和

$$S_A = \frac{(I_A - II_A)^2}{n} \tag{6.7}$$

其中分母 n 为试验次数。

本例

$$S_A = \frac{(283 - 272)^2}{8} = 15.125$$

仿此可以算得其他各列的波动平方和，它们均列于表 6.7 中。

3. 计算总波动平方和及总自由度

数据的总波动平方和 S_T 及总自由度 f_T 为

$$\begin{cases} S_T = \sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i^2 - CT \\ f_T = n - 1 \end{cases} \tag{6.8}$$

本例 $S_T = \sum\limits_{i=1}^{8} y_i^2 - CT$

$= 38633 - 38503.125 = 129.875$

$f_T = 8 - 1 = 7$

表 6.7 乙酰胺苯磺化反应试验统计分析表

水平 列号 试验号	A (1)	B (2)	A×B (3)	C (4)	(5)	(6)	D (7)	收率 y_i
1	1	1	1	1	1	1	1	65
2	1	1	1	2	2	2	2	74
3	1	2	2	1	1	2	2	71
4	1	2	2	2	2	1	1	73
5	2	1	2	1	2	1	2	70
6	2	1	2	2	1	2	1	73
7	2	2	1	1	2	2	1	62
8	2	2	1	2	1	1	2	67
I	283	282	268	268	276	275	273	$T = 555$
II	272	273	287	287	279	280	282	$CT = \frac{T^2}{n}$
$S = \frac{(I - II)^2}{n}$	15.125	10.125	45.125	45.125	1.125	3.125	10.125	$= 38503.125$

读者不难验证对完备正交表下面的分解公式成立

$$\begin{cases} S_T = S_1 + S_2 + \cdots + S_q \\ f_T = f_1 + f_2 + \cdots + f_q \end{cases} \tag{6.9}$$

式中 q 为正交表的列数。

4. 计算误差波动平方和及自由度

$$\begin{cases} S_e = S_T - \sum S_{因素} - \sum S_{交互作用} \\ f_e = f_T - \sum f_{因素} - \sum f_{交互作用} \end{cases} \tag{6.10}$$

此式说明误差波动平方和等于总波动平方和减去排有因素或交互作用的各列的波动平方和，误差的自由度等于总自由度减去各因素及交互作用的自由度。

对于完备的正交表，则有

$$\begin{cases} S_e = \sum S_{空列} \\ f_e = \sum f_{空列} \end{cases} \tag{6.11}$$

本例用的正交表 $L_8(2^7)$ 为完备正交表，故

$$S_e = S_5 + S_6 = 4.25$$

$$f_e = f_5 + f_6 = 2$$

5. 制作方差分析表

将上述计算结果列成下面的方差分析表(表 6.8)。

以因素 A 为例，方差 V_A 及 F 值 F_A 的计算公式为

$$V_A = \frac{S_A}{f_A} \tag{6.12}$$

$$F_A = \frac{V_A}{V_e} \tag{6.13}$$

当第一自由度 $f_1 = 1$ 而第二自由度 $f_2 = 2$ 时，查 $F(1,2)$ 分布表得：$F_{0.05} = 18.5$，$F_{0.01} = 98.5$。对于某一因素，若该因素的F值大于 $F_{0.01}$，则称为高度显著性因素，记为(* *)；

若 F 值介于 $F_{0.05}$ 与 $F_{0.01}$ 之间，则称为显著性因素，记为（*）；若 F 值小于 $F_{0.05}$，则称为不显著因素，记为（×）（见表6.8）。由表 6.8 可见，该例只有因素 C 及交互作用 $A\times B$ 是显著的，其它均为不显著。这与直观分析所确定的因素主次顺序，基本是一致的。

表 6.8　乙酰胺苯磺化反应试验方差分析表

来源	波动平方和 S	自由度 f	方差 V	F 值	显著性
A	15.125	1	15.125	7.12	(×)
B	10.125	1	10.125	4.76	(×)
$A\times B$	45.125	1	45.125	21.24	(*)
C	45.125	1	45.125	21.24	(*)
D	10.125	1	10.125	4.76	(×)
误差 (e)	4.250	2	2.125		
总 (T)	129.875	7			

6. 试验误差方差的估计

经过方差分析以后，把不显著因素的波动平方和及自由度分别归并入 S_e 及 f_e，得到新的误差波动平方和及自由度，即

$$\begin{cases} S_{\bar{e}} = S_e + \text{不显著因素(或交互作用)波动平方和之和} \\ f_{\bar{e}} = f_e + \text{不显著因素(或交互作用)自由度之和} \end{cases} \tag{6.14}$$

于是得到试验误差之方差 σ^2 的估计为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_{\bar{e}}}{f_{\bar{e}}} \tag{6.15}$$

本例

$$S_{\bar{e}} = S_e + S_A + S_B + S_D = 39.625$$

$$f_{\bar{e}} = f_e + f_A + f_B + f_D = 5$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{39.625}{5} = 7.925$$

7. 工程平均的估计

进行了显著性检验以后，我们得到了因素 C 及交互作用 $A\times B$ 是显著的结论，这与直观分析的结果是一致的。类似直观分析的讨论，我们得到最优水平组合为：$A_1B_2C_2D_2$。现在的问题是，在此最优水平组合下试验指标的期望值(即工程平均)是多大?

(1) 工程平均的点估计

设在最优水平组合下的工程平均为 $\mu_{优}$，则 $\mu_{优}$的点估计为

$$\hat{\mu}_{优}=\bar{y}+\text{显著因素或交互作用水平效应的估计} \tag{6.16}$$

对于本例

$$\hat{\mu}_{优}=\bar{y}+\left(\frac{II_c}{r_c}-\bar{y}\right)+\left(\frac{II_{A\times B}}{r_{A\times B}}-\bar{y}\right)$$

$$=69.375+(71.75-69.375)+(71.75-69.375)$$

$$=74.125(\%)$$

这说明，倘若按工艺条件 $A_1B_2C_2D_2$ 进行试验，可望得到 74.125% 的收率。

(2) 工程平均的区间估计

由数理统计知识，给定置信水平 $1-\alpha$，工程平均 $\mu_{优}$的区间估计为

$$(\hat{\mu}_{优}-\delta,\ \hat{\mu}_{优}+\delta) \tag{6.17}$$

区间半径 δ 为

$$\delta=\sqrt{\frac{F_\alpha}{n_e}\cdot\hat{\sigma}^2} \tag{6.18}$$

式中 $\hat{\sigma}^2$ 用(6.15)式计算，F_α 为 $F(1,f_e)$ 分布的临界限，它满足

$$P\{F(1,f_e)>F_\alpha\}=\alpha \tag{6.19}$$

F_α 可从 $F(1, f_e)$ 分布表中查得。n_e 称为有效重复次数，其计算公式为

$$n_e = \frac{n}{1 + \text{显著因素或交互作用自由度之和}} \tag{6.20}$$

本例给定 $1-\alpha=95\%$，由于第一自由度为1，第二自由度为5，查 F 分布表得 $F_\alpha=6.61$ 。此外，$\hat{\sigma}^2=7.925$，有效重复次数

$$n_e = \frac{8}{1+2} = \frac{8}{3}$$

所以区间估计的半径为

$$\delta = \sqrt{\frac{6.61}{8/3} \times 7.925} = 4.432$$

于是 $\mu_{优}$ 的95%置信区间为

$$(\hat{\mu}_{优}-\delta,\ \hat{\mu}_{优}+\delta) = (69.693\%,\ 78.557\%)$$

这说明，按工艺条件 $A_1B_2C_2D_2$ 试验，我们有95%的把握预言，收率在(69.693%，78.557%)的范围内。

四、正交设计原理解释

为什么正交设计只要通过少数几次试验，便可获得最佳试验方案？本段作一些简要说明。

表 6.9 因素水平表

因素 \ 水平	A	B	C
1	A_1	B_1	C_1
2	A_2	B_2	C_2
3	A_3	B_3	C_3

让我们考虑一个三因素三水平试验，其因素水平表如表6.9。

选用 $L_9(3^4)$ 可得试验方案如表 6.10。

表 6.10　试验方案表

试验号 \ 水平 \ 列号	A (1)	B (2)	C (3)
1	1(A_1)	1(B_1)	1(C_1)
2	1	2(B_2)	2(C_2)
3	1	3(B_3)	3(C_3)
4	2(A_2)	1	2
5	2	2	3
6	2	3	1
7	3(A_3)	1	3
8	3	2	1
9	3	3	2

考察表 6.10 可以看到正交设计具有以下两个特点。

1. 试验点均衡分散

以 A, B, C 为互相垂直的三个坐标轴，用几何作图法，把

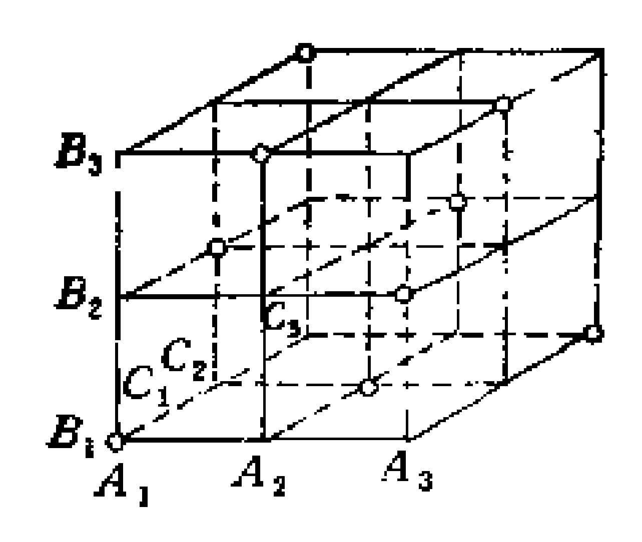


图 6.1　正交试验 9 次

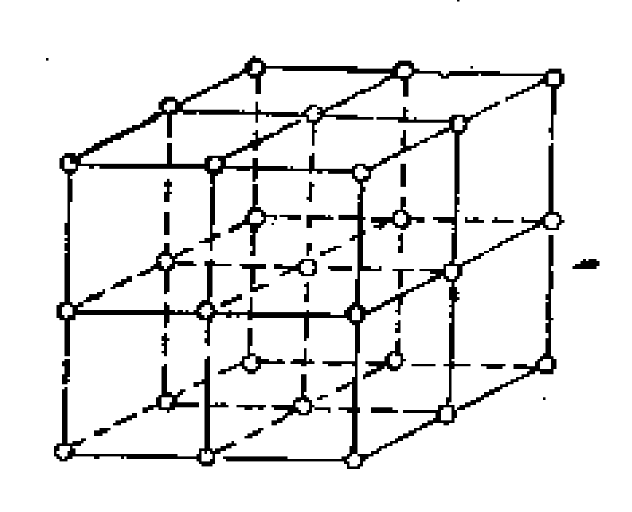


图 6.2　全部试验 $3^3=27$ 次

表 6.10 中的九个试验点依次画到图上(见图 6.1).

如果不搞正交设计，而是把 A，B，C 的各种水平组合不加选择地每种都做一次，那么就有 $A_1B_1C_1$，$A_2B_2C_1$，…，$A_3B_3C_3$ 等 27 个试验条件. 这 27 个点画到图上就是立方体内的 27 个交叉点(图 6.2). 比较图 6.2 与图 6.1，可以看出正交试验的九个点在立方体内(即试验范围内)均衡分散：在立方体的每个面上(对应于 A_1，A_2，A_3 的是左、中、右三个平面；对应于 B_1，B_2，B_3 的是下、中、上三个平面；对应于 C_1，C_2，C_3 的是前、中、后三个平面)都恰有三个点；在立方体的每条线上(共 27 条线)，都恰有一个点. 因此，九个试验点中的好点即便不是全部试验的最好点，也往往是相当好的；九个试验中的坏点也往往是相当坏的. 通过算一算，分析得出的最优水平组合往往就是全部试验中的最好点.

2. 试验点整齐可比

从表 6.10 还可以看出，当比较因素 A 的三个水平时，是让因素 B，C 在有规律地变化. 例如，在包含 A_1 的三个试验中(第 1，2，3 号试验)，B 和 C 的三个水平都取到了. 在包含 A_2，A_3 的三个试验中，B 和 C 也都取尽了三个水平. 因此，当我们比较 A 列的 I_A，II_A，III_A 时，它们的差别主要是由于 A 的三个不同水平所引起的，而 B 和 C 的影响均最大限度地被减少了. 这说明正交设计的试验点是整齐可比的.

正交设计的试验点为什么具有均衡分散和整齐可比这两个特点呢？其根源在于正交表的正交性，即：(1)每一列各水平记号重复次数相等；(2)任两列水平的各种组合方式重复次数也相等.

第三节　参数设计的基本思想

本世纪六十年代，田口玄一博士把正交设计用于产品的设计开发中．他提出产品的设计可分为三个阶段，即：系统设计、参数设计与容差设计．这种设计方法的基本思想是用正交设计来选择元部件的最佳参数组合及最合理的公差范围．用最廉价的元部件组装质优、价廉、性能稳定、富有竞争力的产品．这种设计方法的核心是参数设计，故称之为参数设计．在日本，由于广泛采用参数设计，产生了巨大的经济效益．据田口玄一所著《线外质量管理》一书介绍，他为新日本电气公司生产的彩色电视机中的稳压电源进行参数设计后，每件产品因质量改进可增加经济效益 6700 日元，以年产一百万件计，可增加年收入 67 亿日元。

一、产品设计的三个阶段

一件产品是由许多元部件组成，因此一件产品可以看成一个系统．设计一件产品，通常要经过系统设计、参数设计和容差设计三个阶段．

1. 系统设计

为了设计某种性能的产品，专业技术人员利用专业知识与技术对该产品进行整个系统结构的设计，称为系统设计．

例如，要设计一个把交流电变成直流电的电路，就必须从电工技术中探讨用哪些元件组装，如何组装才能得到所要求的电路；又如，要生产一种化工产品就必须根据化工技术来摸索能够生产该产品的化学反应过程。

在系统设计以后，若产品的质量特性与各有关参数之间，能够建立起函数关系，则提出此函数。于是，对此类产品，给定一组参数值，通过这个函数可以计算产品的质量特性。我们称此类产品具有可计算的质量特性。反之，所谓产品的质量特性是不可计算的，意指给定参数值以后，只能通过试验的方法获得产品的质量特性值，而无法在试验前预先计算。

系统设计属于专业技术范畴，本节不予讨论。

2. 参数设计

在完成系统设计以后，就应该确定系统(产品)各个元部件(因素)参数(水平)的最佳值(中心值)。所谓参数设计，就是运用正交设计的方法确定影响产品质量特性的各参数的最佳值及最适宜的组合，使产品的质量特性波动最小，稳定性最好。参数设计是产品设计的核心，在此阶段所使用的元部件，绝大多数是价格低廉的三级品，是留有余地的。

3. 容差设计

容差设计是在参数设计决定了参数的最佳水平组合以后，就各参数水平的波动，确定合适的容差。它既要考虑由参数设计所带来的质量损失，又要考虑采用不同等级元件的成本，使产品质量特性波动引起的社会总损失最小。

在容差设计中提高那些对质量特性影响大的元件的等级，采用一级品或二级品，从而减少产品质量特性的波动，提高系统的稳定性和可靠性，但是产品的成本则略有提高。容差设计中主要运用质量损失函数、正交设计和正交多项回归。

二、质量波动及干扰源

工业生产实践表明，在完全相同的生产条件下生产出来

的同一种零件，其质量特性值是参差不齐的。用这种零件组装的产品，由于各种因素的影响，在使用中输出的功能特性值是变化的。这类情况统称为产品质量特性值的波动，简称为质量波动。

引起产品质量波动、干扰产品在使用中正常发挥其规定功能的原因，称为干扰源或质量波动源。干扰源包括如下三个方面。

(1) 外干扰

指环境因素或使用条件的变化。如：温度、湿度、灰尘、输入电压、操作者等的变化。

(2) 内干扰

组成产品的元部件或材料本身随着时间的推移而发生的老化、劣化称为内干扰。

(3) 物品间波动干扰

由于人员、材料、设备、方法、环境等因素经常存在波动，所以即使在相同生产条件下生产出来的产品，其质量特性值也是参差不齐的。这种引起产品间质量特性值波动的原因称为物品间波动干扰。

一般说，产品功能稳定、质量好，就是指在上述三种干扰源的影响下产品的质量特性波动小，且在任何时候、任何条件下都能正常发挥规定功能。

上述三种干扰源对产品功能质量的影响是相互联系的。内干扰的影响大小与外干扰有关，内干扰与外干扰控制在预期状态，物品间波动干扰的影响便会降低。

线内质量控制仅能减少物品间波动干扰引起的质量波动，线外质量控制则可以衰减上述三种干扰的影响。

三、质量损失函数

设某种彩色电视机的电源电路，要求把 220V 的交流电输入变为 110V 的直流电输出。在成本相同的情况下电路质量的好坏，除经久耐用以外，主要是要求把直流输出稳定在 110V 上，我们称 110V 为目标值(或标准值)，并记为 m. 产品的质量特性值 y 越接近 m,则产品的使用质量越好,给用户带来的损失也越小; y 偏离 m 越大，则产品的使用质量越差，甚至不能使用,因而给用户带来的损失也越大.

一般我们设产品质量特性值为 y，其目标值为 m，质量损失函数为 $L(y)$. 通常 $L(y)$ 的图形（如图 6.3）为中间低、两边高,且在某一点 $M(m, L(m))$ 取最小值.

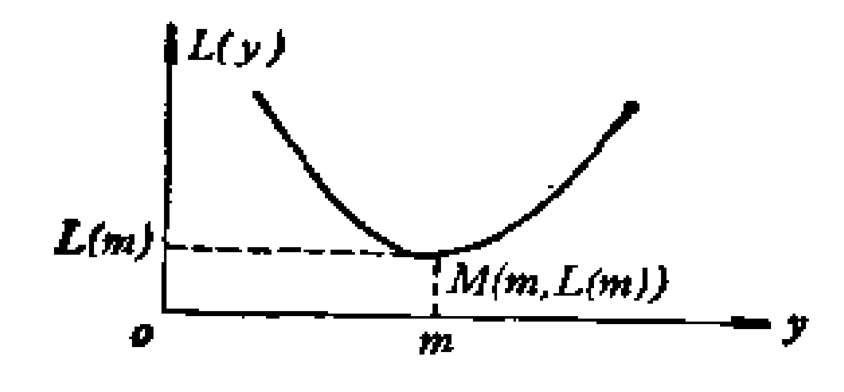


图 6.3　质量损失函数

若 $L(y)$ 在 $y=m$ 处存在二阶导数,则按泰勒公式有

$$L(y)=L(m)+\frac{L'(m)}{1!}(y-m)+\frac{L''(m)}{2!}(y-m)^2+o[(y-m)^2] \quad (6.21)$$

不失一般性,选择目标值 m,使得

$$L(m)=\min L(y)=0$$

又因为 $L(y)$ 在 $y=m$ 处取最小值。所以 $L'(m)=0$，因此

$L(y)$ 可近似表示为

$$L(y) = k(y - m)^2 \quad (6.22)$$

式中 $k = \frac{L''(m)}{2!}$ 是不依赖于 y 的常数。(6.22)式说明，质量损失函数在 $y = m$ 附近近似地为一条抛物线。

(6.22)式表示单件产品的质量损失，当产品不只一件时，我们记

$$V = E[(y - m)^2] \quad (6.23)$$

并称它为偏差均方。此时，每件产品的平均损失应为

$$E[L(y)] = kE[(y - m)^2] = kV \quad (6.24)$$

特别当 $E(y) = m$ 时，$V = \sigma^2$ 为产品质量波动的方差，此时平均质量损失为

$$E[L(y)] = k\sigma^2, \text{当 } E(y) = m \text{ 时} \quad (6.25)$$

四、功能界限与出厂公差

设产品质量特性值为 y，其目标值为 m，所谓功能界限 Δ_0，意指：当 $|y - m| \leqslant \Delta_0$ 时，产品尚能使用；而当 $|y - m| > \Delta_0$ 时，产品完全丧失功能，以致不能使用。所谓出厂公差范围 $[m - \Delta, m + \Delta]$，是指产品质量特性值 y 在该范围内时为合格品；而当 $y < m - \Delta$ 或 $y > m + \Delta$ 时为不合格品。此范围的大小 2Δ 称为出厂公差，公差的一半 Δ 称为容差。容差 Δ 小于功能界限 Δ_0，因此，不合格品未必丧失功能。

若产品的功能界限为 Δ_0，丧失功能时的损失为 A_0，如何确定损失函数？又若产品为不合格品时的损失为 A，如何求容差 Δ？

事实上，设质量损失函数为

$$L(y) = k(y - m)^2$$

当 $y=m\pm\Delta_0$ 时，$L(y)=A_0$，代入上式得

$$A_0=k\Delta_0^2$$

则

$$k=\frac{A_0}{\Delta_0^2} \tag{6.26}$$

于是质量损失函数 $L(y)$ 为

$$L(y)=\frac{A_0}{\Delta_0^2}(y-m)^2 \tag{6.27}$$

再由 $y=m\pm\Delta$ 时，$L(y)=A$，代入上式得

$$A=\frac{A_0}{\Delta_0^2}\cdot\Delta^2$$

所以

$$\Delta=\sqrt{\frac{A}{A_0}}\Delta_0 \tag{6.28}$$

公式 (6.28)说明了容差 Δ 与功能界限 Δ_0 的关系。

例 6.2 设某彩色电视机的电源电路的直流输出电压的目标值为 $m=110\text{V}$，功能界限 $\Delta_0=15\text{V}$，丧失功能时的损失为 $A_0=50$ 元，求质量损失函数 $L(y)$；又若不合格品的损失为 $A=0.4$ 元，求容差 Δ。

解 由公式 (6.26)，得

$$k=\frac{A_0}{\Delta_0^2}=\frac{50}{15^2}=0.22(\text{元}/\text{V}^2)$$

所以

$$L(y)=0.22(y-110)^2$$

再由公式 (6.28)，得

$$\Delta=\sqrt{\frac{A}{A_0}}\ \Delta_0=\sqrt{\frac{0.4}{50}}\cdot 15=1.34(\text{V})$$

让我们对例 6.2 再作进一步讨论：假定工厂对输出电压

是112伏的电视机不返修就出厂，工厂虽然少花0.4元的返修费，但给用户带来的损失为

$$L(112)=0.22\times(112-110)^2=0.88\ (\text{元})$$

社会总损失增加 $0.88-0.4=0.48$(元)。田口玄一博士认为这种做法"比小偷还要坏"。因为倘若小偷偷得0.4元，被偷的人只损失0.4元，小偷的"得"与被偷人的"失"正好相等，社会总损失为零。

第四节 惠斯登电桥的参数设计(迭代法)

本节以惠斯登电桥的参数设计为例，介绍一种迭代法，它对于产品的质量特性为可计算质量特性时，十分有用，经过几轮迭代便可获得最佳参数设计。

一、几个基本概念

首先介绍参数设计中的几个基本概念。

1. 可控因素与误差因素

可控因素——影响产品质量特性值且可以人为加以控制的因素。参数设计的目的在于探索可控因素的最佳水平组合，使得产品的质量特性达到预期的目的。

误差因素——内干扰、外干扰、物品间波动干扰等一切干扰因素称为误差因素。参数设计时考虑误差因素的目的在于使得产品质量特性的稳定性好。

2. 内表与外表

安排可控因素的正交表称为内表，安排误差因素的正交

表称为外表。

二、系统设计[1)]

为了设计一个用来测定电阻 y 值的仪表，我们利用电学知识进行系统设计，即组装如图6.4所示的惠斯登电桥。其中 A, B, D, F 是已知电阻，y 是待测的未知电阻。控制可调电阻 C，使得安培计 X 的读数为零，则据公式

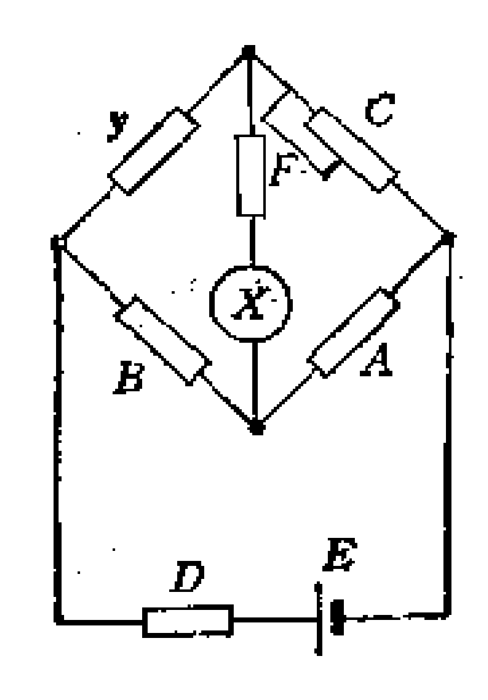


图6.4 惠斯登电桥

$$y = \frac{BC}{A} \tag{6.29}$$

可求得电阻 y 的值。

严格地说，由于安培计及其读数的误差，当安培计的读数为零时，并不是绝对没有电流通过安培计。假设此时通过安培计的实际电流为 X 安培时，则要根据公式

$$y = \frac{BC}{A} - \frac{X \times 10^3}{A^2 E}[F(A+B) + B(A+C)] \cdot [C(A+B) + D(A+C)] \tag{6.30}$$

来计算电阻 y 的值。

同样由于电阻 A, B, C, D, F 与电动势 E 的值都是有误差的，因而即使按公式(6.30)来计算电阻 y 的值，也是有误差的。现在的问题是在元器件都有误差的情况下，如何选择参数 A, B, D, E, F 的值，结合测出的 C 值（X 的读数为零），使代入公式(6.30)计算的 y 值更接近其真(目标)值 m。

---

1) 此例选自参考文献[4]。

三、参数设计

在惠斯登电桥中可控因素为 A, B, D, E, F，假设电阻 y 为已知电阻，其真值 $m = 20\text{k}\Omega$（选用标准电阻，是为了便于同电桥的测量值作对照）。现在的问题是如何组装电桥（即如何选择参数 A, B, D, E, F 之值），使之测得的电阻 y 最准（即计算值经常稳定在 20kΩ 附近）？这就是参数设计问题。

1. 可控因素水平表

我们从设计人员开始选用的一组参数值：$A = 10\text{k}\Omega$，$B = 100\text{k}\Omega$，$D = 50\text{k}\Omega$，$E = 2\text{V}$，$F = 100\text{k}\Omega$ 出发，并称此条件为初始条件。我们以初始条件为水平 3，分别以水平 3 的 $\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，2，4 倍为水平 1，2，4，5（水平 3 的条件又称为中心条件），于是得如下的可控因素水平表。

表 6.11　可控因素水平表

水平＼因素	A(kΩ)	B(kΩ)	D(kΩ)	E(V)	F(kΩ)
1	2.5	25	12.5	0.5	25
2	5	50	25	1	50
3	10	100	50	2	100
4	20	200	100	4	200
5	40	400	200	8	400

2. 内表

由表 6.11 可知，这里有五个因素，每个因素五个水平，如

表 6.12　内表及考核指标值

试验号 \ 因素	1	2	3	4	5	$v\times10^{-4}=\left[\frac{1}{18}\times\sum_{i=1}^{t}(y_i-20000)^2\right]\times10^{-4}(\Omega^2)$
	A(kΩ)	B(kΩ)	D(kΩ)	E(V)	F(kΩ)	
1	1(2.5)	1(25)	2(25)	4(4)	3(100)	985
2	2(5)	1	5(200)	5(8)	5(400)	36905
3	3(10)	1	4(100)	1(0.5)	4(200)	257396
4	4(20)	1	1(12.5)	3(2)	1(25)	24
5	5(40)	1	3(50)	2(1)	2(50)	861
6	1	2(50)	3	3	4	101149
7	2	2	2	2	1	1036
8	3	2	5	4	2	2118
9	4	2	4	5	3	209
10	5	2	1	1	5	28864
11	1	3(100)	1	5	2	248
12	2	3	3	1	3	346612
13	3	3	2	3	5	37006
14	4	3	5	2	4	325429
15	5	3	4	4	1	158
16	1	4(200)	4	2	5	48379036
17	2	4	1	4	4	13926
18	3	4	3	5	1	134
19	4	4	2	1	2	15569
20	5	4	5	3	3	26814
21	1	5(400)	5	1	1	11216493
22	2	5	4	3	2	209992
23	3	5	1	2	3	61898
24	4	5	3	4	5	70382
25	5	5	2	5	4	669
I	59697911	296172	104961	11864936	11217845	$T=61133913$
II	608470	133375	55264	48768260	228788	
III	358554	709454	519137	374985	436518	
IV	411612	48435479	48846791	87569	698569	
V	57366	11559433	11607759	38165	48552193	
R	59640545	48302104	48791527	48730095	48323405	

果我们不考虑因素间的交互作用可以选用正交表 $L_{25}(5^6)$，称安排可控因素的正交表为内表。把因素 A，B，D，E，F 顺次安排在 $L_{25}(5^6)$ 的第 1，2，3，4，5 列，第六列空着，也可划去，将各因素的水平对号入座，便得内表（表 6.12）。在内表的 25 个条件中，到底哪一个条件最优？在诸因素都有波动的情况下，要通过该条件的误差进行比较。

3. 误差因素水平表

误差因素除了因素 C，X 以外，当我们考虑因素 A，B，D，E，F 的波动时，它们也都是误差因素。

以内表中的第一号试验条件为例，制订相应的误差因素水平表（表 6.13）。表中各误差因素的第二水平 A，B，D，E，F 均选自内表中的第 1 号条件。另一方面，因假定未知电阻 y 的真值 $m=20\text{k}\Omega$，令 $y=20\text{k}\Omega$，由公式（6.29）得 $C=\frac{A\cdot y}{B}=2\text{k}\Omega$，故取 C 的第 2 水平为 $2\text{k}\Omega$；因素 X 的第二水平取为 0 。至于各误差因素第 1，3 水平的选取，按照三级品的波动范围，即

$$\text{第 1, 3 水平} = \text{第 2 水平} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}\sigma \qquad (6.31)$$

表 6.13　内表 6.12 中第1号条件的误差因素水平表

水平 \ 因素	A(kΩ)	B(kΩ)	C(kΩ)	D(kΩ)	E(V)	F(kΩ)	X(A)
1	2.4925	24.925	1.994	24.925	3.8	99.7	-2×10^{-7}
2	2.5	25	2	25	4	100	0
3	2.5075	25.075	2.006	25.075	4.2	100.3	2×10^{-7}

式中 σ 为误差因素波动的标准差。本例，各因素的 1，3 水平按下述方法确定

$$A, B, C, D, F \text{ 的 } 3, 1 \text{ 水平} = (1 \pm 0.3\%) \times (2 \text{ 水平})$$

$$E \text{ 的 } 3, 1 \text{ 水平} = (1 \pm 5\%) \times (2 \text{ 水平})$$

$$X_3, X_1 = \pm 2 \times 10^{-7} \mathrm{A}$$

4. 外表

由表 6.13 可以看出，这里有七个因素，每个因素有三水平。同样若不考虑因素间的交互作用，可选用正交表 $L_{18}(3^7 \times 2^1)$. 划去该表的最后一列，将误差因素 A, B, C, D, E, F, X 依次按顺序上列，相应的水平对号入座，便得到外表（表 6.14）。

对于外表中的每一号条件，根据公式 (6.30) 可以算得一个电阻值 $y_i (i = 1, 2, \cdots, 18)$，注意单位是欧姆 Ω. 然后计算它们与真值 $m = 20000\Omega$ 的偏差均方

$$v = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} (y_i - 20000)^2 = 985 \times 10^4 (\Omega^2)$$

从此作为考核稳定性好坏的指标，并填入表 6.12 的第 1 行。

仿此，对表 6.12 中的其他各号试验条件，均可设计相应的外表，计算相应的 v 值，依次填入表 6.12 中的考核指标栏。

5. 第一轮试验的好条件

(1) 直接看，找出好条件

在表 6.12 中，以 v 作为考核指标值，比较 25 个 v_i 的大小，可以看出最好条件为第 4 号条件即 $A = 20\mathrm{k}\Omega, B = 25\mathrm{k}\Omega, D = 12.5\mathrm{k}\Omega, E = 2\mathrm{V}, F = 25\mathrm{k}\Omega$，相应的偏差均方为 $v = 239928 \doteq 24 \times 10^4 (\Omega^2)$.

(2) 算一算，找出好条件

.12 中第 1 号条件的外表

4 D(kΩ)	5 E(V)	6 F(kΩ)	7 X(A)	y_i(Ω)
2(25)	2(4)	1(99.7)	2(0)	20060
1(24.925)	1(3.8)	2(100)	1(-2×10^{-7})	23887
3(25.075)	3(4.2)	3(100.3)	3(2×10^{-7})	16239
1	2	3	1	23916
3	1	1	3	16018
2	3	2	2	19880
3	1	3	2	20060
2	3	1	1	23716
1	2	2	3	16228
1	3	1	3	16309
3	2	2	2	19940
2	1	3	1	23964
3	3	2	1	23804
2	2	3	3	16101
1	1	1	2	19940
2	1	2	3	16050
1	3	3	2	20120
3	2	1	1	23762

在表 6.12 中，进行如下计算

总和 $T=\sum_{i=1}^{25} v_i$

对各列部分和 I, II, III, IV, V 进行验证

$$\text{I}+\text{II}+\text{III}+\text{IV}+\text{V}=T$$

各列的极差

$$R=\max\{\text{I},\text{II},\cdots,\text{V}\}-\min\{\text{I},\text{II},\cdots,\text{V}\}$$

于是得到算一算的好条件为

$A=40\text{k}\Omega$, $B=50\text{k}\Omega$, $D=25\text{k}\Omega$, $E=8\text{V}$, $F=50\text{k}\Omega$

由于我们没有考虑交互作用，所以上述条件是否真的好(即稳定性好)，还必须进行验证。于是，我们以算一算的好条件作为各因素的中心值，再设计一张误差因素水平表及外表，并算得偏差均方 $v=76230(\Omega^2)$.

比较直接看的好条件与算一算的好条件，可知第一轮试验的好条件为算一算的好条件。

6. 逐次迭代求出最佳参数组合

在不提高成本，即不加大电动势的情况下(例如我们限制电动势 E 不超过 30V)，是否可以使测量结果更接近目标值呢？为此，我们在第一轮的基础上，重复步骤 1—5，又进行了第二轮、第三轮与第四轮。第二轮的中心条件是第一轮的好条件(即算一算的好条件)，第二轮直接看与算一算的好条件都有改进，而且直接看的好条件较好。由于 $E=32\text{V}$，我们把这个条件整数化之后，再以此为中心条件进行第三轮，又以第三轮的好条件(即第三轮直接看的好条件)为中心条件进行了第四轮。每轮结果都有改进。最后将第四轮的好条件（即第四轮算一算的好条件)整数化，作为参数设计的最佳参数组合，即

表 6.15　各轮好条件及指标值

条件名称	A (kΩ)	B (kΩ)	C (kΩ)	D (kΩ)	E (V)	F (kΩ)	X (A)	φ (Ω^2)
初始条件	10	100	2	50	2	100	0	67022896
第一轮直接看的好条件	20	25	16	12.5	2	25	0	239928
第一轮算一算的好条件	40	50	16	25	8	50	0	76230
第二轮直接看的好条件	20	12.5	32	6.25	32	25	0	7728
第二轮算一算的好条件	80	25	64	25	16	12.5	0	13375
第三轮中心条件（第二轮好条件整数化）	20	10	40	6	30	20	0	7728
第三轮直接看的好条件	10	5	40	1.5	30	5	0	7285
第三轮算一算的好条件	20	40	10	6	30	5	0	7377
第四轮直接看的好条件	2.5	5	10	1.5	30	2.5	0	7212
第四轮算一算的好条件	5	10	10	0.375	30	2.5	0	7209
整数化条件	5	10	10	0.4	30	2.5	0	7210

$A=5\text{k}\Omega$，$B=10\text{k}\Omega$，$D=0.4\text{k}\Omega$，$E=30\text{V}$，$F=2.5\text{k}\Omega$

为了防止系统误差，增强设计的随机性，提高设计效果，我们在进行第二轮时，在内表 $L_{25}(5^6)$ 上，把因素 A，B，D，E，F 依次向后挪动一列。即 A 排第二列，B 排第三列，…，F 排第六列；在进行第三、四轮设计时，也仿此向后依次挪动一

列.

表 6.15 列出了初始条件、各轮直接看与算一算的好条件及其相应的指标值 v.

表中误差因素 X 取中心值 0，而误差因素 C 值的计算方法如下

给定 $y=m=20\text{k}\Omega$，由公式(6.29)，得

$$C=\frac{Ay}{B}=\frac{20A}{B}$$

从表 6.15 可以看出，经过第一轮有了很大改进，以后每一轮都有改进．当然改进的幅度逐步减小，进一步降低 v 的潜力已经不大，所以进行到第四轮就终止迭代．

综上所述，当惠斯登电桥中各电阻具有 $\pm 0.3\%$ 的波动；电动势具有 $\pm 5\%$ 的波动；电流在读数为零时，具有 $\pm 2\times 10^{-7}\text{A}$ 的波动；而且电动势在 $30\pm 1.5\text{V}$ 的情况下，经过四轮计算与参数整数化，对真值是 $20\text{k}\Omega$ 的标准电阻 y，按条件 $A=5\text{k}\Omega$，$B=10\text{k}\Omega$，$C=10\text{k}\Omega$，$D=0.4\text{k}\Omega$，$E=30\text{V}$，$F=2.5\text{k}\Omega$ 来组装电桥就可以达到 $v=7210\Omega^2$ 的准确程度．与初始条件的 $v=67022896\Omega^2$ 相比，仅为初始条件 v 值的万分之一．

第五节 正交多项式回归

具备数理统计知识的人都知道，用最小二乘法配制的一般多项式回归存在明显的缺点，即回归系数的估计量是统计相关的．如果某一系数经过显著性检验与零没有显著差异，这时整个回归方程都失去意义，必须重新配制．正交多项式回归系数的估计则是相互独立的，倘若经过检验某一系数与零无显著差异，此时只要在回归方程中删去这一项，而无需重

新配制．另一方面，对于多元正交多项式回归可以利用正交表进行计算，其计算程序都已规范化．正交多项式回归在参数设计中有着重要的应用．

一、正交多项式

点 $x_1, x_2, \cdots, x_k$ 称为等距点，如果存在 x_0 及 $h>0$，使得

$$x_i = x_0 + ih \quad (i=1, 2, \cdots, k) \tag{6.32}$$

则称 h 为间距．

以 $\tilde{P}_j(x)$ 表示 x 的 j 阶多项式（$j \geqslant 0$），零阶多项式理解为一个常数．一组多项式 $\tilde{P}_0(x), \tilde{P}_1(x), \cdots, \tilde{P}_n(x)$ 称为在等距点 $x_1, x_2, \cdots, x_k$ 上的正交多项式，意指

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{k} \tilde{P}_j(x_i)\tilde{P}_l(x_i) = \begin{cases} 0, & j \neq l \\ \tilde{S}_j, & j = l \end{cases} \\ \sum\limits_{i=1}^{k} \tilde{P}_j(x_i) = 0 \quad (j=1, 2, \cdots, n) \end{cases} \tag{6.33}$$

根据线性代数知识，正交多项式的最高阶数 $n \leqslant k-1$．

根据正交多项式的定义，人们已经求出了在等距点 $x_1, x_2, \cdots, x_k$ 上的 $k-1$ 个正交多项式． 由于在一般问题中，很少用到高于 5 阶的正交多项式，所以我们把从零到 5 阶的正交多项式抄录如下

$$\begin{cases} \tilde{P}_0(x) = 1 \\ \tilde{P}_1(x) = x - \bar{x} \\ \tilde{P}_2(x) = (x-\bar{x})^2 - \dfrac{1}{12}(k^2-1)h^2 \\ \tilde{P}_3(x) = (x-\bar{x})^3 - \dfrac{3k^2-7}{20}(x-\bar{x})h^2 \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
\tilde{P}_4(x) = (x-\bar{x})^4 - \dfrac{3k^2-13}{14}(x-\bar{x})^2h^2 \\
\qquad + \dfrac{3(k^2-1)(k^2-9)}{560}h^4 \\
\tilde{P}_5(x) = (x-\bar{x})^5 - \dfrac{5(k^2-7)}{18}(x-\bar{x})^3h^2 \\
\qquad + \dfrac{15k^4-230k^2+407}{1008}(x-\bar{x})h^4
\end{cases}
\tag{6.34}
$$

式中

$$
\bar{x} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_i \tag{6.35}
$$

特别，当 $x_0 = 0$，$h = 1$ 时，利用上面的公式我们可以得到在等距点 1，2，…，k 上的正交多项式

$$
\begin{cases}
P_0(x) = 1 \\
P_1(x) = x - \bar{x} \\
P_2(x) = (x-\bar{x})^2 - \dfrac{1}{12}(k^2-1) \\
P_3(x) = (x-\bar{x})^3 - \dfrac{3k^2-7}{20}(x-\bar{x}) \\
P_4(x) = (x-\bar{x})^4 - \dfrac{3k^2-13}{14}(x-\bar{x})^2 \\
\qquad + \dfrac{3(k^2-1)(k^2-9)}{560} \\
P_5(x) = (x-\bar{x})^5 - \dfrac{5(k^2-7)}{18}(x-\bar{x})^3 \\
\qquad + \dfrac{15k^4-230k^2+407}{1008}(x-\bar{x})
\end{cases}
\tag{6.36}
$$

式中

$$\bar{x} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} i = \frac{k+1}{2} \tag{6.37}$$

令

$$s_j = \sum_{i=1}^{k} P_j^2(i) \tag{6.38}$$

易见

$$\begin{cases} \tilde{P}_j(x_i) = h^j P_j(i) \\ \tilde{S}_j = h^{2j} s_j \end{cases} \quad (i = 1, 2, \cdots, k; j = 1, 2, \cdots, n) \tag{6.39}$$

由此可见，只要算出在 1，2，…，k 上的正交多项式 $P_j(x)$ 及 S_j，即可方便地求得在等距点 $x_i = x_0 + ih(i = 1, 2, \cdots, k)$ 上的正交多项式 $\tilde{P}_j(x)$ 及 $\tilde{S}_j$。

在 1，2，…k 上的正交多项式 $P_j(x)$ 及 S_j 的值已编成表，见附表 5。附表 5 称为正交多项式系数表，其共同形式为表 6.16。

表 6.16　正交多项式系数表

	b_1	b_2	……	b_{k-1}
W_1 W_2 ⋮ W_k	W_{11} W_{21} ⋮ W_{k1}	W_{12} W_{22} ⋮ W_{k2}	…… …… ……	W_{1k-1} W_{2k-1} W_{kk-1}
$\lambda^2 S$	$\lambda_1^2 S_1$	$\lambda_2^2 S_2$		$\lambda_{k-1}^2 S_{k-1}$
λS	$\lambda_1 S_1$	$\lambda_2 S_2$		$\lambda_{k-1} S_{k-1}$
S	S_1	S_2		S_{k-1}
λ	λ_1	λ_2		λ_{k-1}

表中各字母的含义是：

(1) 对于第 j 列 λ_j 的值是使 $P_j(i)(i=1, 2, \cdots, k)$ 整数化所乘的系数，故称之为整数化系数。

(2) 对于第 j 列 W_{ij} 的值为

$$W_{ij}=\lambda_j P_j(i) \quad i=1, 2, \cdots, k \tag{6.40}$$

(3) 对于第 j 列 S_j 的值为

$$S_j=\sum_{i=1}^{k} P_j^2(i)=\frac{1}{\lambda_j^2} \sum_{i=1}^{k} W_{ij}^2 \tag{6.41}$$

从而

$$\lambda_j^2 S_j=\sum_{i=1}^{k} W_{ij}^2 \tag{6.42}$$

此外，由正交多项式的性质，不难推出

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{k} W_{ij}=0 & j=1, 2, \cdots, k-1 \\ \sum_{i=1}^{k} W_{ij} W_{il}=0 & (j \neq l)\end{cases} \tag{6.43}$$

例 6.3 设 $k=3$，试求在 1, 2, 3 上的正交多项式及表中诸参数值。

解 由公式(6.36)，得在 1, 2, 3 上的正交多项式为

$$\begin{cases}P_0(x)=1 \\ P_1(x)=x-\bar{x}=x-2 \\ P_2(x)=(x-\bar{x})^2-\frac{1}{12}(k^2-1) \\ \qquad\quad =(x-2)^2-\frac{2}{3}\end{cases}$$

对于 $P_1(x)$：$P_1(1)=-1$，$P_1(2)=0$，$P_1(3)=1$。它们均为整数值，故化整系数 $\lambda_1=1$。于是在 b_1 这一列

$$W_{11}=-1, \quad W_{21}=0, \quad W_{31}=1$$

$$S_1=\sum_{i=1}^{3} P_1^2(i)=1^2+0+1^2=2$$

$$\lambda_1 S_1 = 1 \times 2 = 2$$

$$\lambda_1^2 S_1 = 1^2 \times 2 = 2$$

对于 $P_2(x)$:$P_2(1) = \frac{1}{3}$, $P_2(2) = -\frac{2}{3}$, $P_2(3) = \frac{1}{3}$.为将它们整数化,取 $\lambda_2 = 3$. 于是在 b_2 这一列有

$$W_{12} = \lambda_2 P_2(1) = 1, \quad W_{22} = \lambda_2 P_2(2) = -2,$$

$$W_{32} = \lambda_2 P_2(3) = 1$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{3} P_2^2(i) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

$$\lambda_2 S_2 = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

$$\lambda_2^2 S_2 = 3^2 \times \frac{2}{3} = 6$$

二、正交多项式回归

设自变量 x 为一组等距点

$$x_i = x_0 + ih \qquad i = 1, 2, \cdots, k$$

对于每一个 x_i 进行 r 次试验,得到 r 个试验结果 $y_{ij}(j = 1, 2, \cdots, r)$,把这些数据整理成表 6.17。

设所求正交多项式为

$$y = \beta_0 + \beta_1 \tilde{P}_1(x) + \beta_2 \tilde{P}_2(x) + \cdots + \beta_n \tilde{P}_n(x) \qquad (n \leqslant k - 1) \tag{6.44}$$

由最小二乘法,可以求得诸回归系数的估计为

$$\begin{cases} \hat{\beta}_0 = b_0 = \bar{y} = \dfrac{1}{kr} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{r} y_{ij} \\ \hat{\beta}_j = b_j = \dfrac{1}{r(\lambda_j S_j) h^j} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} W_{ij} y_{i.} \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \end{cases} \tag{6.45}$$

表 6.17 试验数据表

r = 重复次数	试验结果 y_{ij}				和
x_1	y_{11}	y_{12}	……	y_{1r}	$y_{1\cdot}$
x_2	y_{21}	y_{22}	……	y_{2r}	$y_{2\cdot}$
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
x_k	y_{k1}	y_{k2}	……	y_{kr}	$y_{k\cdot}$

式中 $(\lambda_j S_j)$，$W_{ij}(i=1,2,\cdots,k)$ 均可以从正交多项式系数表第 k 栏 b_j 列查得。

例 6.4 为了考察某种塑料材料的抗拉强度关于温度的稳定性，对温度 x 取了四个等距值：$x_1=-20$℃，$x_2=0$℃，$x_3=20$℃，$x_4=40$℃。在每种温度下各进行两次抗拉强度试验，测得数据如表 6.18。

表 6.18

$r=2$	抗拉强度	$y_{ij}(\mathrm{kg/mm^2})$	和
$x_1=-20$(℃)	75	70	145
$x_2=0$	67	66	133
$x_3=20$	60	61	121
$x_4=40$	52	55	107

试求抗拉强度与温度之间的正交多项式回归。

解 设所求正交多项式为

$$y=\beta_0+\beta_1\tilde{P}_1(x)+\beta_2\tilde{P}_2(x)+\beta_3\tilde{P}_3(x) \qquad (6.46)$$

根据公式(6.45)，并注意到 $k=4$，$r=2$，$h=20$，则

$$\hat{\beta}_0=b_0=\bar{y}=\frac{1}{4\times2}(75+70+\cdots+55)=63.25$$

$$\hat{\beta}_1 = b_1 = \frac{1}{r(\lambda_1 S_1)h} \sum_{i=1}^{4} W_{i1} y_{i.}$$

$$= \frac{1}{2 \times 10 \times 20}(-3 \times 145 - 133 + 121 + 3 \times 107) = -0.315$$

$$\hat{\beta}_2 = b_2 = \frac{1}{r(\lambda_2 S_2)h^2} \sum_{i=1}^{4} W_{i2} y_{i.}$$

$$= \frac{1}{2 \times 4 \times 20^2}(145 - 133 - 121 + 107) = -0.000625$$

$$\hat{\beta}_3 = b_3 = \frac{1}{r(\lambda_3 S_3)h^3} \sum_{i=1}^{4} W_{i3} y_{i.}$$

$$= \frac{1}{2 \times 6 \times 20^3}(-145 + 3 \times 133 - 3 \times 121 + 107) = -0.0000208$$

三、回归系数的显著性检验

当我们求得各回归系数的估计值以后，不要立即代入回归方程，而必须先进行显著性检验，然后把那些显著不为零的回归系数的估计值代入回归方程，才得到我们所求的正交多项式回归方程。

回归系数的显著性检验，可以借助方差分析方法进行。首先，让我们计算各种波动平方和及自由度。

1. 总波动平方和及自由度

$$\begin{cases} S_T = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{r} (y_{ij} - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CT \\ f_T = kr - 1 \end{cases} \tag{6.47}$$

式中 CT 为修正项，它等于

$$CT = \frac{1}{kr}\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}\right)^2 = \frac{1}{kr}\left(\sum_{i=1}^{k} y_{i\cdot}\right)^2 \quad (6.48)$$

2. 各回归系数引起的波动平方和及自由度

$$\begin{cases} S_{b_j} = \dfrac{1}{r(\lambda_j^2 S_j)}\left(\sum_{i=1}^{k} W_{ij} y_{i\cdot}\right)^2 \\ f_{b_j} = 1 \qquad\qquad j = 1, 2, \cdots, n \end{cases} \quad (6.49)$$

3. 误差波动平方和及自由度

$$\begin{cases} S_e = S_T - \sum_{j=1}^{n} S_{b_j} \\ f_e = f_T - n \end{cases} \quad (6.50)$$

然后，将上述计算值填入方差分析表（见表 6.19）。

表 6.19　方差分析表

来源	波动平方和 S	自由度 f	方差 V	F 值	显著性
b_1	S_{b_1}	1	V_{b_1}	F_{b_1}	
b_2	S_{b_2}	1	V_{b_2}	F_{b_2}	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
b_n	S_{b_n}	1	V_{b_n}	F_{b_n}	
e	S_e	$kr-n-1$	V_e		
T	S_T	$kr-1$			

给定显著水平 α，由第一自由度为 1，第二自由度为 f_e，查 F_α，若 $F_{b_j} > F_\alpha$，则 b_j 显著不为零。

例 6.5（续例 6.4）　试对例 6.4 所得回归系数进行显著性检验。

解　首先计算诸波动平方和及自由度

$$S_T = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{2} y_{ij}^2 - \frac{1}{kr}\left(\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{2} y_{ij}\right)^2$$

$$= (75^2 + 70^2 + \cdots + 55^2) - \frac{1}{8} \times 506^2$$

$$= 415.5$$

$$f_T = rk - 1 = 7$$

$$S_{b_1} = \frac{1}{r(\lambda_1^2 S_1)}\left(\sum_{i=1}^{k} W_{i1} y_{i\cdot}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2 \times 20}(-3 \times 145 - 133 + 121$$

$$+ 3 \times 107)^2 = 396.9$$

$$f_{b_1} = 1, \quad V_{b_1} = 396.9;$$

$$S_{b_2} = \frac{1}{r(\lambda_2^2 S_2)}\left(\sum_{i=1}^{k} W_{i2} y_{i\cdot}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2 \times 4}(145 - 133 - 121 + 107)^2$$

$$= 0.5$$

$$f_{b_2} = 1, \quad V_{b_2} = 0.5;$$

$$S_{b_3} = \frac{1}{r(\lambda_3^2 S_3)}\left(\sum_{i=1}^{k} W_{i3} y_{i\cdot}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2 \times 20}(-145 + 3 \times 133 - 3 \times 121$$

$$+ 107)^2 = 0.1$$

$$f_{b_3} = 1, \quad V_{b_3} = 0.1;$$

$$S_e = S_T - S_{b_1} - S_{b_2} - S_{b_3} = 18$$

$$f_e = f_T - 3 = 4, \quad V_e = \frac{18}{4} = 4.5.$$

注意到 $V_{b_2}, V_{b_3} < V_e$，故将 S_{b_2}, S_{b_3} 并入 S_e，得

$$S_{\tilde{e}} = S_e + S_{b_2} + S_{b_3}$$
$$= 18.6$$
$$f_{\tilde{e}} = f_e + f_{b_2} + f_{b_3}$$
$$= 6$$
$$V_{\tilde{e}} = \frac{18.6}{6} = 3.1$$

将上述计算结果整理为方差分析表(见表 6.20)。

表 6.20 方差分析表

来源	波动平方和 S	自由度 f	方差 V	F 值	显著性
b_1	396.9	1	396.9	127.8	**
b_2	0.5	1			
b_3	0.1	1			
e	18.0	4			
$\tilde{e}$	18.6	6	3.1		
T	415.5	7			

当第一自由度为 1，第二自由度为 6 时，$F_{0.01} = 13.7$，$F_{b_1} > F_{0.01}$，所以 b_1 显著不为零。

于是，所求正交多项式回归为

$$\hat{y} = b_0 + b_1\tilde{P}_1(x)$$
$$= 63.25 - 0.315(x - \bar{x})$$

式中

$$\bar{x} = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$
$$= 10$$

所以

$$\hat{y} = 63.25 - 0.315(x - 10)$$

化简得

$$\hat{y} = 66.4 - 0.315x$$

第六节　电感电路的参数设计(SN 比法)

田口玄一博士提出以信噪比(即 SN 比)作为产品质量稳定性的指标，进行参数设计。本节以电感电路的优化设计为例，介绍以 SN 比作为考核指标进行参数设计的方法，同时也介绍从系统设计到容差设计的全过程。

一、SN 比

有一类质量特性，如电压、电流强度、尺寸、强度等，其均值和围绕均值的波动大小存在某种关系。例如，输出电压越小，输出电压的波动方差也越小。特别，当输出电压为零时，其波动方差亦为零；火炮的射程越大，其射程散布也越大，等等。鉴于上述原因，对于这类特性值仅分析本身的波动是不行的，或者仅分析均值也是不行的，而必须引进新的量作为质量特性指标加以分析。

设产品质量特性值 Y 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，进行 n 次独立重复试验，得如下观测值

$$y_1, y_2, \cdots, y_n$$

记

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

由数理统计知识，总体均值 μ 和方差 σ^2 的无偏估计为

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \bar{y} \\ \hat{\sigma}^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 \end{cases} \tag{6.51}$$

引入记号

$$\begin{cases} V_e = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 \\ S_m = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n} y_i \right)^2 \end{cases} \tag{6.52}$$

可以证明 μ^2 的无偏估计为

$$\hat{\mu}^2 = \frac{1}{n} (S_m - V_e) \tag{6.53}$$

在概率论中，人们以变异系数

$$\gamma = \sigma / \mu \tag{6.54}$$

作为欠佳性的度量，而以 $\frac{1}{\gamma} = \mu/\sigma$ 作为优良性的度量，或者等效地以

$$\eta = \frac{\mu^2}{\sigma^2} \tag{6.55}$$

作为优良性的度量.

把 μ^2 当作信号，σ^2 当作噪声，称 η 为信噪比. 根据上面的分析，我们取 η 的估计为

$$\hat{\eta} = \frac{\frac{1}{n}(S_m - V_e)}{V_e} \tag{6.56}$$

模仿通讯理论的做法，在实际计算时，将 $\hat{\eta}$ 取常用对数并乘以10，化成分贝(db)值. 在不会引起混淆的情况下，我们仍记

$$\eta = 10\log \frac{\frac{1}{n}(S_m - V_e)}{V_e} \text{(db)} \tag{6.57}$$

这就是我们在参数设计中经常使用的信噪比计算公式.

另一方面，我们记

$$S = 10\log\frac{1}{n}(S_m - V_e)(\text{db}) \tag{6.58}$$

称为灵敏度．有时，在参数设计中把 S 作为参考指标，η 作为主要指标来分析．η 越大，则输出特性值波动越小；S 越大，输出特性值的均值越大．

二、系统设计

本例[1]设计一个电感电路，要求输出电流强度在 10 安培附近，且波动越小越好．此电路由电阻 R（单位：Ω），电感线圈 L（单位：H）组成，线路图见图 6.5．当输入交流电电压为 V（单位：V），频率为 f（单位：Hz）时，输出电流强度 y（单位：A）为

$$y = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}} \tag{6.59}$$

至此，完成了系统设计．

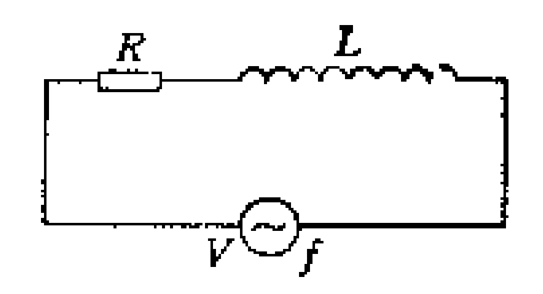


图 6.5　电感电路

三、参数设计

1. 可控因素水平表

在上述电感电路中，影响输出电流强度 y 的可控因素只

1）本例选自参考文献[2]．

有两个：电阻 R 和电感 L. 外接电源的电压 V 和频率 f 是外界条件，不是可控因素. 若电阻 R 的优选范围为 0—10(Ω)，划分为三个水平：$R_1 = 0.5\Omega$，$R_2 = 5.0\Omega$，$R_3 = 9.5\Omega$；电感 L 的优选范围为 0—0.03(H)，亦划分为三个水平：$L_1 = 0.01H$，$L_2 = 0.02H$，$L_3 = 0.03H$. 于是可控因素水平表为表 6.21.

表 6.21　可控因素水平表

因素＼水平	1	2	3
R	0.5Ω	5.0Ω	9.5Ω
L	0.01H	0.02H	0.03H

2. 内表

本例可控因素水平表只有两个三水平因素，故采用全部试验的方法，共进行 3 × 3 次试验或计算(见表 6.22).

表 6.22　内表

试验号	R 1	L 2
1	1(0.5Ω)	1(0.01H)
2	1	2
3	1	3
4	2(5.0Ω)	1
5	2	2(0.02H)
6	2	3
7	3(9.5Ω)	1
8	3	2
9	3	3(0.03H)

在内表所示的 9 种方案中，哪一种是最佳方案，在诸因素均存在波动的情况下，要通过该条件的外表进行比较。

3. 误差因素水平表

本例误差因素有四个：电源电压 V，频率 f，电阻 R 和电感 L。

以内表中第一号试验条件为例，误差因素 R 的第二水平(中心值)为内表中相应的水平，即 $R_2 = 0.5\Omega$，R 的第 1,3 水平按三级品的波动范围 ±10% 来选取，即：$R_1 = 0.45\Omega$，$R_3 = 0.55\Omega$；仿此，误差因素 L 的三个水平为：$L_1 = 0.009\text{H}$，$L_2 = 0.01\text{H}$，$L_3 = 0.011\text{H}$；电源电压 V 的波动范围为：100 ±10V，所以 $V_1 = 90\text{V}$，$V_2 = 100\text{V}$，$V_3 = 110\text{V}$；交流电频率 f 的波动范围为：55±5Hz，所以 $f_1 = 50\text{Hz}$，$f_2 = 55\text{Hz}$，$f_3 = 60\text{Hz}$。于是，相应于内表中第一号方案的误差因素水平表为表 6.23。

表 6.23　内表中第 1 号试验的误差因素水平表

因素 \ 水平	1	2	3
V	90V	100V	110V
f	50Hz	55Hz	60Hz
R	0.45Ω	0.50Ω	0.55Ω
L	0.009H	0.01H	0.011H

仿此，可以对内表中其他各号方案设计误差因素水平表。

4. 外表

本例误差因素水平表有 4 个三水平因素，故可选用

$L_9(3^4)$ 作为外表进行外设计。由于内表中共有 9 个方案，每一个方案均要进行一个外设计，共需进行 $N = 9 \times 9 = 81$ 次计算(或试验)。这么多的计算或试验，对于可计算输出特性尚可，对于不可计算的输出特性几乎是不可实现的。为了减少试验或计算，在某些场合采用下述综合误差因素来代替外设计。

5. 综合误差因素

考察表 6.23 所示的第 1 号试验的误差因素水平表，把四个误差因素综合成一个误差因素 N. N 的三个水平规定如下

N_2：标准条件　　　$V_2f_2R_2L_2$

N_1：负侧最坏条件　$V_1f_3R_3L_3$

N_3：正侧最坏条件　$V_3f_1R_1L_1$

这里的标准条件，即各误差因素均取第 2 水平；负侧最坏条件，即使得输出特性最小的各误差因素相应的水平。从公式(6.59)不难看出，组合 $V_1f_3R_3L_3$ 使得 y 最小；正侧最坏条件是使得输出特性最大的各误差因素相应的水平，即 $V_3f_1R_1L_1$。

以综合误差因素 N 的三水平 N_1, N_2, N_3 代替外表 $L_9(3^4)$，使得试验(或计算)次数减少为原来的三分之一。倘若需要再进一步减少试验次数，还可以不考虑 N_2，仅仅考虑两个最坏条件 N_1, N_3。

6. 输出特性值的计算

把综合误差因素 N 代入内表中，按公式(6.59)计算电流强度 y，结果见表 6.24。

例如

$$y_{N_1} = \frac{90}{\sqrt{0.55^2 + (2\pi \cdot 60 \cdot 0.011)^2}} = 21.5$$

表 6.24 内表及考核指标值

试验号	R	L	N_1				N_3				y 值		η	S
	1	2	V	f	R	L	V	f	R	L	N_1	N_3		
1	1	1	90	60	0.55	0.011	110	50	0.45	0.009	21.5	38.4	7.6	29.2
2	1	2	90	60	0.55	0.022	110	50	0.45	0.018	10.8	19.4	7.5	23.2
3	1	3	90	60	0.55	0.033	110	50	0.45	0.027	7.2	12.9	7.6	19.7
4	2	1	90	60	5.5	0.011	110	50	4.5	0.009	13.1	20.7	9.7	24.3
5	2	2	90	60	5.5	0.022	110	50	4.5	0.018	9.0	15.2	8.5	21.4
6	2	3	90	60	5.5	0.033	110	50	4.5	0.027	6.6	11.5	8.0	18.8
7	3	1	90	60	10.45	0.011	110	50	8.55	0.009	8.0	12.2	10.4	19.9
8	3	2	90	60	10.45	0.022	110	50	8.55	0.018	6.7	10.7	9.5	18.6
9	3	3	90	60	10.45	0.033	110	50	8.55	0.027	5.5	9.1	8.9	17.0

7. 信噪比 η 与灵敏度 S 的计算

内表中各号方案的 η 和 S 计算结果见表 6.24。下面以第一号方案为例说明之。

$$S_m = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)^2 = \frac{1}{2}(21.5 + 38.4)^2 = 1794.005$$

$$V_e = \frac{1}{2-1}\left[\sum_{i=1}^{2} y_i^2 - S_m\right] = 142.805$$

$$S = 10\log\frac{1}{2}(S_m - V_e)$$

$$= 10\log\frac{1}{2}(1794.005 - 142.805) = 29.2$$

$$\eta = 10\log\frac{\frac{1}{2}(S_m - V_e)}{V_e}$$

$$= 10\log\frac{\frac{1}{2}(1794.005 - 142.805)}{142.805} = 7.6$$

8. 内表的统计分析——最佳参数的确定

下面以直观分析法，对内表进行分析，求可控因素的最佳水平组合。

在选取最佳水平组合时，主要考虑信噪比 η，灵敏度 S 仅作为参考指标。

由表 6.25 可以看出，对可控因素 R 和 L，最佳水平组合为：R_3L_1，即电阻 $R = 9.5\Omega$，电感 $L = 0.01\text{H}$。易见，这就是内表中的第 7 号方案，相应的 η 最大为 10.4。把 $R = 9.5\Omega$，$L = 0.01\text{H}$，以及 $V = 100\text{V}$，$f = 55\text{H}$，代入公式(6.59)，计

算得输出电流强度的预期值为 9.9A，这与目标值 10A 相差无几。至此，我们完成了电感电路的参数设计。

表 6.25 内表的统计分析

试验号	R 1	L 2	η	S
1	1	1	7.6	29.2
2	1	2	7.5	23.2
3	1	3	7.6	19.7
4	2	1	9.7	24.3
5	2	2	8.5	21.4
6	2	3	8.0	18.8
7	3	1	10.4	19.9
8	3	2	9.5	18.6
9	3	3	8.9	17.0
Ⅰ	22.7(72.1)	27.7(73.4)	77.7	(192.1)
Ⅱ	26.2(64.5)	25.5(63.2)		
Ⅲ	28.8(55.5)	24.5(55.5)		
极差	6.1(16.6)	3.2(17.9)		

[注] 括号中的数据为灵敏度 S 的部分和与极差.

四、容 差 设 计

1. 误差因素水平表

以参数设计阶段选出的最佳水平组合 $R=9.5\Omega$，$L=0.01H$ 作为误差因素的第 2 水平，按三级品的波动范围 ±10% 确定第 1，3 水平。误差因素 V，f 的三个水平仍取为原来的值，于是得到相应于最佳条件的误差因素水平表，即表 6.26。

表 6.26　相应于最佳条件的误差因素水平表

因素 \ 水平	1	2	3
V	90V	100V	110V
f	50Hz	55Hz	60Hz
R	8.55Ω	9.5Ω	10.45Ω
L	0.009H	0.01H	0.011H

2. 外表

选取 $L_9(3^4)$作为外表，将各误差因素依次排列在各列上，再按公式 (6.59) 计算各号条件下的输出特性值 y，其结果见表 6.27。

表 6.27　相应于最佳条件的外表

试验号	V 1	f 2	R 3	L 4	y
1	1(90V)	1(50Hz)	1(8.55Ω)	1(0.009H)	9.99(A)
2	1	2	2	2	8.90
3	1	3	3	3	8.01
4	2(100V)	1	2(9.5Ω)	3	9.89
5	2	2(55Hz)	3	1	9.17
6	2	3	1	2(0.01H)	10.70
7	3(110V)	1	3(10.45Ω)	2	10.08
8	3	2	1	3(0.011H)	11.76
9	3	3(60Hz)	2	1	10.90

$T = 89.4$

3. 最佳条件的方差分析

由于各误差因素的水平是等距的，我们可以用第五节所

述正交多项式回归的方法，把诸因素的波动平方和 S 分解为线性项引起的波动平方和 S_l 与二次项引起的波动平方和 S_q 之和，即

$$
\begin{cases}
S = S_l + S_q \\
S_l = \dfrac{1}{r(\lambda_1^2 S_1)}(W_{11}I + W_{21}II + W_{31}III)^2 \\
S_q = \dfrac{1}{r(\lambda_2^2 S_2)}(W_{12}I + W_{22}II + W_{32}III)^2
\end{cases}
\tag{6.60}
$$

式中诸 W_{ij} 从正交多项式系数表中，相应于水平数为 3 的那一栏查得。

本例误差因素 V 的波动平方和计算如下．记

$$I_V = 9.99 + 8.90 + 8.01 = 26.9$$

$$II_V = 9.89 + 9.17 + 10.70 = 29.76$$

$$III_V = 10.08 + 11.76 + 10.90 = 32.74$$

$$S_{V_l} = \frac{(-1 \times 26.9 + 1 \times 32.74)^2}{3 \times 2} = 5.68$$

$$S_{V_q} = \frac{(1 \times 26.9 - 2 \times 29.76 + 1 \times 32.74)^2}{3 \times 6}$$

$$= 8 \times 10^{-4}$$

同理可以算得误差因素 f，R，L 的 S_l 和 S_q。

总波动平方和的计算如下

$$S_T = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{9} y_i^2$$

$$- \frac{1}{9}\left(\sum_{i=1}^{9} y_i\right)^2 = 10.24$$

我们把算得的结果整理为下面的方差分析表（见表 6.28）。

表 6.28 最佳条件的方差分析表

来源	自由度 f	波动平方和 S
$V\{l$	1	5.68
$V\{q$	1	8×10^{-4}
$f\{l$	1	0.02
$f\{q$	1	4.5×10^{-4}
$R\{l$	1	4.49
$R\{q$	1	6.05×10^{-3}
$L\{l$	1	0.03
$L\{q$	1	7.2×10^{-3}
T	8	10.24

为了估计试验误差的方差，把小于 0.01 的波动平方和加以合并，作为试验误差引起的波动平方和，整理后得表 6.29.

表 6.29 整理后的方差分析表

来源	自由度 f	波动平方和 S	方差 V	F 值	纯波动平方和 S'	贡献率 ρ(%)
($\bar{y}$)	(1)	(0.04)				
V_l	1	5.68	5.68	1566.9**	5.6764	55.4
f_l	1	0.02	0.02	5.5	0.0164	0.2
R_l	1	4.49	4.49	1238.6**	4.4864	43.8
L_l	1	0.03	0.03	8.3*	0.0264	0.3
e	4	0.0145	3.625×10^{-3}		0.0290	0.3
T	8	10.24			10.24	100

对于表 6.29 需要作如下几点说明.

(1) 关于试验误差波动平方和及方差的计算

$$S_e = S_{V_q} + S_{f_q} + S_{R_q} + S_{L_q} = 0.0145$$

$$f_e = 4$$

$$V_e = S_e / f_e = 3.625 \times 10^{-3}$$

(2) 关于因素显著性检验

由第一自由度 1，第二自由度 4，查 F 分布表得 $F_{0.05}=7.71$，$F_{0.01}=21.20$. 因为 F_{V_l}，$F_{R_l}>F_{0.01}$，所以 V_l，R_l 高度显著；$F_{L_l}>F_{0.05}$，L_l 显著；其余均为不显著。

(3) 关于纯波动 S' 和贡献率 ρ 的计算

田口玄一博士认为 F 检验法的检出率不太理想，特别是当自由度较小时，F 检验法的分辨力更差。 他建议用贡献率分析来代替 F 检验法，其具体做法如下

以 V_l 为例，首先计算纯波动平方和

$$S'_{V_l}=S_{V_l}-f_{V_l}\cdot V_e=5.68-1\times 3.625\times 10^{-3}$$
$$=5.6764$$

然后计算贡献率

$$\rho_{V_l}=\frac{S'_{V_l}}{S_T}=\frac{5.6764}{10.24}=55.4\%$$

仿此，可以计算其他各因素的贡献率。另一方面，试验误差的纯波动平方和与贡献率为

$$S'_e=f_T\cdot V_e=8\times 3.625\times 10^{-3}=0.0290$$

$$\rho_e=\frac{S'_e}{S_T}=\frac{0.0290}{10.24}=0.3\%$$

(4) 关于 $S_{\bar{y}}$ 的计算

$$S_{\bar{y}}=n(\bar{y}-m)^2=\frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}y_i-nm\right]^2$$
$$=\frac{1}{9}(89.4-9\times 10)^2$$
$$=0.04$$

$S_{\bar{y}}$ 的大小反映了输出电流强度的均值偏离目标值 $m=10\text{A}$ 的程度。

4. 正交多项式回归

根据正交多项式回归理论，电感电路输出电流强度 y 与显著因素的回归方程为

$$\hat{y} = \bar{y} + \hat{\beta}_{1V}(V - \bar{V}) + \hat{\beta}_{1R}(R - \bar{R}) + \hat{\beta}_{1L}(L - \bar{L})$$

式中

$$\bar{y} = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} y_i = \frac{89.4}{9} = 9.93$$

$$\bar{V} = 100,\ \bar{R} = 9.5,\ \bar{L} = 0.01$$

$$\hat{\beta}_{1V} = \frac{-1 \times I_V + 1 \times III_V}{3 \times 2 \times 10} = \frac{-26.9 + 32.74}{60} = 0.097$$

$$\hat{\beta}_{1R} = \frac{-1 \times I_R + 1 \times III_R}{3 \times 2 \times 0.95} = \frac{-32.45 + 27.26}{6 \times 0.95} = -0.910$$

$$\hat{\beta}_{1L} = \frac{-1 \times I_L + 1 \times III_L}{3 \times 2 \times 0.001} = \frac{-30.06 + 29.66}{0.006} = -66.67$$

所以回归方程为

$$\hat{y} = 9.93 + 0.097(V - 100) - 0.910(R - 9.5) - 66.67(L - 0.01)$$

由于当 $V = 100$，$R = 9.5$，$L = 0.01$ 时，$\hat{y} = 9.93\text{A}$，接近目标值 $m = 10\text{A}$，所以无须调整．否则要用贡献率较大的因素来调整输出特性与目标值的偏差．

5. 容差设计

在电感电路一例中，若用户对输出电流强度的容许范围为 10±4A，即目标值 $m=10\text{A}$，容差 $\Delta=4\text{A}$。又若电流超出容许范围后的善后服务等损失为 16000 日元，据公式(6.22)，单位产品的质量损失为

$$L(y)=k(y-m)^2$$

以

$$k=\frac{A}{\Delta^2}=\frac{16000}{4^2}=1000$$

$$m=10$$

代入，得

$$L(y)=1000(y-10)^2$$

n 件产品的平均质量损失为

$$\bar{L}(y)=1000\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i-10)^2\right]$$

以上我们以三级品的元部件组装电感电路，此时输出电流偏离目标值 $m=10\text{A}$ 的总偏差平方和为

$$S_{T'}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-m)^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$$
$$+n(\bar{y}-m)^2=S_T+S_{\bar{y}}=10.24$$
$$+0.04=10.28$$

于是，平均质量损失为

$$\bar{L}(y)=1000\times\frac{10.28}{9}=1142\ (\text{日元})$$

倘若把贡献率大的电阻 R 用二级品（波动范围为 ±5%）代替，这时每只电阻价格贵 300 日元。此时，由于质量改进，

质量损失减少费用计算如下

$$\tilde{S}_T = S_T\left\{\rho_{V_l} + \rho_{i_l} + \frac{1}{4}\rho_{R_l} + \rho_{L_l} + \rho_e\right\}$$

$$= S_T\left(56.2\% + \frac{1}{4} \times 43.8\%\right)$$

$$= 10.24 \times 67.15\%$$

$$= 6.88$$

$$\tilde{S}_{T'} = \tilde{S}_T + S_{\bar{y}} = 6.88 + 0.04 = 6.92$$

$$\tilde{L}(y) = 1000 \times \frac{6.92}{9} = 769(\text{日元})$$

$$\bar{L}(y) - \tilde{L}(y) = 1142 - 769 = 373(\text{日元})$$

扣除成本增加的费用 300 日元，净效益为 73 日元。

倘若把电阻 R 用一级品(波动范围为±1%，是三级品的十分之一)代替，此时每只电阻价格增加 500 日元。由于质量改进，质量损失减少费用计算如下：

$$\tilde{S}_T = S_T\left(56.2\% + \frac{1}{100} \times 43.8\%\right)$$

$$= 10.24 \times 56.64\% = 5.80$$

$$\tilde{S}'_T = \tilde{S}_T + S_{\bar{y}} = 5.80 + 0.04 = 5.84$$

$$\tilde{L}(y) = 1000 \times \frac{5.84}{9} = 649\ (\text{日元})$$

$$\bar{L}(y) - \tilde{L}(y) = 1142 - 649 = 493\ (\text{日元})$$

它小于成本增加费用 500 日元，故得不偿失。

对于输入电源电压 V，虽然是高度显著因素，但由于客观条件所决定，不是可控因素，无法减少容差。

综上所述，我们选取电阻 R 的中心值为 9.5Ω，用二级品，波动范围为 9.5±9.5×5%Ω；电感 L 的中心值为 0.01H，用三

级品，波动范围为 $0.01 \pm 0.01 \times 10\%$ H. 由此组装的电感电路，输出电流强度期望值为 9.93A，波动最小，质量总损失最小，在市场上具有竞争力。

至此，我们完成了电感电路的全部设计。

附　　表

表 1　废品率 $p(C_p, k)$ 表　　（单位：%）

C_p \ k	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0.1	76.4	76.4	76.5	76.5	76.6	76.7	76.8	77.1	77.4
0.2	54.8	54.9	55.0	55.5	56.0	56.6	57.4	59.2	61.5
0.3	36.8	37.0	37.6	38.5	39.8	41.5	43.4	48.1	53.6
0.4	23.0	23.4	24.3	26.0	28.2	31.0	34.3	42.1	50.8
0.5	13.4	13.8	15.1	17.2	20.2	23.9	28.2	38.6	50.1
0.6	7.19	7.65	9.03	11.3	14.6	18.8	23.9	36.0	50.1
0.7	3.57	3.98	5.24	7.40	10.5	14.8	20.1	33.7	50.0
0.8	1.64	1.95	2.94	4.75	7.53	11.5	16.8	31.6	50.0
0.9	0.69	0.90	1.60	2.96	5.27	8.85	14.1	29.5	50.0
1.0	0.27	0.40	0.84	1.80	3.59	6.68	11.5	27.4	50.0
1.1	0.10	0.16	0.41	1.04	2.39	4.95	9.34	25.5	50.0
1.2	0.03	0.06	0.20	0.59	1.54	3.59	7.49	23.6	50.0
1.3	0.01	0.02	0.10	0.32	0.96	2.56	5.94	21.7	50.0
1.4	0.00	0.01	0.04	0.16	0.59	1.79	4.65	20.0	50.0
1.5	0.00	0.00	0.02	0.09	0.35	1.22	3.59	18.4	50.0
1.6	0.00	0.00	0.01	0.04	0.20	0.82	2.74	16.8	50.0
1.7	0.00	0.00	0.00	0.02	0.12	0.54	2.07	15.4	50.0
1.8	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.35	1.54	14.0	50.0
1.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.22	1.13	12.7	50.0
2.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.14	0.82	11.5	50.0

表 2　检验相关系数 $r=0$ 的临界值表

ν \ α	0.05	0.01	ν \ α	0.05	0.01
1	0.997	1.000	21	0.413	0.526
2	0.950	0.990	22	0.404	0.515
3	0.878	0.959	23	0.396	0.505
4	0.811	0.917	24	0.388	0.496
5	0.754	0.874	25	0.381	0.487
6	0.707	0.834	26	0.374	0.478
7	0.666	0.798	27	0.367	0.470
8	0.632	0.765	28	0.361	0.463
9	0.602	0.735	29	0.355	0.456
10	0.576	0.708	30	0.349	0.449
11	0.553	0.684	35	0.325	0.418
12	0.532	0.661	40	0.304	0.393
13	0.514	0.641	45	0.288	0.372
14	0.497	0.623	50	0.273	0.354
15	0.482	0.606	60	0.250	0.325
16	0.468	0.590	70	0.232	0.302
17	0.456	0.575	80	0.217	0.283
18	0.444	0.561	90	0.205	0.267
19	0.433	0.549	100	0.195	0.254
20	0.423	0.537	200	0.138	0.181

表3 控　制　图

样本大小 n	极差 R		$\bar{x}$-R 图		
	系数		$\bar{\bar{x}} \pm A_2\bar{R}$	$D_3\bar{R}$	$D_4\bar{R}$
	d_2	d_3	A_2	D_3	D_4
2	1.128	0.853	1.880	—	3.267
3	1.693	0.888	1.023	—	2.575
4	2.059	0.880	0.729	—	2.282
5	2.326	0.864	0.577	—	2.115
6	2.534	0.848	0.483	—	2.004
7	2.704	0.833	0.419	0.076	1.924
8	2.847	0.820	0.373	0.136	1.864
9	2.970	0.808	0.337	0.184	1.816
10	3.038	0.797	0.308	0.223	1.777
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
>20					

$x - R_s$ 图
$UCL = \bar{x} + 2.66\bar{R}_s$ $LCL = \bar{x} - 2.66\bar{R}_s$

系　数　表

$\tilde{x}$ 图	x 图(成组)	$\bar{x}$-S 图		
$\bar{\tilde{x}}\pm m_3A_2\bar{R}$	$\bar{x}\pm E_2\bar{R}$	$\bar{\bar{x}}\pm A_1^*\bar{S}$	$B_3\bar{S}$	$B_4\bar{S}$
m_3A_2	E_2	A_1^*	B_3	B_4
1.880	2.659	2.659	—	3.267
1.187	1.772	1.954	—	2.568
0.796	1.457	1.628	—	2.266
0.691	1.290	1.427	—	2.089
0.549	1.184	1.287	0.030	1.970
0.509	1.109	1.182	0.118	1.882
0.432	1.054	1.099	0.185	1.815
0.412	1.010	1.032	0.239	1.761
0.363	0.975	0.975	0.284	1.716
		0.927	0.321	1.679
		0.886	0.353	1.646
		0.850	0.382	1.618
		0.817	0.406	1.594
		0.789	0.428	1.572
		0.763	0.448	1.552
		0.739	0.466	1.534
		0.718	0.482	1.518
		0.698	0.497	1.503
		0.680	0.510	1.490
		$\frac{3}{\sqrt{n}}\left(1+\frac{1}{4n}\right)$	$1-\frac{3}{\sqrt{2n}}$	$1+\frac{3}{\sqrt{2n}}$

$UCL = 3.27R_s$

$LCL < 0$

表4 正 交 表

表4.1 $L_8(2^7)$

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

表4.2 $L_8(2^7)$ 两列间交互作用表

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7
1	(1)	3	2	5	4	7	6
2		(2)	1	6	7	4	5
3			(3)	7	6	5	4
4				(4)	1	2	3
5					(5)	3	2
6						(6)	1

表4.3 $L_9(3^4)$

试验号＼列号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

注：任意两列的交互作用为另外两列。

表 4.4 $L_{25}(5^6)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6
1	1	1	2	4	3	2
2	2	1	5	5	5	4
3	3	1	4	1	4	1
4	4	1	1	3	1	3
5	5	1	3	2	2	5
6	1	2	3	3	4	4
7	2	2	2	2	1	1
8	3	2	5	4	2	3
9	4	2	4	5	3	5
10	5	2	1	1	5	2
11	1	3	1	5	2	1
12	2	3	3	1	3	3
13	3	3	2	3	5	5
14	4	3	5	2	4	2
15	5	3	4	4	1	4
16	1	4	4	2	5	3
17	2	4	1	4	4	5
18	3	4	3	5	1	2
19	4	4	2	1	2	4
20	5	4	5	3	3	1
21	1	5	5	1	1	5
22	2	5	4	3	2	2
23	3	5	1	2	3	4
24	4	5	3	4	4	1
25	5	5	2	5	5	3

表 4.5 $L_{36}(3^{13})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1
4	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	1
5	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	1
6	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1
7	1	1	2	3	1	2	3	3	1	2	2	3	1
8	2	2	3	1	2	3	1	1	2	3	3	1	1
9	3	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	1
10	1	1	3	2	1	3	2	3	2	1	3	2	1
11	2	2	1	3	2	1	3	1	3	2	1	3	1
12	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	2	1	1
13	1	2	3	1	3	2	1	3	3	2	1	2	2
14	2	3	1	2	1	3	2	1	1	3	2	3	2
15	3	1	2	3	2	1	3	2	2	1	3	1	2
16	1	2	3	2	1	1	3	2	3	3	2	1	2
17	2	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3	2	2
18	3	1	2	1	3	3	2	1	2	2	1	3	2
19	1	2	1	3	3	3	1	2	2	1	2	3	2
20	2	3	2	1	1	1	2	3	3	2	3	1	2
21	3	1	3	2	2	2	3	1	1	3	1	2	2
22	1	2	2	3	3	1	2	1	1	3	3	2	2
23	2	3	3	1	1	2	3	2	2	1	1	3	2
24	3	1	1	2	2	3	1	3	3	2	2	1	2
25	1	3	2	1	2	3	3	1	3	1	2	2	3
26	2	1	3	2	3	1	1	2	1	2	3	3	3
27	3	2	1	3	1	2	2	3	2	3	1	1	3
28	1	3	2	2	2	1	1	3	2	3	1	3	3
29	2	1	3	3	3	2	2	1	3	1	2	1	3
30	3	2	1	1	1	3	3	2	1	2	3	2	3
31	1	3	3	3	2	3	2	2	1	2	1	1	3
32	2	1	1	1	3	1	3	3	2	3	2	2	3
33	3	2	2	2	1	2	1	1	3	1	3	3	3
34	1	3	1	2	3	2	3	1	2	2	3	1	3
35	2	1	2	3	1	3	1	2	3	3	1	2	3
36	3	2	3	1	2	1	2	3	1	1	2	3	3

表 4.6 $L_8(4^1\times2^4)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	4	1	2	2	1
8	4	2	1	1	2

表 4.7 $L_{18}(3^7\times2^1)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	3	2	2	1	2	1
2	1	2	1	1	1	2	1	1
3	1	3	2	3	3	3	3	1
4	2	1	2	1	2	3	1	1
5	2	2	3	3	1	1	3	1
6	2	3	1	2	3	2	2	1
7	3	1	1	3	1	3	2	1
8	3	2	2	2	3	1	1	1
9	3	3	3	1	2	2	3	1
10	1	1	1	1	3	1	3	2
11	1	2	2	3	2	2	2	2
12	1	3	3	2	1	3	1	2
13	2	1	3	3	3	2	1	2
14	2	2	1	2	2	3	3	2
15	2	3	2	1	1	1	2	2
16	3	1	2	2	1	2	3	2
17	3	2	3	1	3	3	2	2
18	3	3	1	3	2	1	1	2

表5 正 交 多 项 式 系 数 表

h: 水平间隔 k: 水平数 β_j: j 次正交多项式系数，$j=1,2,\ldots,5$ y_i: r 个数据之和，$i=1,2,\ldots,k$ r: 水平重复次数 估计: $\hat{\beta}_j=\dfrac{W_1y_1+W_2y_2+\ldots+W_ky_k}{r(\lambda S)h^j}$ $j=1,2,\ldots,5$ 波动平方和: $S_{b_j}=\dfrac{(W_1y_1+W_2y_2+\ldots+W_ky_k)^2}{r(\lambda^2S)}$ $j=1,2,\ldots,5$ 数学期望: $E(S_{b_j})=\sigma^2+r\cdot s\cdot h^{2j}b_j^2$

系数 \ 水平数	$k=2$	$k=3$		$k=4$			$k=5$				$k=6$				
	b_1	b_1	b_2	b_1	b_2	b_3	b_1	b_2	b_3	b_4	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
W_1	−1	−1	1	−3	1	−1	−2	−2	−1	1	−5	5	−5	1	−1
W_2	1	0	−2	−1	−1	3	−1	−1	2	−4	−3	−1	7	−3	5
W_3		1	1	1	−1	−3	0	−2	0	6	−1	−4	4	2	−10
W_4				3	1	1	1	−1	−2	−4	1	−4	−4	2	10
W_5							2	2	1	1	3	−1	−7	−3	−5
W_6											5	5	5	1	1
λ^2S	2	2	6	20	4	20	10	14	10	70	70	84	180	28	252
λS	1	2	2	10	4	6	10	14	12	24	35	56	108	48	120
S	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}$	5	4	$\frac{9}{5}$	10	14	$\frac{72}{5}$	$\frac{288}{35}$	$\frac{35}{2}$	$\frac{112}{3}$	$\frac{324}{5}$	$\frac{576}{7}$	$\frac{400}{7}$
λ	2	1	3	2	1	$\frac{10}{3}$	1	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{35}{12}$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{21}{10}$

续表 5

系数 \ 水平数	$k=7$					$k=8$					$k=9$				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
W_1	−3	5	−1	3	−1	−7	7	−7	7	−7	−4	28	−14	14	−4
W_2	−2	0	1	−7	4	−5	1	5	−13	23	−3	7	7	−21	11
W_3	−1	−3	1	1	−5	−3	−3	7	−3	−17	−2	−8	13	−11	−4
W_4	0	−4	0	6	0	−1	−5	3	9	−15	−1	−17	9	9	−9
W_5	1	−3	−1	1	5	1	−5	−3	9	15	0	−20	0	18	0
W_6	2	0	−1	−7	−4	3	−3	−7	−3	17	1	−17	−9	9	9
W_7	3	5	1	3	1	5	1	−5	−13	−23	2	−8	−13	−11	4
W_8						7	7	7	7	7	3	7	−7	−21	−11
W_9											4	28	14	14	4
$\lambda^2 S$	28	84	6	154	84	168	168	264	616	2184	60	2772	990	2002	468
λS	28	84	36	264	240	84	168	396	1056	3102	60	924	1188	3432	3120
S	28	84	216	$\frac{3168}{7}$	$\frac{4800}{7}$	42	168	594	$\frac{12672}{7}$	$\frac{31200}{7}$	60	308	$\frac{7128}{5}$	$\frac{41184}{7}$	20800
λ	1	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{20}$	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{10}{7}$	1	3	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{20}$

续表 5

系数 \ 水平数	$k=10$					$k=11$				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
W_1	−9	6	−42	18	−6	−5	15	−30	6	−3
W_2	−7	2	14	−22	14	−4	6	6	−6	6
W_3	−5	−1	35	−17	−1	−3	−1	22	−6	1
W_4	−3	−3	31	3	−11	−2	−6	23	−1	−4
W_5	−1	−4	12	18	−6	−1	−9	14	4	−4
W_6	1	−4	−12	18	6	0	−10	0	6	0
W_7	3	−3	−31	3	11	1	−9	−14	4	4
W_8	5	−1	−35	−17	1	2	−6	−23	−1	4
W_9	7	2	−14	−22	−14	3	−1	−22	−6	−1
W_{10}	9	6	42	18	6	4	6	−6	−6	−6
W_{11}						5	15	30	6	3
$\lambda^2 S$	330	132	8580	2860	780	110	858	4290	286	156
λS	165	264	5148	6864	7800	110	858	5148	3432	6240
S	$\frac{165}{2}$	528	$\frac{15444}{5}$	$\frac{82368}{5}$	78000	110	858	$\frac{30888}{5}$	41184	249600
λ	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{10}$	1	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{40}$

续表 5

系数 \ 水平数	$k=12$					$k=13$				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
W_1	−11	55	−33	33	−33	−6	22	−11	99	−22
W_2	−9	25	3	−27	57	−5	11	0	−66	33
W_3	−7	1	21	−33	21	−4	2	6	−96	18
W_4	−5	−17	25	−13	−29	−3	−5	8	−54	−11
W_5	−3	−29	19	12	−44	−2	−10	7	11	−26
W_6	−1	−35	7	28	−20	−1	−13	4	64	−20
W_7	1	−35	−7	28	20	0	−14	0	84	0
W_8	3	−29	−19	12	44	1	−13	−4	64	20
W_9	5	−17	−25	−13	29	2	−10	−7	11	26
W_{10}	7	1	−21	−33	−21	3	−5	−8	−54	11
W_{11}	9	25	−3	−27	−57	4	2	−6	−96	−18
W_{12}	11	55	33	33	33	5	11	0	−66	−33
W_{13}						6	22	11	99	22
$\lambda^2 S$	572	12012	5148	8008	15912	182	2002	572	68068	6186
λS	286	4004	7722	27456	106080	182	2002	3432	116688	106080
S	143	$\frac{4004}{3}$	11583	$\frac{658944}{7}$	707200	182	2002	20592	$\frac{1400256}{7}$	$\frac{12729600}{7}$
λ	2	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{3}{20}$	1	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{120}$

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严準宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘琦温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

质量三字

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严肇宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘琼温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表（适用于连续批的检查）.

[9] 国家标准（报批稿），不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）.

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表（适用于连续批的检查）.

[9] 国家标准（报批稿），不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）.

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严準宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表（适用于连续批的检查）.
[9] 国家标准（报批稿），不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）.
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严準宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严肇宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

质量三字

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严準宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

质量三书

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表（适用于连续批的检查）.

[9] 国家标准（报批稿），不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）.

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘琦温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘琼温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严肇宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表（适用于连续批的检查）.

[9] 国家标准（报批稿），不合格品率的计量抽样检查程序及图表（适用于连续批的检查）.

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参考文献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘琼温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严準宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严華字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘瑋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘琦温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.
[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.
[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.
[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.
[5] 马毅林、严华宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.
[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.
[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.
[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).
[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).
[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.
[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.
[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457-516, 1955.

质量三字

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457–516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举字编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457－516, 1955.

参 考 文 献

[1] 章渭基、韩之俊、冯祥源，质量管理中的数理统计方法，江苏科学技术出版社，1982.

[2] 田口玄一著，魏锡禄、叶耕中译，线外质量管理，南京现场统计研究会，1984.

[3] 刘璋温，实验设计法在设计研究中的应用，第二汽车制造厂，1982.

[4] 中国现场统计研究会三次设计组，可计算性项目的三次设计，北京大学出版社，1985.

[5] 马毅林、严举宇编著，工业产品抽样检验方法，机械工业出版社，1984.

[6] 国际标准 ISO 2859-74，计数抽样检查程序及表.

[7] 国际标准 ISO3951-81，不合格品率的计量抽样检查程序及图表.

[8] 国家标准 GB2828-81，逐批检查计数抽样程序及抽样表(适用于连续批的检查).

[9] 国家标准(报批稿)，不合格品率的计量抽样检查程序及图表(适用于连续批的检查).

[10] 秦士嘉，质量控制中的抽样验收，华东工学院，1985.

[11] Edward G. Schilling, Acceptance Sampling in Quality Control, New York, 1982.

[12] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J., Sampling plans for Inspection by Variable, *JASA*, Vol.50, p.457—516, 1955.

质量三字